

Simulacija pionski induciranih reakcijskih sustava korištenjem GiBUU modela

Ruić, Krešimir

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:166:037411>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-12-24**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Science](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet

**SIMULACIJA PIONSKI INDUCIRANIH
REAKCIJSKIH SUSTAVA KORIŠTENJEM
GiBUU MODELA**

Diplomski rad

Krešimir Ruić

Split, rujan 2019.

Želio bih se zahvaliti mentoru prof. dr. sc. Mili Dželaliji koji mi je omogućio pisanje ovoga diplomskog rada. Zahvaljujem neposrednoj voditeljici dr. sc. Ivani Weber koja je uložila mnogo truda i vremena u nadgledanju i usmjeravanju mog rada.

Hvala mojim kolegicama i kolegama sa Prirodoslovno-matematičkog fakulteta koji su godine studiranja učinili lakšim i ljepšim.

Također bih se zahvalio obitelji i prijateljima koji su mi bili podrška u životu i studiju.

Hvala Luciji što je uvijek uz mene.

Na kraju bih želio iskazati radost i zahvalnost što se Bog svojim djelima proslavlja u mojem životu.

Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet
Odjel za fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

Simulacija pionski induciranih reakcijskih sustava korištenjem GiBUU modela

Krešimir Ruić

Sveučilišni diplomski studij Fizika, Računarska fizika

Sažetak:

Ovaj rad bavi se simulacijom pionski induciranih reakcija na metama ugljika, aluminijska, bakra i olova. Proučavanje vršimo u rasponu energija od 1 do 20 GeV. Ispitujemo vrste nastalih čestica za različite jezgre i različite energije te analiziramo važne fizikalne veličine kao što su transversalna i longitudinalna količina gibanja, rapiditet, itd. Proučavamo kako promjena mete utječe na vrstu nastalih čestica te kako utječe na raspodjele spomenutih fizikalnih veličina. Cijelu simulaciju vršimo u GiBUU transportnom modelu pomoću kojega dobivamo izlazne podatke koji nam koriste u daljnjoj analizi. Rad se dalje može proširiti i na usporedbu analiziranih reakcija s reakcijama induciranim nekim drugim česticama na istim ili sličnim metama, kao i usporedbu pionski induciranih reakcija s teškoionskim sudarima.

Ključne riječi: GiBUU, pionski snopovi, transportni model, sigma barion, lambda barion

Rad sadrži: 49 stranica, 33 slika, 2 tablica, 21 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku

Mentor: prof. dr. sc. Mile Dželalija

Neposredni voditelj: dr. sc. Ivana Weber

Ocjenjivači: prof. dr. sc. Mile Dželalija
dr. sc. Ivana Weber
doc. dr. sc. Bernarda Lovrinčević

Rad prihvaćen: 9. rujna 2019.

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

Basic documentation card

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

Simulation of pion-induced reaction systems by using GiBUU model

Krešimir Ruić

University graduate study programme Physics, Computational Physics

Abstract:

This thesis deals with the simulation of pion-induced reactions on four different targets: carbon, aluminum, copper and lead. The study is performed in the energy range from 1 to 20 GeV. We examine the type of particles generated for different nuclei and different energies, and analyze important physical quantities such as transverse and longitudinal momentum, rapidity, etc. We study how pion-induced reaction on diverse targets affects the type of generated particles and how they affect the distributions of physical quantities of interest. We perform the entire simulation by using the GiBUU transport model, which provided data used for further analysis. The work can be further extended to a comparison of the analyzed reactions with reactions induced by some other particles on the same, or similar targets, as well as a comparison of pion-induced reactions with heavy-ion collisions in the same energy range.

Keywords: GiBUU, pions, transport model, sigma barion, lambda barion

Thesis consists of: 49 pages, 33 figures, 2 tables, 21 references. Original language: Croatian

Supervisor: Prof. Dr. Mile Dželalija

Leader: Dr. Ivana Weber

Reviewers: Prof. Dr. Mile Dželalija
Dr. Ivana Weber
Assist. Prof. Dr. Bernarda Lovrinčević

Thesis accepted: September 9, 2019.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

Sadržaj

1	Uvod	1
2	Teorijska podloga	2
2.1	Čestice standardnog modela	2
2.1.1	Pioni	3
2.2	Pionski snop	4
2.3	Kinematika relativističkih sudara	4
2.3.1	Sustav notacije	4
2.3.2	Količina gibanja	5
2.3.3	Rapiditet i pseudorapiditet	6
3	GiBUU transportni model	8
3.1	Općenito o GiBUU-u	8
3.2	Instalacija programskog paketa	9
3.3	Korištenje i primjena	12
3.4	BUU jednadžbe	12
3.5	Rješenja BUU jednadžbe	13
4	Rezultati i rasprava	15
4.1	Reakcije na meti ugljika	16
4.2	Nastale čestice na metama aluminija, bakra i olova	29
4.3	Analiza čestica nastalih pri 10 GeV	34
4.3.1	Analiza nastalih kaona	34
4.3.2	Analiza nastalih sigma i lambda bariona	38
5	Zaključak	44
6	Dodatak A	45
7	Literatura	49

1 Uvod

Iz raspršenja snopova čestica na stacionarnoj meti i eksperimenata sudara snopova raznih čestica možemo puno toga naučiti o meti, upadnim i nastalim česticama te procesima koji se u tim raspršenjima javljaju. Zbog toga su, pogotovo u zadnje vrijeme, sudari čestica najbolji i najpopularniji način istraživanja materije. Kako bi se napravila kvalitetna analiza podataka, dobivenih u eksperimentu ili pomoću simulacije, važno je razumjeti osnove kinematike sudara i upoznati se s najvažnijim fizikalnim veličinama kojima sudare možemo opisati, stoga će u teorijskom uvodu drugog poglavlja biti dan kratak pregled spomenutih veličina.

Ovaj rad bavit će se raspršenjima upadnog snopa negativnih piona na metama ugljika, aluminijska, bakra i olova.

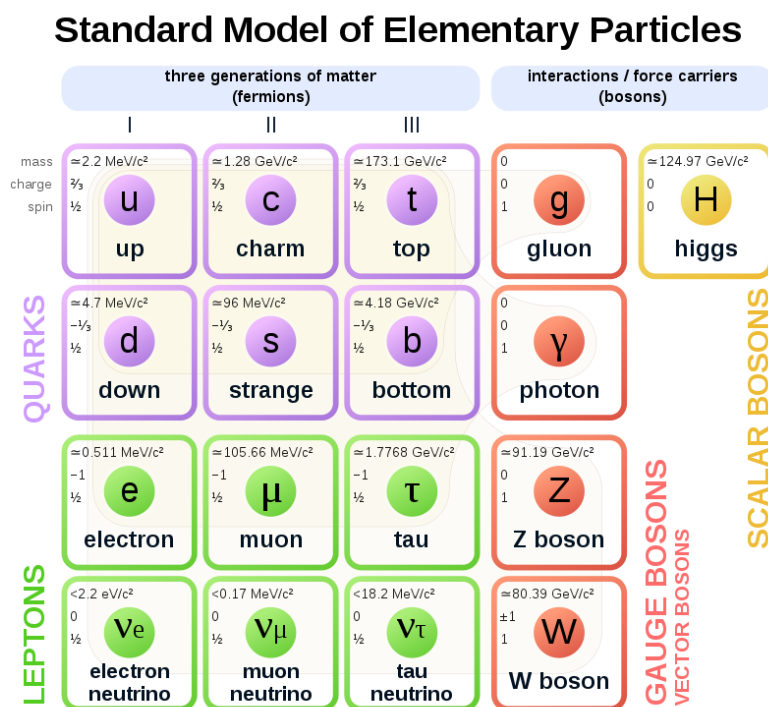
Cilj rada je prikazati osnovnu analizu izlaznih parametara simulacijskog GiBUU programa primijenjenu na raznim metama i na samim izlaznim česticama. Više o samom programu nalazi se u trećem poglavlju.

Za svaku metu mijenjat ćemo kinetičku energiju upadnih piona tako da će poprimiti vrijednosti: 1 GeV, 2 GeV, 5 GeV, 10 GeV i 20 GeV. Nakon raspršenja analizirat ćemo izlazne podatke. Zanimat će nas koje sve čestice nastaju pri određenoj energiji, kako izgledaju raspodjele važnih fizikalnih veličina koje se koriste pri opisivanju raspršenja čestica, kao što su transversalna i longitudinalna količina gibanja, rapiditet, itd. Zanimat će nas kako promjena mete i/ili energije utječe na izlazne podatke, dobivamo li neke nove čestice kada manju metu zamijenimo većom i dobivamo li promjenom mete drukčiji broj izlaznih čestica. Rezultati i diskusija nalaze se u petom poglavlju.

2 Teorijska podloga

2.1 Čestice standardnog modela

Sve što vidimo oko nas u našem svakodnevnom životu, uključujući i nas same, izgrađeno je od raznih molekulskih spojeva. Svaki taj spoj izgrađen je od određenih molekula koje su sastavljene od atoma. Iako se cijela ideja atoma temelji na tome da je to najmanja nedjeljiva jedinica tvari (grč. átomos, što znači nedjeljiv) ipak znamo da to nije tako. Unutar atoma postoje još manje čestice koje ga grade: elektroni, protoni i neutroni. Nadalje, protoni i neutroni, zajedničkim imenom nukleoni, su također sastavljeni od još manjih i fundamentalnijih čestica - kvarkova. Elementarne čestice, koje možemo podijeliti na fermione i bozone, su čestice za koje kažemo da nemaju nikakvu pod-strukturu. Njihova međusobna razlika je u tome što su fermioni čestice čiji je spin polucjelobrojan, a bozoni imaju cjelobrojnu vrijednost spina. Fermioni su čestice koje izgrađuju tvar i dijele se na kvarkove, leptone, antikvarkove i antileptone. Elementarni (tzv. baždarni) bozoni su čestice medijatori i tu kategoriju čine Gauge bozoni i Higgsov bozon. Gauge bozoni se još nazivaju vektorski bozoni, a Higgsov bozon se naziva skalarni bozon.



Slika 1. Ilustracija Standardnog modela na kojoj imamo prikaz podjele svih čestica te njihovih karakteristika. Slika preuzeta s [1].

U nastavku ćemo se više fokusirati na fermione, jer oni tvore cijelu tvar koju vidimo, a bozone kao medijatore sila ćemo ostaviti po strani jer se u ovom radu ne bavimo proučavanjem neke od sila.

Kao što je već spomenuto, kvarkovi i leptoni su fermioni. Leptona, kao što vidimo na slici [1], ima šest i uključujući njihove antičestice dobivamo konačan broj od dvanaest leptona. Ako pogledamo kvarkove, njih isto ima šest, ali moguće je da svaki od njih egzistira u jednoj od tri moguće boje. Kvarkovi se slažu tako da konačan objekt koji tvore bude bezbojan. Kada zbrojimo kvarkove i antikvarkove i uračunamo sve moguće kombinacije boja dobivamo da kvarkova ima trideset i šest [2]. Poredani su po generacijama od prve do treće. Generacije su poredane po stabilnosti i masi. Najstabilnije čestice s najmanjom masom tvore prvu generaciju, a drugu i treću tvore teže nestabilnije čestice.

Ako imamo čestice koje su sastavljene od dva ili više povezanih kvarkova, govorimo o hadronima. Hadroni su podijeljeni na čestice koje su sastavljene od neparnog broja kvarkova (najčešće tri) -barioni i od čestica koje su sastavljene od parnog broja kvarkova, najčešće dva, kvarka i antikvarka - mezoni. Glavni primjeri bariona su protoni i neutroni, a uz njih barioni su i lambda, sigma i xi čestice. Barioni su, zbog svojeg polucjelobrojnog spina, fermioni.

Mezoni predstavljaju čestice koje se sastoje od parnog broja kvarkova i antikvarkova, najčešće od jendog kvarka i jednog antikvarka. Mezoni su, između ostalih, pioni i kaoni. Zbog svojeg cjelobrojnog spina -mezoni spadaju u skupinu bozona.

2.1.1 Pioni

Kao što smo ranije rekli, pioni su mezoni i njih ćemo koristiti u radu kao projekte. Osnovna svojstva piona prikazana su u Tablici 1.

Tablica 1. Prikaz svojstava pozitivno, negativno i neutralno nabijenih piona. Tablica sadrži njihovu strukturu, naboj i masu izraženu u GeV. Podaci preuzeti iz [10].

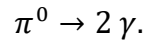
Oznaka	Struktura	Masa (GeV)
π^+	$u\bar{d}$	0.13957
π^-	$d\bar{u}$	0.13957
π^0	$u\bar{u}$ ili $d\bar{d}$	0.13498

Pozitivno i negativno nabijeni pioni imaju vrijeme života reda veličine 10^{-8} s i njihovi glavni kanali raspada su raspad na mion pripadajućeg naboja i minonski neutrino, tj. antineutrino:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

Neutralno nabijeni pion ima vrijeme života reda veličine 10^{-17} s i glavni kanal raspada mu je na dvije gamma zrake:



2.2 Pionski snop

Čestice koje u našoj simulaciji koristimo kao projektele su negativno nabijeni pioni. Odabirom snopova upadnih čestica te njihovih odgovarajućih energija dobivamo mogućnost opažanja i proučavanja različitih čestica koje nastaju u pripadajućim reakcijama.

Pionski snopovi koriste se kao projektili u raznim akceleratorima kao što su: CERN (Švicarska), TRIUMF (Kanada), GSI (Darmstadt, Njemačka), itd. [17] Izrada pionskih snopova važna je za svaki eksperiment, a opis procesa, kao i izgled aparature, možemo pronaći na [18]. Primjer eksperimenata u kojim su se koristili pionski snopovi možemo naći na [19].

Važnost piona kao projektila ide izvan opsega fizike i ulazni u razna druga znanstvena polja, kao što je npr. medicina pri ispitivanju terapijskih primjena i radioterapije [20] [21].

Nastavak našeg razmatranja posvetit ćemo notaciji i fizikalnim veličinama koje su važne za sudare čestica i koje se koriste kako bi se isti kvalitativno opisali.

2.3 Kinematika relativističkih sudara

Reakcije kojima ćemo se baviti su raspršenja snopova čestica na mirujućim metama, tzv. sudari. Zbog toga što su nam čestice relativističke (vrijedi da im je energija puno veća od mase mirovanja) koristimo termin relativistički sudari.

Na početku reakcije imamo snop na nekoj udaljenosti od mete. Inicirajući reakciju usmjeravamo snop čestica prema meti te želimo postići sudar, tj. raspršenje. Najvažniji parametar u ovom opisu je tzv. parametar sudara (eng. *impact parameter*). On nam govori koja nam je udaljenost, okomita na os sudara, projektila od mete. Kako bismo postigli najefikasnije raspršenje postavljamo taj parametar na nulu što znači da nam upadni snop centralno udara o metu.

Kako bismo mogli početi promatrati reakcije potrebno je definirati sustav notacije i proučiti fizikalne parametre koji su nam od interesa.

2.3.1 Sustav notacije

Za proučavanje sudara čestica potrebno je poznavanje fizike elementarnih čestica koja u sebe uključuje i dijelove relativističke te kvantne fizike. Svaka od njih ima svoje osnovne konstante

(brzina svjetlosti, Planckova konstanta) koje se, zbog jednostavnosti, postavljaju na jediničnu vrijednost [3]. Njihove vrijednosti u SI sustavu su: $c = 299\,792\,458\text{ ms}^{-1}$ i $h = 6.626\,07015 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$. Mi ćemo ih postaviti na jedinicu, s time da je uobičajeno umjesto Planckove konstante h uzeti njenu reduciranu vrijednost koja se označava s \hbar , i koja iznosi:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Vrijedi:

$$\hbar = 1 \text{ i } c = 1. \quad (2.1)$$

Kako bismo dovršili sustav notacije bitno nam je uvesti još jednu mjernu jedinicu pomoću koje ćemo izražavati sve važne veličine, a to je elektronvolt (eV). Vrijednost elektronvolta iznosi: $1\text{eV} = 1.6022 \cdot 10^{-19}\text{ J}$. Kao što možemo primijetiti, elektronvolt je mjerna jedinica energije jer je džul mjerna jedinica energije. Kako bismo vidjeli u kojim mjernim jedinicama ćemo mjeriti ostale bitne fizikalne veličine moramo pogledati izraz za energiju čestice mase m i količine gibanja p :

$$E^2 = \vec{p}^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (2.2)$$

Vidimo da možemo mjernu jedinicu za masu zapisati kao $\frac{eV}{c^2}$, a mjernu jedinicu količine gibanja kao $\frac{eV}{c}$.

Uzimajući u obzir pretpostavke iz (2.1) gornju relaciju možemo zapisati kao:

$$E^2 = \vec{p}^2 + m^2, \quad (2.3)$$

iz čega onda jasno vidimo kako su tada količina gibanja i masa izražene istim mjernim jedinicama kao i energija to jest da su u elektronvoltima.

Mjerne jedinice koje ćemo mi najčešće koristiti su MeV i GeV ($1MeV = 10^6 eV$ i $1GeV = 10^9 eV$).

2.3.2 Količina gibanja

Jedna od najvažnijih veličina u fizici, a pogotovo u fizici čestica je količina gibanja. Još u klasičnoj fizici ona je definirana kao produkt mase nekog objekta i njegove brzine:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (2.4)$$

Zbog toga što se nalazimo u trodimenzionalnom prostoru vektor brzine pa time i vektor količine gibanja, imaju tri komponente, za svaku dimenziju po jednu komponentu. Čestice u promatranim eksperimentima su relativističke (njihova energija puno je veća od energije mirovanja, to jest mase $E \gg m$). To nam saznanje dopušta da pređemo u relativističku notaciju. Prelaskom u relativističku notaciju količini gibanja dodajemo još jednu komponentu. Dodatnu

komponentu dobivamo jer sada promatramo četverodimenzionalni prostor umjesto trodimenzionalnog, a dodatna dimenzija trodimenzionalnom prostoru je vrijeme. Takav prostor se zove prostor Minkowskog [3]. Notacija količine gibanja sada postaje:

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = (E, p_x, p_y, p_z), \quad (2.5)$$

gdje μ označava indeks kontravarijantnog četverovektora p .

Uz ovako definiranu količinu gibanja važno nam je pogledati dvije specifične vrijednosti koje se mogu izvući iz njega i koje će nam biti od velike koristi u daljnjim razmatranjima. To su iznosi transverzalne količine gibanja p_T i zadnje komponente kontravarijantnog vektora, to jest p_z .

Transverzalna količina gibanja je količina gibanja koju ima čestica u ravnini okomitoj na pravac sudara. Pravac sudara je onaj pravac na kojem čestica projektil udara metu te se po konvenciji uzima da je to z os. Zbog toga nam je važna komponenta količine gibanja p_z jer nam ona upravo govori o količini gibanja na osi sudara. Iznos transverzalne količine gibanje definiran je kao:

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (2.6)$$

2.3.3 Rapidity i pseudorapidity

Veličina koja se često promatra u sudarima čestica je rapiditet. Ona se definira kao:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}, \quad (2.7)$$

gdje je E energija čestica definirana u (2.3), a p_z komponenta količine gibanja u z smjernu. Posebnost z smjera je ta što se on uzima kao smjer na kojem se događa sudar, to jest kao smjer upadnog snopa projektila na metu. Rapidity je bezdimenzionalna veličina i može poprimiti vrijednosti od $-\infty$ do $+\infty$ te ima dodatno svojstvo da je za nerelativističku česticu, koja se giba duž z osi, jednak brzini [4]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{m + mv_z}{m - mv_z} \approx v_z. \quad (2.8)$$

U slučaju Lorentzove transformacije (tzv. boost), rapiditet se promijeni tako da dobije aditivnu konstantu. Ovo nam znači kako je razlika rapiditeta dviju čestica invarijantna na Lorentzovu transformaciju duž z osi [4].

Iako nam je rapiditet veličina koja je Lorentz invarijantna nije nam je lako mjeriti jer bismo morali poznavati energiju i količinu gibanja u smjeru sudara čestice kako bismo joj mogli

izračunati rapiditet. Zbog toga se uvodi druga varijabla koju je lakše mjeriti, a zove se pseudorapiditet. Za označavanje pseudorapiditeta koristit ćemo oznaku η . Izraz za pseudorapiditet je:

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}, \quad (2.9)$$

gdje je θ kut između vektora količine gibanja i osi sudara, u našem slučaju z osi. U slučaju kada imamo čestice visokih energija pseudorapiditet postaje isto što i rapiditet i zbog toga ima takav naziv [4]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{\sqrt{p^2 + m^2} + p \cos(\theta)}{\sqrt{p^2 + m^2} - p \cos(\theta)}. \quad (2.10)$$

Slučaj visokih energija podrazumijeva da vrijedi $p \gg m$ pa gornji izraz postaje:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{p + p \cos(\theta)}{p - p \cos(\theta)} = -\ln \left[\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] = \eta. \quad (2.11)$$

Ako eksperimentalno izmjerimo kut, možemo izračunati pseudorapiditet, a onda iz njega rapiditet koristeći sljedeću relaciju [4]:

$$y = \ln \frac{\sqrt{m^2 + p_T^2} \cosh^2 \eta + p_T \sinh \eta}{\sqrt{m^2 + p_T^2}} \quad (2.12)$$

3 GiBUU transportni model

3.1 Općenito o GiBUU-u

Za proučavanje pionski induciranih reakcija u ovom radu koristimo Giessen Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck transportni model ili skraćeno GiBUU [5]. Transportni modeli imaju zajedničku karakteristiku mikroskopskog pristupa u kojem sudare čestica promatraju u malim vremenskim koracima u kojima se prati evolucija BUU jednadžbi (vidjeti odjeljak 3.4 BUU jednadžbe).

BUU jednadžbe, koje se mogu izvesti iz Kadanoff-Baym jednadžbi [6], opisuju vremensku evoluciju Wignerove transformacije Greenove funkcije. Wignerova transformacija predstavlja generalizaciju klasične gustoće faznog prostora. Za svaku vrstu čestica dobijemo jednu jednadžbu. Sve jednadžbe su povezane preko više različitih članova koji predstavljaju raspršenja i ukupna polja koja su uključena u Hamiltonijane [7].

Unutar GiBUU modela uključeni su 61 barionsko i 31 mezonsko stanje. Potrebni parametri temelje se na Manley analizi [8] i kompilaciji Particle Data Groupa [9]. Stranica Particle Data Groupa (tzv. PDG) s listama čestica može se naći na [10].

Program možemo koristiti prilikom ispitivanja elementarnih reakcija, kao npr. pion – jezgra, pri sudaru teških iona u MeV i GeV režimu energija te pri sudaru fotona, elektrona i neutrina s jezgrama.

Sam GiBUU kod napisan je u Fortranu 2003 i omogućuje korisniku potpunu kontrolu nad čitavom evolucijom reakcija.

GiBUU kod je nastao kao rezultat rada kolaboracija ljudi s različitih instituta: Institut za teorijsku fiziku Justus-Liebig, -Sveučilište Giessen - Institut za napredne studije, Frankfurt; - Institut za teorijsku fiziku, Goethe sveučilište Frankfurt i Odjel za fiziku, Aristotle sveučilište Thessaloniki.

3.2 Instalacija programskog paketa

Transportni model GiBUU moguće je instalirati na Linuxu, Windowsima i Mac operativnom sustavu (OS-u) Ostali operativni sustavi nisu testirani pa je otvorena mogućnost valjanosti programa. U nastavku ćemo se fokusirati na instalaciju GiBUU-a na Linux OS-u zbog jednostavnosti same instalacije i iz razloga što je cijeli rad napravljen u OS Linux.

Program je moguće dobiti direktno s glavne stranice GiBUU projekta (<https://gibuu.hepforge.org/trac/wiki/download>) ili preko službene stranice GiBUU-a na github-u (<https://github.com/gibuu/>). Preko github-a je dostupna verzija GiBUU_17, a preko glavne stranice GiBUU_19. Mi ćemo se fokusirati na instalaciju GiBUU-a s glavne stranice.

Prije same instalacije potrebno je provjeriti imamo li instalirano sve što je potrebno za pravilno funkcioniranje GiBUU-a. Prvo što trebamo imati je Fortran prevoditelj (kol. kompajler od eng. compiler) jer je cijeli GiBUU kod napisan u Fortranu. Neki od podržanih Fortran kompajlera su: Intel Fortran Compiler (verzija 12 ili viša), GCC/gfortran (verzija 4.6 ili viša), sunf95 (Oracle Developer Studio 12.5), itd.

Uz kompajler potrebno je imati GNU make koji pokreće sam proces pokretanja koda. GNU make se nalazi u osnovama Linuxa te ga je moguće, ako nedostaje, instalirati pomoću nekoliko naredbi unutar terminala. Prvo treba pokrenuti terminal te u njemu napisati sljedeće naredbe redom:

```
sudo apt-get update
```

```
sudo apt-get upgrade
```

```
sudo apt-get install buil-essential.
```

Cijeli kod je međusobno povezan datotekom Makefile koja, nakon što je pokrenuta, stvara potrebne ovisnosti. Generiranje ovisnosti vrši se programom *Perl* ili *makedepf90* te je potrebno imati jedan od njih instaliran. Pri uputama za instalaciju zahtjeva se da uz spomenute programe imamo i vanjsku biblioteku *libbzip2* kako bi GiBUU mogao funkcionirati. Ime biblioteke je zastarjelo te se sada može pronaći pod imenom *bzip2*. Preuzimanje je moguće sa stranice: <https://sourceforge.net/projects/bzip2>.

Preuzeta datoteka bit će u zapakiranom obliku s imenom sličnim kao *bzip-1.06.tar.gz*. Tu datoteku potrebno je raspakirati i preko terminala se prebaciti u nju. Tada je potrebno stvoriti datoteku *libbz2.a* jednostavnom naredbom u terminalu:

```
make libbz2.a .
```

Time je gotova faza pripreme za instalaciju GiBUU programa. Kao sistematična provjera potreba instalacije može pomoći slijedeća lista:

1. Fortran kompajler
2. GNU make
3. Perl ili makedepf90
4. libbzip2.

Više informacija o instalaciji te podržanim i nepodržanim kompajlerima nalazi se na [11].

Nakon što smo zadovoljili sve potrebe programa GiBUU možemo se posvetiti instalaciji. Prvo trebamo odabrati neki direktorij za instalaciju. Važno je napomenuti kako u adresi direktorija ne smije postojati neko ime s razmakom jer se GiBUU neće moći pokrenuti. Posebno treba obratiti pozornost na nazive koji nisu na engleskom jeziku jer se može dogoditi da se neka engleska riječ npr. "Desktop" prevede s "Radna površina" što onda uzrokuje da sve što instaliramo na radnoj površini u stazi ima razmak što će uzrokovati nefunkcioniranje programa.

Nakon što smo odabrali direktorij u njemu trebamo kreirati novu mapu GiBUU. U terminalu se to postiže jednostavnim naredbom

```
mkdir GiBUU.
```

Nakon toga uđemo u novostvoreni direktorij naredbom

```
cd GiBUU.
```

Zatim preuzmemo kod naredbom

```
wget --content-disposition https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=release2019.tar.gz
```

i preuzetu datoteku raspakiramo naredbom

```
tar -xvzf release2019.tar.gz .
```

Nakon preuzetih i raspakiranih datoteka glavnog koda moramo preuzeti i raspakirati ulazne datoteke. To radimo naredbama:

```
wget --content-disposition https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=buuinput2019.tar.gz
```

```
tar -xvzf buuinput2019.tar.gz .
```

Dodatno možemo preuzeti biblioteke koje nam omogućuju da nam izlazne datoteke budu u ROOT formatu. Za taj dodatak pišemo naredbu:

```
wget--content-disposition
```

```
https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=libraries2019\_RootTuple.tar.gz
```

```
tar -xvzf libraries2019_RootTuple.tar.gz .
```


Ovim naredbama završili smo preuzimanje koda GiBUU te nam ostaje kompajliranje i pokretanje.

Ako smo pratili navedene korake dobili smo mapu GiBUU i u njoj mapu radne verzije, u našem slučaju zvanu *release2019*. U njoj ćemo obavljati sav naš rad.

Kako bismo uspješno kompajlirali kod prvo je potrebno kopirati datoteku koju smo napravili u odjeljku 3.2., *libbz2.a* i premjestiti je na adresu `~/GiBUU/release2019/objects/LIB/lib`. Ako imamo neku drugu verziju koda samo će nam biti drukčije ime radne verzije, tj. bit će neko drugo ime mape *release2019*. Nakon što smo to napravili trebamo se vratiti u radnu verziju koda `~/GiBUU/release2019/` i tu u terminalu napisati jednostavnu naredbu:

make

koja kompajlira cijeli GiBUU kod. Više naredbi za kompajliranje, kao odabir kompajlera i načina otkrivanja pogrešaka (debugging, eng.) možemo pronaći opisane u datoteci `README.Makefile.txt`. Uspjeh kompajliranja vidi se stvaranjem izvršnog koda `GiBUU.x` na adresi `~/GiBUU/release2019/testRun`.

Sumirano, za jednostavniju i sistematičniju instalaciju možemo se poslužiti slijedećim koracima:

1. `mkdir GiBUU`

`cd GiBUU`

2. Unutar GiBUU-a

`wget --content-disposition https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=release2019.tar.gz`

`tar -xzf release2019.tar.gz`

`wget --content-disposition https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=buuinput2019.tar.gz`

`tar -xzf buuinput2019.tar.gz`

`wget --content-disposition`

`https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=libraries2019_RootTuple.tar.gz`

`tar -xzf libraries2019_RootTuple.tar.gz`

3. Kopirati *libbz2.a* u `~/GiBUU/release2019/objects/LIB/lib`

4. `cd ~/GiBUU/release2019/`

`make`

3.3 Korištenje i primjena

Nakon preuzimanja i instalacije ostaje nam samo još pogledati na koji način se koristi program GiBUU. Kao što smo vidjeli stvorili smo izvršni kod GiBUU.x. Njega se pokreće na način da se uđe u direktorij gdje se on nalazi i da se u terminalu napiše naredba `./GiBUU.x < jobCard`, gdje je jobCard datoteka sa svim parametrima potrebnim kako bi kod funkcionirao na željeni način. Primjeri tih ulaznih datoteka nalaze se u `~/GiBUU/radna verzija/testRun/jobCards`. Za svaki novi proces koji već nije definiran možemo napraviti novi jobCard i staviti ga u dotičnu mapu s ostalima ili je staviti u mapu s izvršnom datotekom. Ako nam je jobCard u istoj mapi kao i GiBUU.x potrebno je samo navesti ime jobCard-a, ali ako je u mapi jobCards potrebno je navesti cijeli put pa bi naredba za pokretanje izgledala kao: `./GiBUU.x < jobCards/mojJobCard`. Sve izlazne datoteke spremiće se unutar mape `~/GiBUU/release2019/testRun/`, a u terminalu će se ispisivati razni podaci simulacije koje je najjednostavnije preusmjeriti u neki tekstualni dokument da ostanu sačuvani. To možemo napraviti dodatkom jednog dijela u liniju za pokretanje koda: `./GiBUU.x < jobCards/mojJobCard > log.txt`.

Cijeli jobCard služi postavljanju parametara za željenu reakciju. Na početku postavimo općenite parametre ulaznih podataka (inputa), a kasnije pozivamo razne imenske liste koje su nam potrebne i definiramo željene parametre. Pregled imenskih lista možemo naći na [12], a primjer jednog jobCarda u Dodatku A.

Iduće poglavlje posvetit ćemo jednadžbama koje se koriste u GiBUU programu.

3.4 BUU jednadžbe

U ovom odjeljku opisat ćemo jednadžbe koje definiraju evoluciju sustavu u GiBUU programu. Ako označimo funkciju raspodjele čestica slovom $f(x,p)$ gdje su: $x = (t, \vec{x})$ i $p = (E, \vec{p})$ tada je broj čestica u volumenu faznog prostora položaja i impulsa jednak:

$$\Delta N = f(x,p)\Delta^3x\Delta^3p. \quad (3.1)$$

Sada možemo za svaku česticu imati funkcije raspodjele ($f_\Delta, f_\pi, f_\lambda, itd.$) i možemo promatrati broj raznih čestica u volumenu faznog prostora [13].

Ako želimo opisati interakciju svih čestica moramo krenuti s jednadžbom kontinuiteta za neinteragirajuće čestice koje se ne sudaraju:

$$p^\mu \partial_\mu f(x,p) = 0, \quad (3.2)$$

gdje nam je p^μ definirano relacijom (2.5). Operator ∂_μ jednak je: $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla\right)$ [4].

Uzimajući u obzir sudare dobivamo tzv. Boltzmannovu jednadžbu:

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = C(x, p). \quad (3.3)$$

Član na desnoj strani opisuje sudar i sastoji se od dva člana, jednoga koji opisuje dobitak i jednoga koji opisuje gubitak:

$$C(x, p) = C_g(x, p) + C_d(x, p). \quad (3.4)$$

Ako sada dodamo pretpostavku da se svaka čestica giba u usrednjenom polju ostalih čestica, a zanemarimo činjenicu da postoje sudari, dobivamo izraz:

$$\left\{ \partial_t + (\nabla_p E) \nabla_r - \left((\nabla_r E) \nabla_p \right) \right\} f(x, p) = 0. \quad (3.5)$$

Ovo je tzv. Vlasova [13] jednadžba koja opisuje propagaciju čestica kroz usrednjeno polje bez sudara. Uzmemo li sada u obzir Boltzmannovu (3.3) jednadžbu i Vlasovu (3.5) jednadžbu napokon dobivamo Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU, nekad zvanu i VUU) jednadžbu:

$$\left(\partial_t + (\nabla_{\vec{p}} H_i) \nabla_{\vec{r}} - (\nabla_{\vec{r}} H_i) \nabla_{\vec{p}} \right) f_i(\vec{r}, t, \vec{p}) = C[f_i, f_j, \dots]. \quad (3.6)$$

Svaki indeks i predstavlja jednu vrstu čestica tako da za svaku vrstu čestica imamo po jednu jednadžbu. Hamiltonijan u jednadžbi (3.6) predstavlja Coulombovu interakciju i usrednjeno polje hadronske interakcije ostalih čestica na vrstu čestice i . Izraz C na desnoj strani opisuje sudare čestica u koji su uključeni elastični i neelastični dio te opisuje raspade čestica. Također uključuje kvantni efekt Paulijeovog blokiranja [14]. Član C sastoji se od tri dijela:

$$C(x, p) = C_1(x, p) + C_2(x, p) + C_3(x, p) + \dots. \quad (3.6)$$

Prvi član ($C_1(x, p)$) opisuje raspade jedne na dvije ili tri čestica, a drugi i treći član predstavljaju dvočestične i tročestične sudare. U jednadžbi (3.7) postoje članovi višeg reda, ali su zanemareni jer ne dolaze do izražaja osim u visokim gustoćama [13].

3.5 Rješenja BUU jednadžbe

Kako bismo riješili BUU jednadžbu (3.5), koja je vremenski ovisna diferencijalna jednadžba prvog reda, trebamo definirati početne uvjete. Definicija početnih uvjeta znači odrediti raspodjelu u faznom prostoru za svaku vrstu čestica u trenutku $t = 0$ fm/c, tj. trebamo pronaći $f_i(\vec{r}, t = 0, \vec{p})$. Neke od korištenih funkcija raspodjela su: Woods-Saxon, Hartree-Fock i Thomas-Fermi. Svaka od tih raspodjela koristi se za jednu vrstu čestica: protone, neutrone, itd. Nakon postavljanja raspodjele za svaku česticu, BUU jednadžbu rješavamo korištenjem probnih čestica. [14]

Ukupnu gustoću faznog prostora postavljamo kao sumu delta funkcija:

$$f_i(\vec{r}, t, \vec{p}) \propto \sum_i^{N_i(t)} \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)), \quad (3.7)$$

gdje $\vec{r}_i(t)$ i $\vec{p}_i(t)$ predstavljaju položaj i impuls čestice i u vremenskom trenutku t , a $N_i(t)$ predstavlja broj i -tih probnih čestica u vremenskom trenutku t [13]. Kako se mijenja gustoća mijenja se i broj probnih čestica i da bi se postiglo što bolje rješenje, koje je zapravo potpuna gustoća faznog prostora, potreban je veliki broj probnih čestica.

4 Rezultati i rasprava

U ovom radu promatrat ćemo sudare snopa piona i različitih meta. Za upadnu zraku koristit ćemo negativno nabijene pione, a korištene mete su: ugljik, aluminij, bakar i olovo. Za svaku od meta promatrat ćemo više sudara pri različitim kinetičkim energijama upadnih piona: 1 GeV, 2 GeV, 5 GeV, 10 GeV i 20 GeV.

Važno nam je naglasiti kako ćemo za sve mete postaviti uvjet da su stacionarne i da ćemo kinematiku sudara promatrati u laboratorijskom sustavu. Svi parametri sudara, uključujući stacionarnost meta, sustav promatranja, energiju čestica, itd. definirani su unutar jobCarda kojega priložimo GiBUU programu prilikom pokretanja simulacija. Jedan od korištenih jobCardova, s pripadajućim komentarima parametara, nalazi se u Dodatku A.

Prilikom sudara piona i meta očekujemo produkciju raznih čestica. Unutar GiBUU modela postoje dvije vrste čestica, koje se u programu nazivaju realne i perturbativne čestice. Realne čestice su nukleoni i oni mogu međusobno interagirati, a produkti su opet realne čestice [5]. Perturbativne čestice su one čestice koje nastaju u sudarima i to su čestice koje će nama biti od interesa u ovome radu. Njih ćemo opisati raspodjelama položaja, količina gibanja, rapiditeta, itd. Proces vizualizacije dobivenih rezultata, to jest crtanje raspodjela i histograma obaviti ćemo u programu Gnuplot [15].

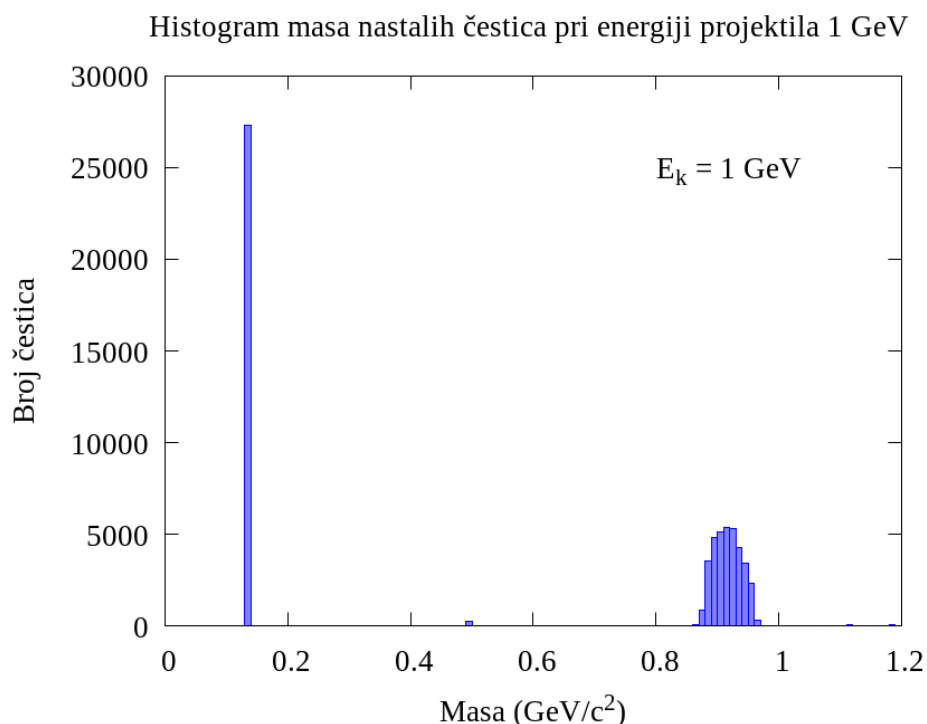
Prvo što nas zanima je koje sve čestice dobivamo prilikom sudara piona i jezgre i pri kojim energijama se javljaju. Da bismo to ispitali odabrat ćemo jezgru ugljika kao metu i izvršit ćemo sudare pri svakoj od spomenutih energija upadnog snopa.

Unutar priloženog jobCarda u imenskoj listi koja definira ulazne parametre (*input*) vrijednost *bool* parametra (parametar koji poprima dvije vrijednosti, ili je istinit (eng. true, skraćeno T) ili je neistinit (eng. false, skraćeno F)) *printParticleVectors* postavimo na T što nam uzrokuje ispisivanje raznih izlaznih datoteka koje će nam biti od velike koristi. Jedna od njih je *PertParticles_Final_mom* koja nam govori sve o četverovektoru količine gibanja (2.5) finalnih perturbativnih čestica koje su nastale u našem procesu. Uz te podatke datoteka sadrži i ID (identifikacijski broj) svake čestice, tako da svaku našu pretpostavku o nastalim česticama možemo provjeriti i potvrditi koristeći se spomenutom datotekom. Koristeći relaciju (2.3) možemo pomoću energije i količine gibanja pronaći masu svake čestice. Masa čestice definira o kojoj se čestici radi, a listu masa čestica i njihovih osnovnih svojstava unutar programa GiBUU možemo pronaći na [16]. Kako bismo vidjeli koliko kojih čestica nastaje napraviti ćemo histogram mase svih čestica koje su prisutne na kraju simulacije. Važno nam je još naglasiti kako smo svako raspršenje na meti ugljika promatrali s 200 ansamblova (*numEnsembles*), vremenskim korakom od 0.2 fm/c (*numTimeSteps*), brojem vremenskih koraka 50 (*numTimeSteps*) i brojem testnih čestica, tj. brojem piona po ansamblu od 100 (*nTestparticles*).

Nakon što pronađemo koje čestice nam se javljaju u raspršenjima varirat ćemo ove parametre da vidimo ima li promjene u konačnim rezultatima i ako ima, diskutirat ćemo koje su to promjene i u kojoj mjeri su one značajne.

4.1 Reakcije na meti ugljika

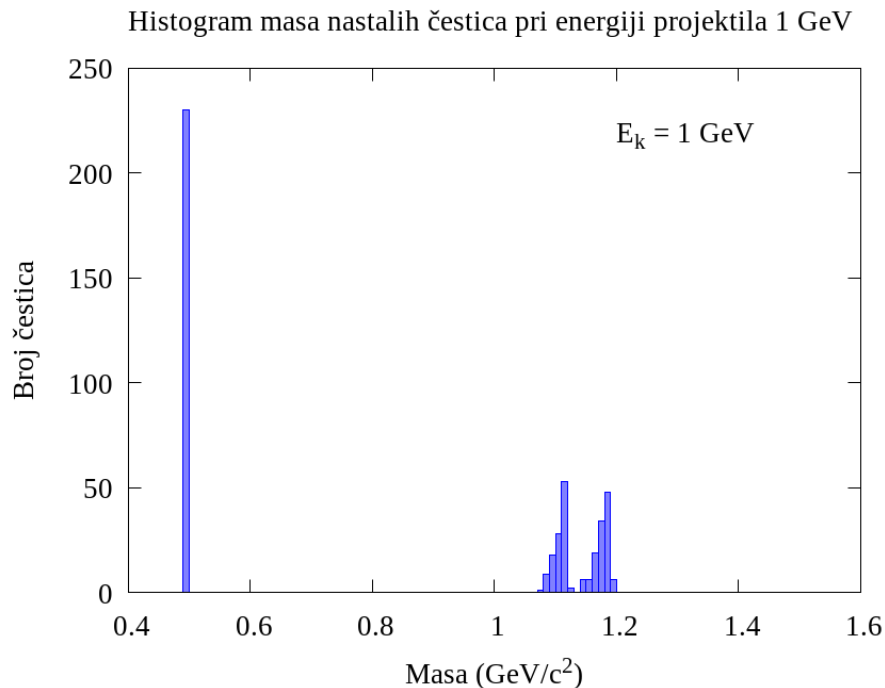
Za početak, kao što smo ranije rekli, biramo metu ugljik ($^{12}_6\text{C}$) i promatramo osnovne osobine raspršenja. Prvenstveno moramo pogledati koje čestice se javljaju pri promatranom raspršenju:



Slika 2. Histogram masa svih čestica na kraju simulacije raspršenja snopa piona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji piona od 1 GeV. Ovaj histogram, kao i svi ostali histogrami i slike, napravljen je u programu Gnuplot [15].

Na slici 2. možemo primijetiti kako većina čestica koje nastaju imaju mase oko 0.14 GeV i oko 0.9 GeV. Ako pogledamo popis čestica programa GiBUU [16], i pogledamo mase, vidimo kako prvi vrh u histogramu odgovara pionima čija je masa 0,138 GeV, a drugi vrh odgovara nukleonima (protonima i neutronima) koji imaju masu od 0,938 i 0,939 GeV redom. Nukleoni su u programu prikazani kao jedna čestica s ID-om 1, a razliku protona i neutrona vidimo u naboju koji se također ispisuje u izlaznim datotekama.

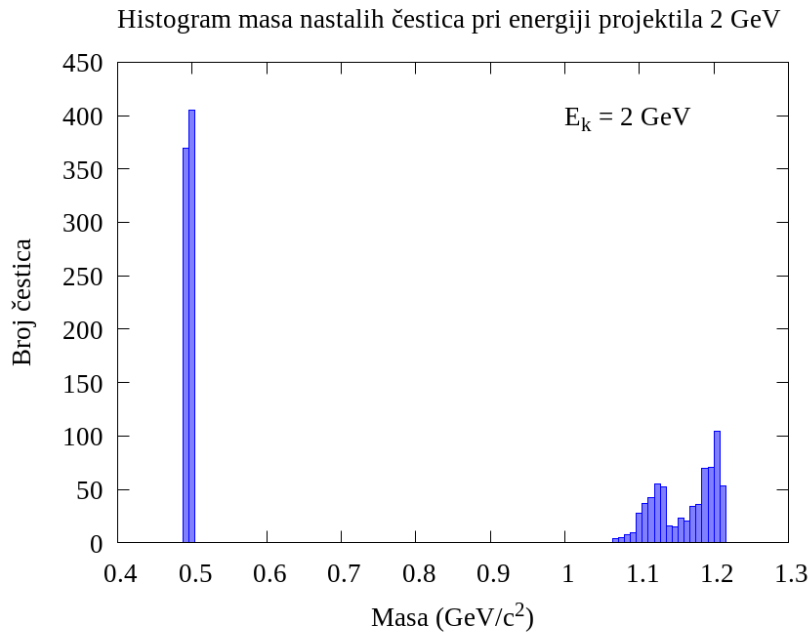
Sada kada znamo što nam predstavljaju dva najveća vrha možemo ih ukloniti za daljnja razmatranja, tj. možemo promotriti istu reakciju samo što nećemo crtati na histogramu piona i nukleone kako bismo dobili bolji pregled ostalih čestica koje nastaju. Kada to napravimo za energiju od 1 GeV imamo:



Slika 3. Histogram masa nastalih čestica u procesu raspršenja snopa negativnih piona kinetičke energije 1 GeV na jezgri ugljika. Histogram ne sadrži nastale pione i nukleone. Vizualizacija histograma obavljena je u programu Gnuplot [15].

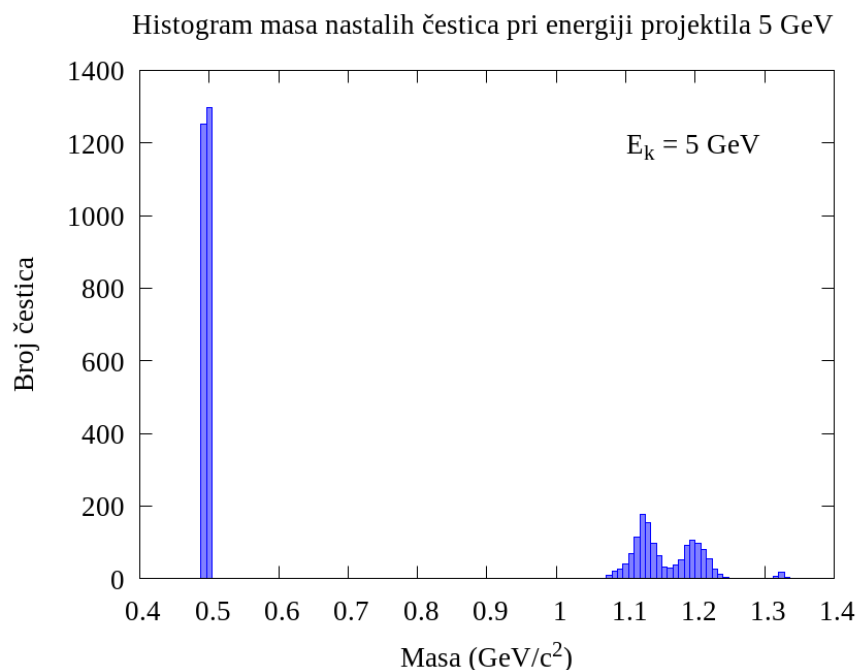
Sa slike 3. jasno se vidi kako postoje tri izražena vrha s najvećim brojem čestica. Ta tri vrha odgovaraju trima česticama nastalima u raspršenju negativnih piona kinetičke energije 1 GeV na jezgri ugljika. Ako pogledamo listu čestica [16] jasno se vidi kako smo dobili čestice: kaon (K , masa: 0.4960 GeV), lambda barion (Λ , masa: 1.116 GeV) i sigma barion (Σ , masa: 1.189 GeV). Sve ove čestice stabilne su unutar GiBUU programa jer im je prosječno vrijeme života dulje od prosječnog vremena trajanja simulacije. Glavne osobine spomenutih čestica te njihove kanale raspada u prirodi možemo pogledati na [10].

Povećanjem kinetičke energije upadnog snopa na 2 GeV zanima nas hoćemo li dobiti neku novu česticu.



Slika 4. Histogram masa nastalih čestica u procesu raspršenja snopa negativnih piona kinetičke energije 2 GeV na jezgri ugljika. Histogram ne sadrži nastale pione i nukleone.

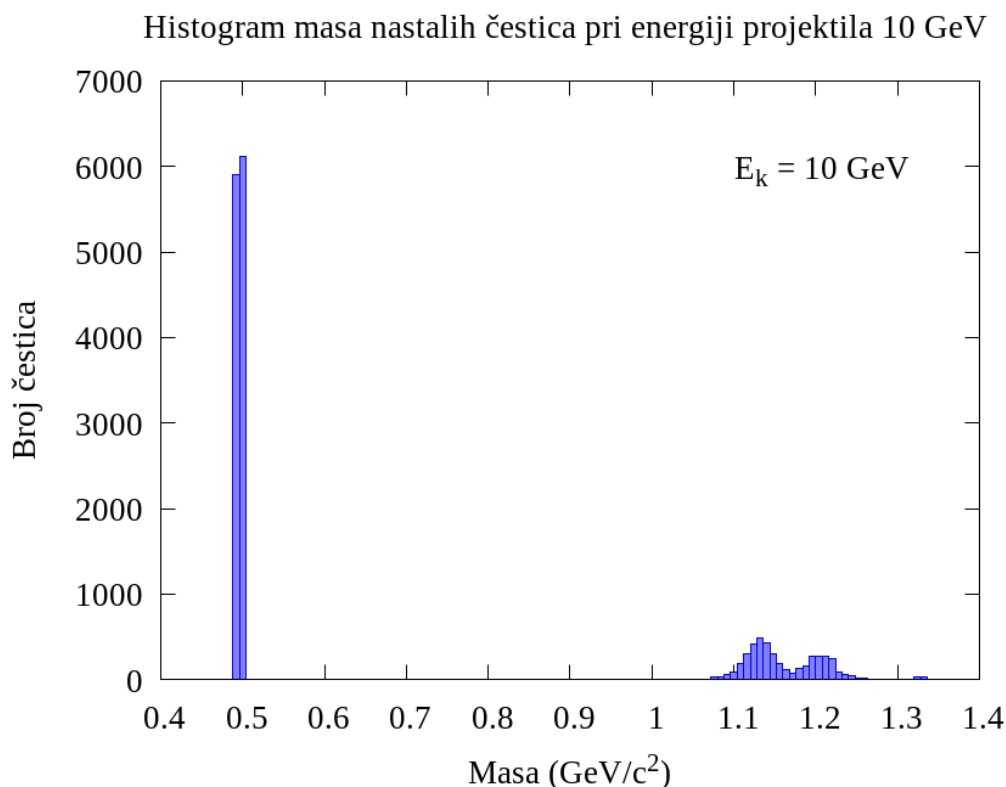
Ako pogledamo sliku 4. možemo primijetiti kako imamo dva vrha oko 0.49. Ti vrhovi predstavljaju kombinaciju kaona različitog naboja K^\pm, K^0 i \bar{K} . Njihove mase su: 0.494, 0.496 i 0.496 GeV redom [10]. Povećavajući kinetičku energiju na 5 GeV imamo:



Slika 5. Histogram masa nastalih čestica u procesu raspršenja snopa negativnih piona kinetičke energije 5 GeV na jezgri ugljika. Kao i u ranijim primjerima histogram ne sadrži nastale pione i nukleone.

Na slici 5. možemo primijetiti kako, uz već poznate produkte iz prijašnjih raspršenja, nastaje i nova čestica. Broj produkata nove čestice je mali, a masa joj je nešto veća od 1.3 GeV . Ako pogledamo listu čestica [16] i pogledamo ID čestice u izlaznoj datoteci, možemo zaključiti da se radi o čestici Xi (Ξ , masa: 1.315 GeV).

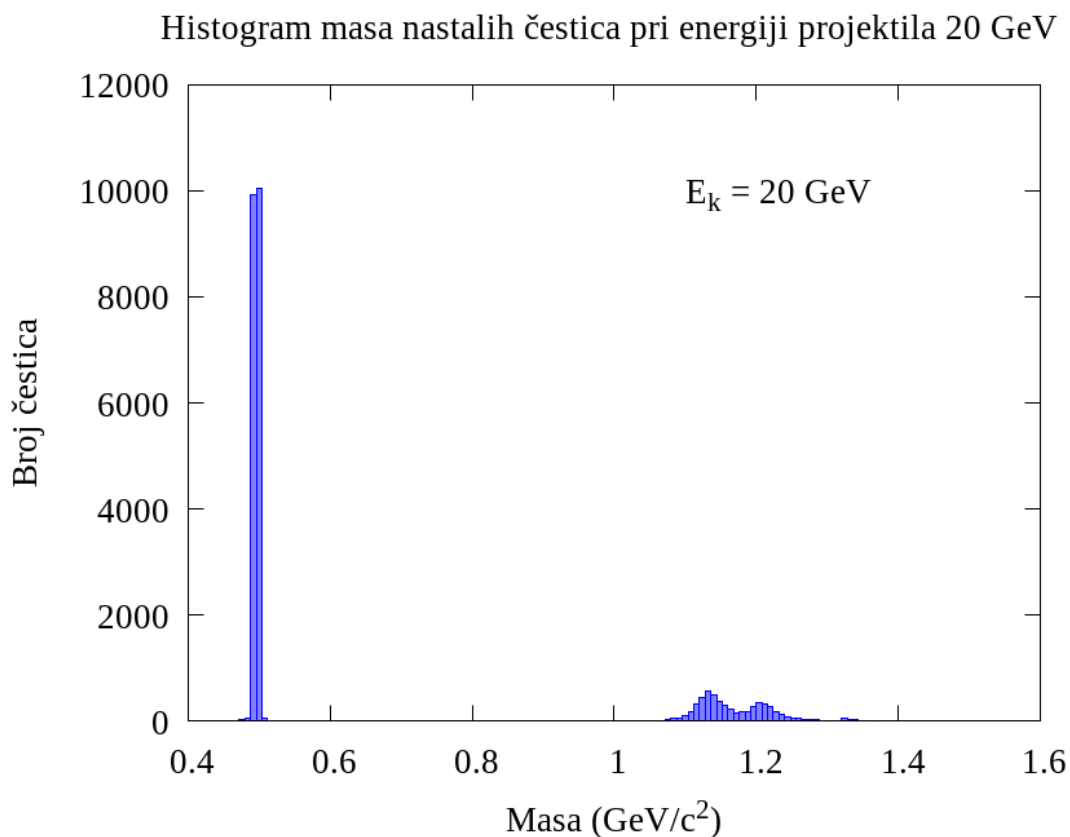
Dalje povećavajući kinetičku energiju projektila do 10 GeV imamo:



Slika 6. Histogram masa nastalih čestica u procesu raspršenja snopa negativnih piona kinetičke energije 10 GeV na jezgri ugljika. Kao i u ranijim primjerima histogram ne sadrži nastale pione i nukleone.

Vidimo kako histogram sa slike 6. sadrži sličnu raspodjelu kao i histogram sa slike 5. Uspoređujući histograme mogli bismo zaključiti kako nije niti jedna nova čestica nastala, ali uzimajući u obzir da u izlaznoj datoteci imamo i ID čestica, možemo provjeriti postoji li koja čestica koju do sada nismo vidjeli. Kada to napravimo vidimo da postoji nova čestica. To je delta (Δ , masa: 1.232 GeV). Zbog malog broja nastalih delti nismo je odmah mogli primijetiti na histogramu, a njena masa nam ne olakšava stvar jer je blizu mase sigma čestice. Red veličine nastalih delta čestica je 10^1 . Još jedan važan razlog zbog kojeg je delta česticu teško primijetiti je taj što je ona u GiBUU programu nestabilna i brzo se raspada na π i nukleon. Vrijeme života joj je reda veličine 10^{-24} s [10].

Povećavajući kinetičku energiju na 20 GeV imamo:



Slika 7. Histogram masa nastalih čestica u procesu raspršenja snopa negativnih piona kinetičke energije 20 GeV na jezgri ugljika. Kao i u ranijim primjerima histogram ne sadrži nastale pione i nukleone.

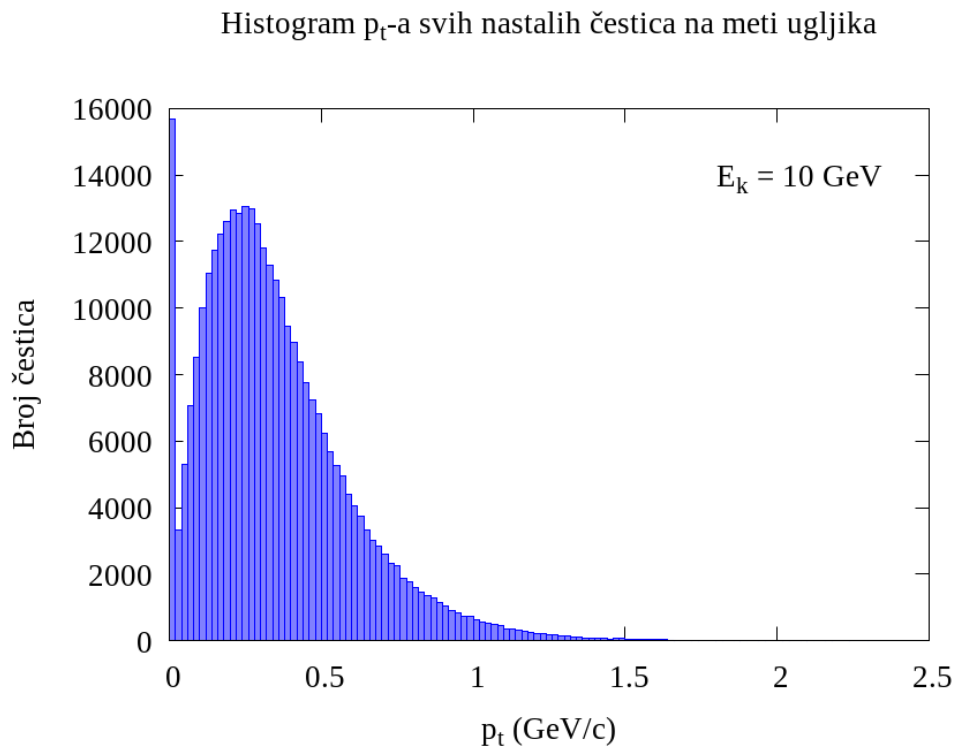
Na slici 7. nema nikakvih razlika s obzirom na sliku 6. iz čega zaključujemo kako povećanjem energije nisu nastale nove, nego da imamo sve već prije opažene čestice. Možemo zaključiti kako su vrste čestica koje imamo na energiji 20 GeV tipične čestice koje bismo mogli dobiti u reakcijama piona s raznim jezgrama.

Kako bismo sistematizirali vrste čestica i njihove karakteristike, kako su definirane u programu GiBUU, možemo pogledati tablicu 1. Sve čestice koje smo dobili, osim već spomenute delta čestice, stabilne su unutar GiBUU programa, to jest vrijeme života im je veće od prosječnog vremena trajanja simulacije.

Tablica 2. Popis glavnih vrijednosti čestica koje smo dobili prilikom sudara pionskog snopa s metom ugljika. Vrijednosti preuzete sa [16]. U tablici su redom naznačene: oznaka čestice, njezin identifikacijski broj unutar GiBUU programa, tzv. ID, masa, spin, stranost (eng. strangeness) i šarm (eng. charm). Masa je izražena u $\frac{GeV}{c^2}$. Kraj svake čestice, u zagradama, naglašeno je od kojih se kvarakova sastoji.

Čestica	ID broj	Masa GeV/c^2	Spin	Stranost	Šarm
$K(d\bar{s})$	110	0.496	0	1	0
$\bar{K}(\bar{d}s)$	111	0.496	0	-1	0
$\Lambda(uds)$	32	1.116	0.5	-1	0
$\Sigma(uds)$	33	1.189	0.5	-1	0
$\Delta(udd)$	2	1.232	0.5	0	0
$\Xi(uss)$	5	1.315	0.5	-2	0

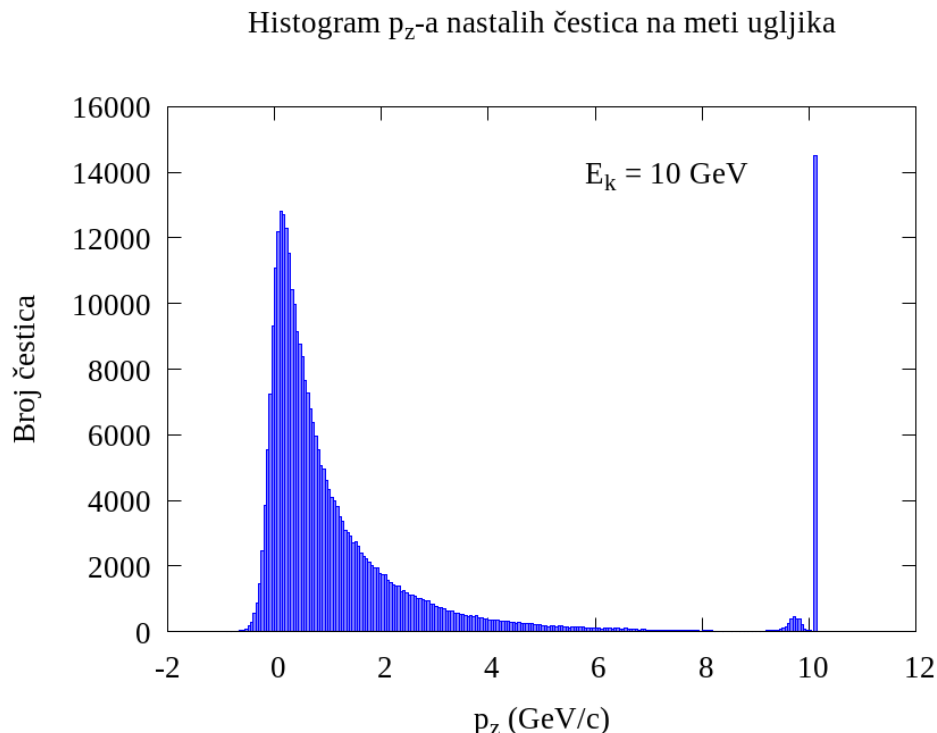
Kada smo opisali čestice koje nastaju na nekoliko energija analizirat ćemo neke od osnovnih veličina kojima najčešće opisujemo stvorene čestice npr. transverzalnu količinu gibanja (pt), longitudinalnu količinu gibanja (pz), rapiditet (y), itd. Ako uzmemo energiju od 10 GeV i pogledamo pt svih nastalih čestica, uključujući pione i nukleone koje imamo na kraju simulacije histogram nam ima oblik:



Slika 8. Histogram svih nastalih čestica prilikom raspršenja piona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji od 10 GeV.

Na gornjoj slici možemo vidjeti oblik raspodjele p_t -a svih nastalih čestica. Možemo primijetiti kako imamo jedan veliki vrh (eng. „*peak*“) raspodjele na $p_t = 0 \text{ GeV}$ što bi nam značilo da imamo puno čestica čiji je $p_t = 0 \text{ GeV}$. To je sasvim logično jer u našem slučaju imamo snop upadnih piona koji idu prema meti koja se nalazi na koordinati (0,0,0). Ako neki pioni promaše metu, njima se transverzalna komponenta količine gibanja ne mijenja, tj. ostaje jednaka nuli. Dakle, ovaj veliki broj čestica predstavlja nam upadne pione koji su promašili metu.

Sada možemo pogledati raspodjelu longitudinalne količine gibanja, tj. količine gibanja u smjeru osi sudara, u ovom slučaju z -osi p_z .



Slika 9. Histogram longitudinalne količine gibanja (p_z) nastalih čestica na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnog snopa piona od 10 GeV.

Na slici 9. možemo vidjeti kako imamo izraženi vrh izvan glavne raspodjele, tj. negdje oko 10 GeV. To možemo objasniti na način da nam je ukupna energija čestice dana izrazom (2.2.), uz prethodno uveden dogovor pišemo $c=1$ i transformacijom spomenute jednadžbe dobijemo izraz za kvadrat količine gibanja:

$$p^2 = E^2 - m^2. \quad (4.1)$$

Budući da se pioni, koji nisu raspršeni na jezgri, nastavljaju gibati duž osi z , transverzalna komponenta njihove količine gibanja jednaka je nuli, što je vidljivo na slici 8., pa je ukupna količina gibanja jednaka longitudinalnoj komponenti, tj. p_z .

Nadalje, raspišemo li ukupnu energiju kao sumu kinetičke energije, koja je u našem slučaju zadana i iznosi 10 GeV, i energije mirovanja mc^2 , tj. m (uz $c=1$), dobijemo:

$$p = \sqrt{(E_k + m)^2 - m^2} \equiv p_z \quad (4.2)$$

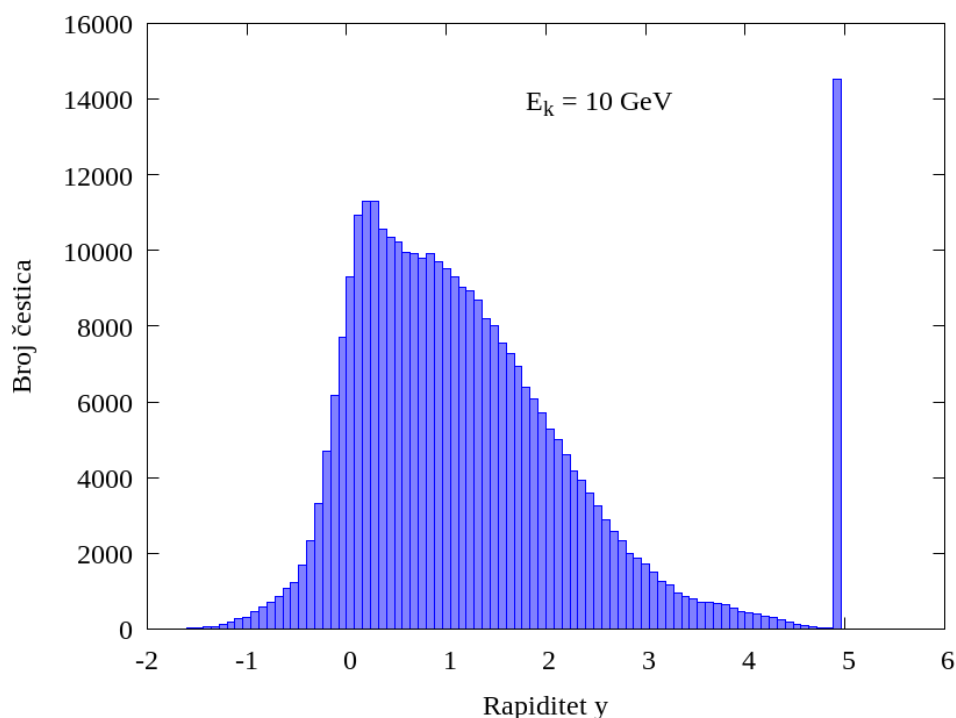
Sređivanjem gornjeg izraza dobije se konačan izraz za p_z :

$$p_z = E_k \sqrt{1 - \frac{2m}{E_k}}. \quad (4.3)$$

Uvrštavanjem vrijednosti za kinetičku energiju 10 GeV te masu negativnih piona iz tablice 1. 0.1396 GeV , dobijemo da je p_z za pione koji nisu raspršeni u reakcijama s metom jednak 10.139 GeV što upravo odgovara vrhu raspodjele na slici 9.

Nakon longitudinalne količine gibanja možemo pogledati rapiditet nastalih čestica.

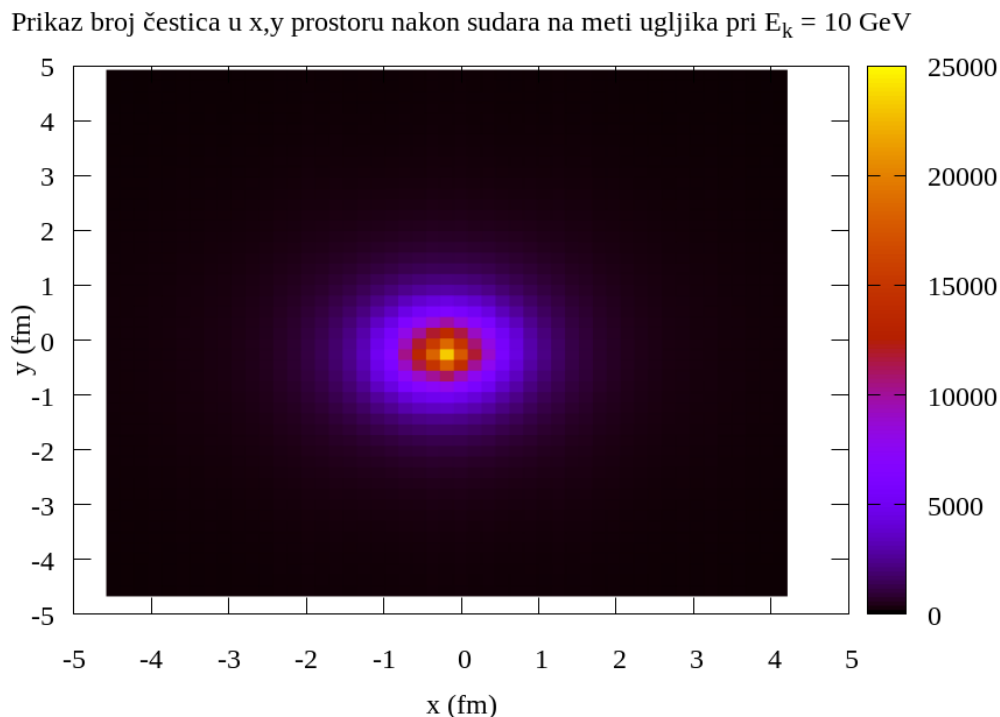
Histogram rapiditeta svih nastalih čestica na meti ugljika



Slika 10. Histogram rapiditeta nastalih čestica na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV .

Izraz rapiditeta definiran nam je sa (2.7). Kao i u histogramu longitudinalne količine gibanja imamo jedan vrh koji je izvan glavne raspodjele, a koji odgovara česticama koje su promašile metu. Ako u relaciju rapiditeta (2.7) ubacimo energiju i longitudinalnu količinu gibanja čestica koje su promašile metu dobijemo broj 4.959 što nam odgovara mjestu na kojem vidimo vrh.

Za kraj ovoga dijela možemo pogledati izgled raspodjele položaja nastalih čestica nakon sudara. Položaj ćemo prikazati na način da ćemo pogledati histogram u x,y ravnini. Boja histograma nam prikazuje brojnost čestica u nekom dijelu prostora.



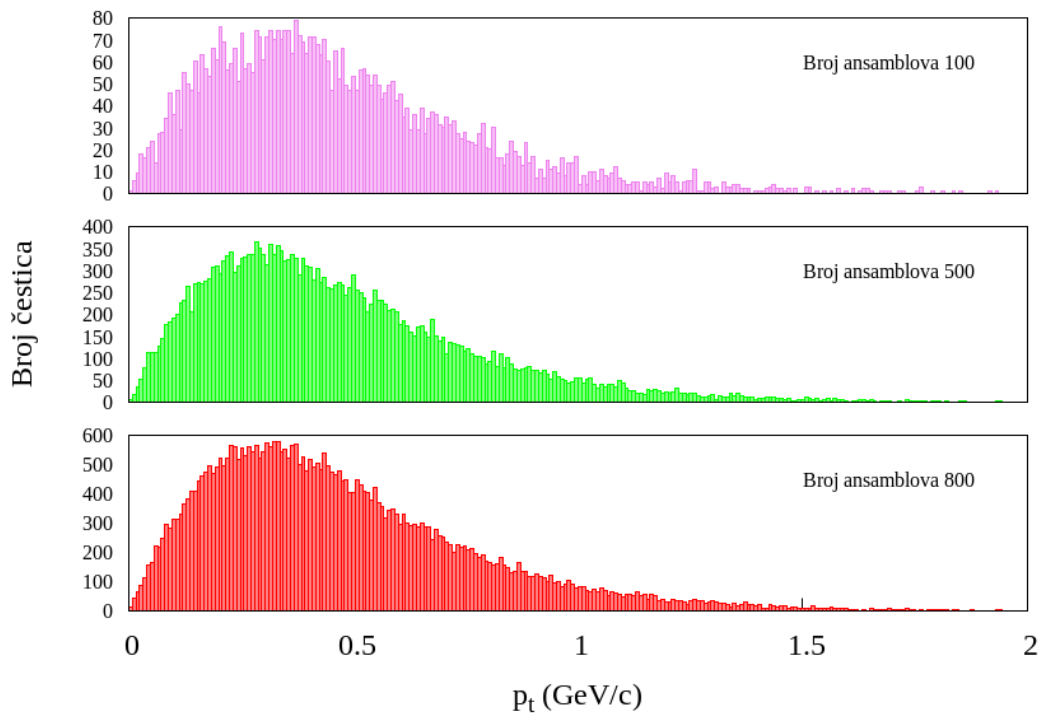
Slika 11. Histogram u dvije dimenzije (x,y) koji prikazuje broj čestica u nekom dijelu prostora oko mete na kojoj se izvršilo raspršenje.

Na slici 11. možemo primijetiti kako se najveći broj čestica nalazi oko mete tj. na koordinatama oko $(0,0)$. Ako povećamo broj vremenskih koraka čestice bi se stigle dalje pomaknuti pa bismo imali širu raspodjelu čestica.

Za nastavak možemo odabrati jednu energiju upadnog snopa i proučiti vrijednosti nekih važnih parametara za sve, ili za neku od čestica. Kako bismo provjerali utjecaj parametara koje smo odabrali prilikom pokretanja simulacije, nacrtane grafove promatrat ćemo za različit broj ansamblova, za različit broj vremenskih koraka i za različit broj čestica upadnog snopa. Odabrat ćemo energiju od 20 GeV jer na njoj imamo najveći broj čestica pa će nam statistika biti najbolja. Za provjeru pogledat ćemo transverzalnu količinu gibanja pri promijeni navedenih parametara. Kao što smo već ranije rekli, transverzalna količina gibanja nam govori o tome koliku količinu gibanja ima čestica u ravnini okomitoj na pravac sudara. Čestice koje promatramo su sve osim piona i nukleona.

Histogram transverzalne količine gibanja nastalih čestica promatramo za tri različite vrijednosti ansamblova:

Histogram transverzalne količine gibanja nastalih čestica na meti ugljika pri 20 GeV



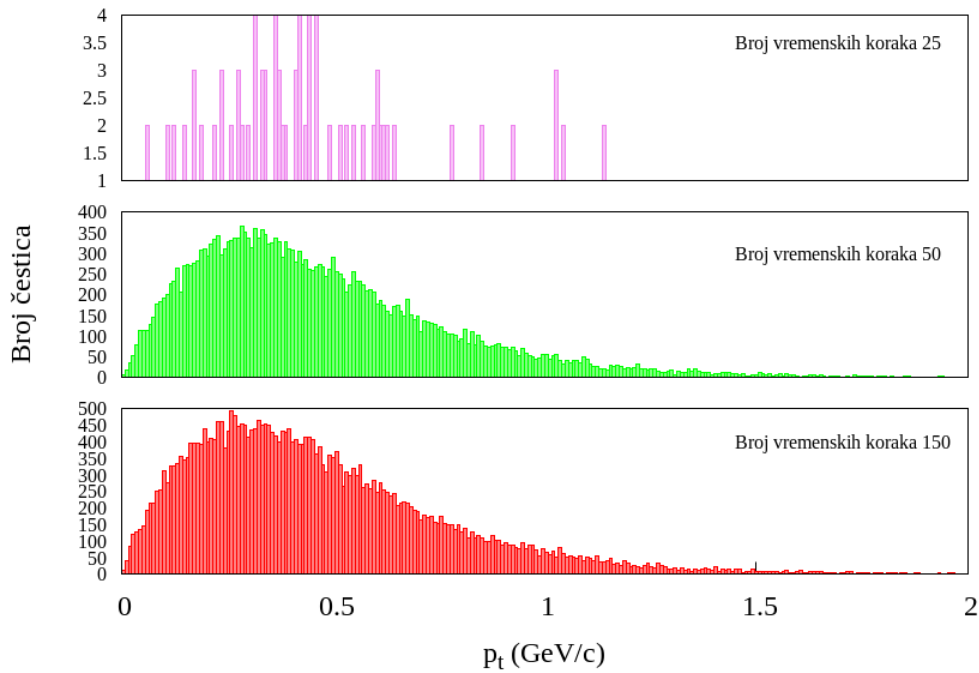
Slika 12. Histogram transverzalne količine gibanja čestica nastalih u raspršenju snopa negativnih piona na meti ugljika pri energiji piona 20 GeV za tri različite vrijednosti ansamblova. Kao i ranije histogram ne prikazuje raspršene pione ni nukleone.

Na slici 12. možemo promotriti kako broj ansamblova utječe na raspodjelu transverzalne količine gibanja. Raspodjela ima sličan oblik u sva tri slučaja, za 100, 500 i 800 ansamblova, a razlika je u broju čestica. Što je veći broj ansamblova u konačnici imamo više nastalih čestica i bolju statistiku. Vidimo kako bi broj ansamblova trebao biti veći od 100 kako bi raspodjela imala gladak, prepoznatljiv oblik.

Nakon različitog broja ansamblova možemo varirati broj vremenskih korak i vidjeti kako raspodjela transverznog momenta tada izgleda. Broj vremenskih koraka nam govori koliko će dugo trajati simulacija jer ako pomnožimo vremenski korak sa brojem vremenskih koraka dobit ćemo ukupno trajanje simulacije. Odabrat ćemo 25, 50 i 150 vremenskih koraka što nam znači da će nam simulacija, uz vremenski korak duljine $0.2 \text{ fm}/c$, trajati $5 \text{ fm}/c$, $10 \text{ fm}/c$ i $30 \text{ fm}/c$ redom.

Pretpostavljamo kako ćemo s većim brojem vremenskih koraka imati i više čestica te bolju raspodjelu.

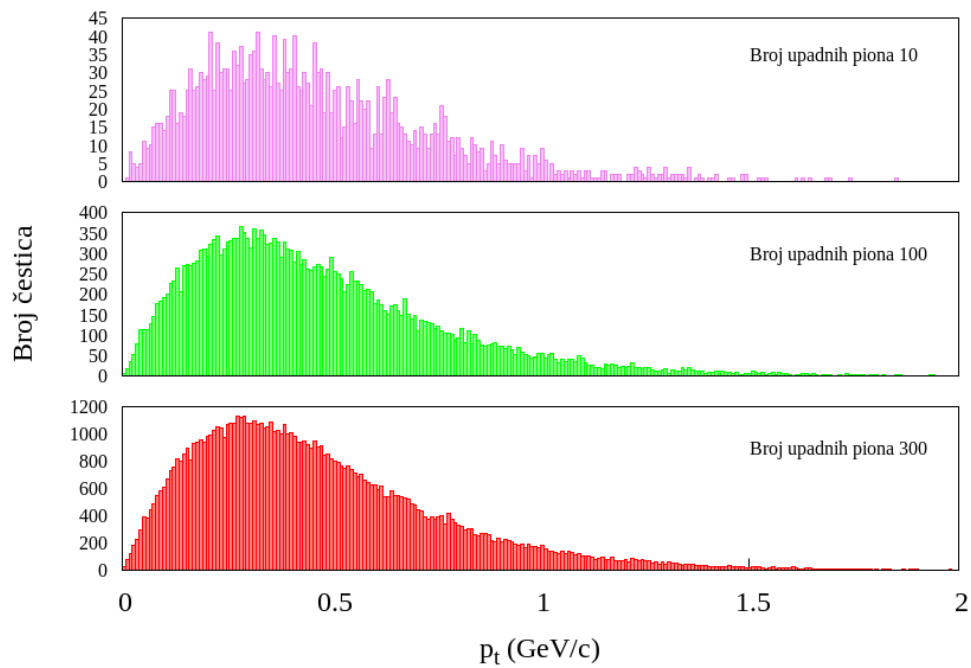
Histogram transverzalne količine gibanja nastalih čestica na meti ugljika pri 20 GeV



Slika 13. Histogrami nastalih čestica za različiti broj vremenskih koraka. Meta je ugljik, a energija je 20 GeV.

Možemo primijetiti na slici 13. kako je točno što smo ranije pretpostavili. Povećanjem broja vremenskih koraka raspodjela postaje bolja i imamo više nastalih čestica. Iduće što ćemo napraviti je fiksirati broj ansamblova i broj vremenskih koraka, a varirati broj testnih čestica, tj. piona. Prvo ćemo ih postaviti na 10, zatim na 100 te naposljetku na 300. Očekujemo da ćemo povećanjem broja upadnih piona imati bolju raspodjelu.

Histogram transverzalne količine gibanja nastalih čestica na meti ugljika pri 20 GeV

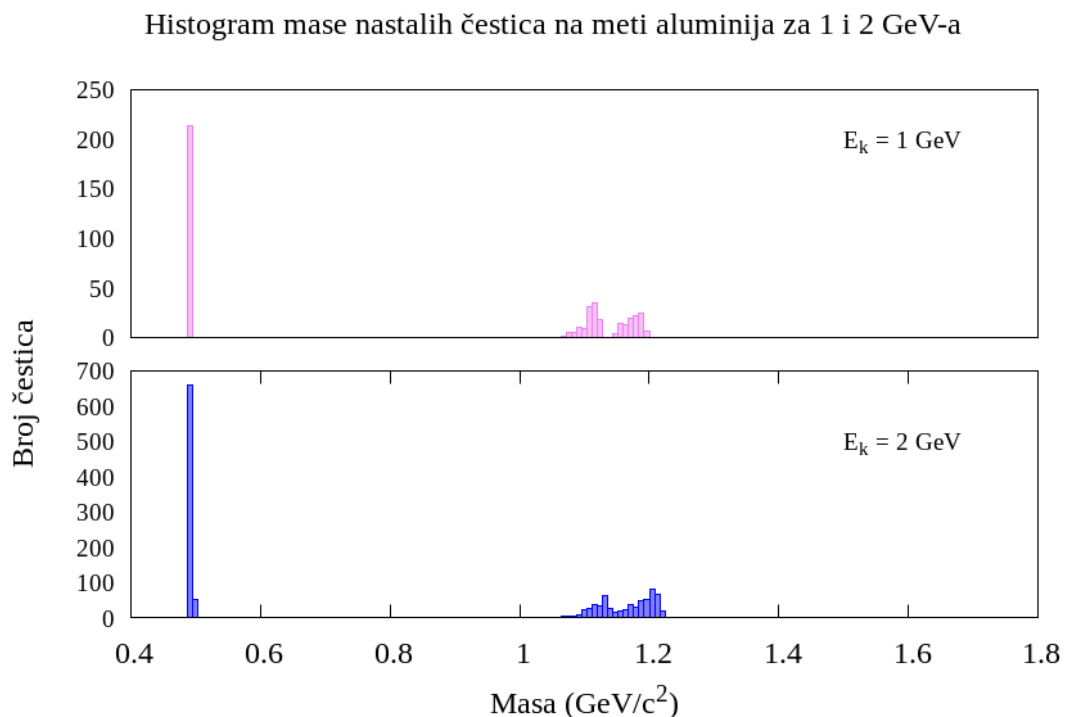


Slika 14. Histogrami nastalih čestica za različiti broj upadnih piona. Meta je ugljik, a energija je 20 GeV.

Na slici 14. Možemo vidjeti kako povećanje testnih čestica uzrokuje "ljepšu" raspodjelu transverzalne količine gibanja. Možemo također primijetiti kako ne moramo postavljati prevelik broj čestica jer se izgled raspodjele ne mijenja previše. Dovoljan broj testnih čestica bi bio između 10 i 100.

4.2 Nastale čestice na metama aluminija, bakra i olova

Za nastavak, možemo pogledati raspršenja negativnih piona na metama aluminija ($^{27}_{13}\text{Al}$), bakra ($^{63}_{29}\text{Cu}$) i olova ($^{208}_{82}\text{Pb}$). Važno je naglasiti da smo prilikom pokretanja programa postavili broj ansamblova na 200, broj vremenskih koraka na 100 i broj testnih čestica (broj piona po ansamblu) na 100. Prvo što moramo provjeriti je koje čestice nam nastaju pri kojim energijama. Energije ćemo podijeliti na dvije slike zbog bolje preglednosti. Na prvoj će biti kinetičke energije piona 1 i 2 GeV, a na drugoj: 5, 10 i 20 GeV. Na histogramima prikazujemo sve nastale čestice, osim piona i nukleona budući da ih ima značajno više u odnosu na ostale čestice, koje onda nisu lako uočljive na zajedničkom histogramu.

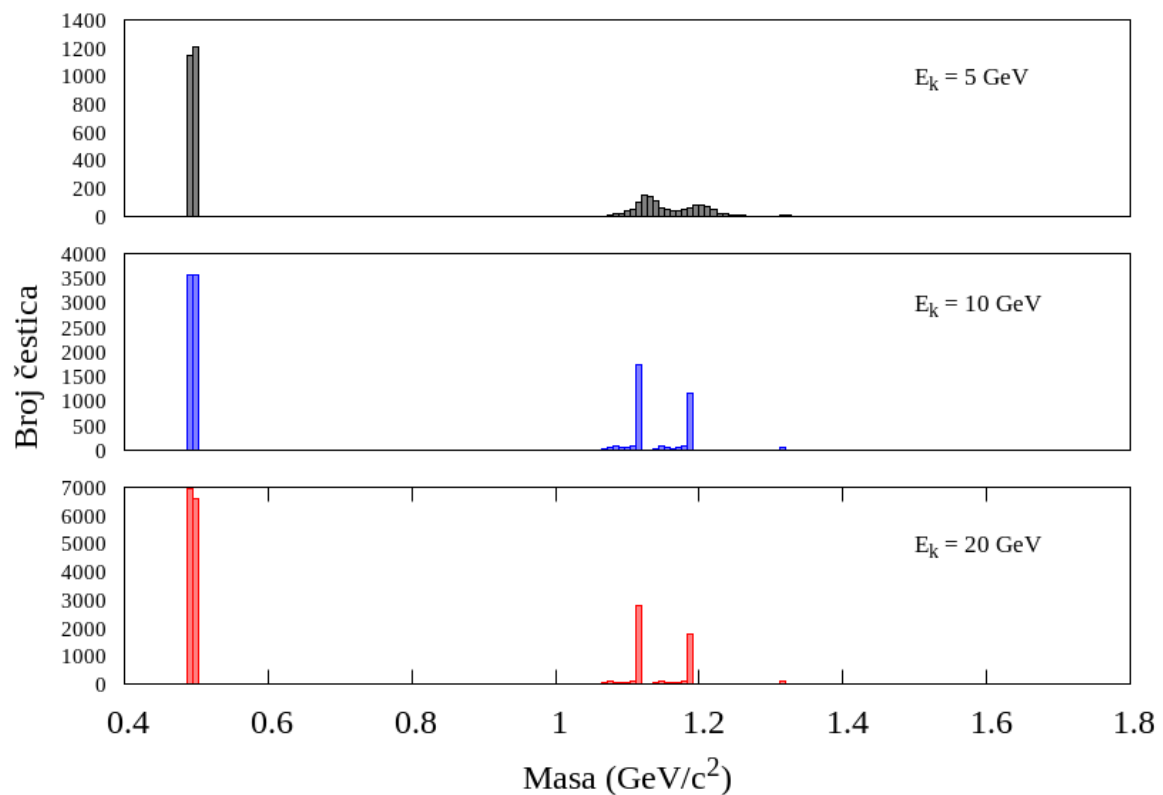


Slika 15. Histogram mase nastalih čestica na meti aluminija pri 1 i 2 GeV. Histogram ne sadrži pione i nukleone.

Sa slike 15. možemo vidjeti kako su nastale čestice jednake nastalim česticama na meti ugljika (slika 3, slika 4).

Idući histogram će nam biti histogram mase nastalih čestica na ostalim kinetičkih energija na meti aluminija:

Histogram mase nastalih čestica na meti aluminija za energije 5,10 i 20 GeV-a

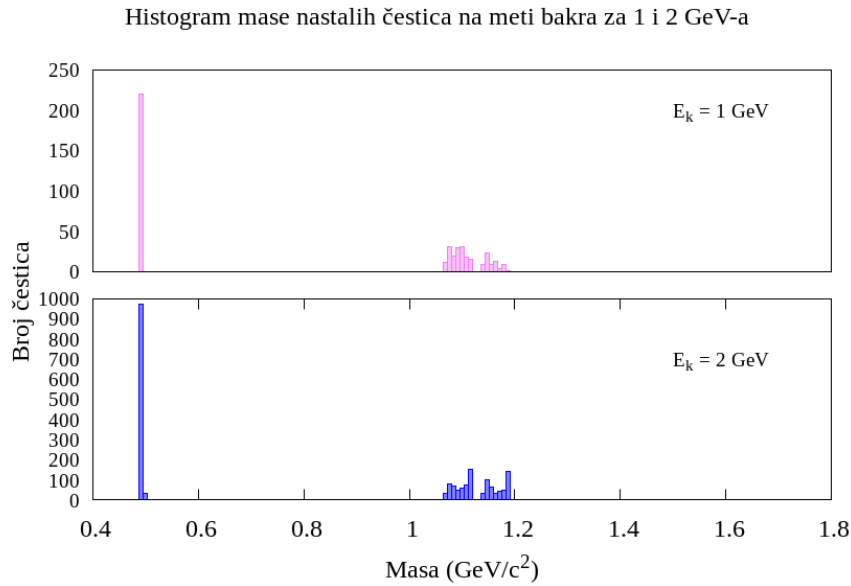


Slika 16. Histogram mase nastalih čestica na meti aluminija pri 5, 10 i 20 GeV. Histogram ne sadrži pione i nukleone.

Sa slike 16. vidimo kako povećanjem energije dobivamo iste čestice kao i za metu ugljika osim što ne dobivamo delta barione. Razlog tomu je već ranije implicitno spomenut. Naime u reakcijama na metama aluminija, bakra i olova povećali smo broj vremenskih koraka što je utjecalo na vremensko trajanje simulacije. Delta barion ima kratko vrijeme života prije nego što se raspadne što znači da se u ovim našim reakcijama raspadne prije kraja simulacije. Zbog toga što se delta barion raspada na pion i nukleon (na proton ako je delta pozitivnog naboja i na neutron ako je delta neutralna) [10] ne možemo je detektirati na kraju simulacije.

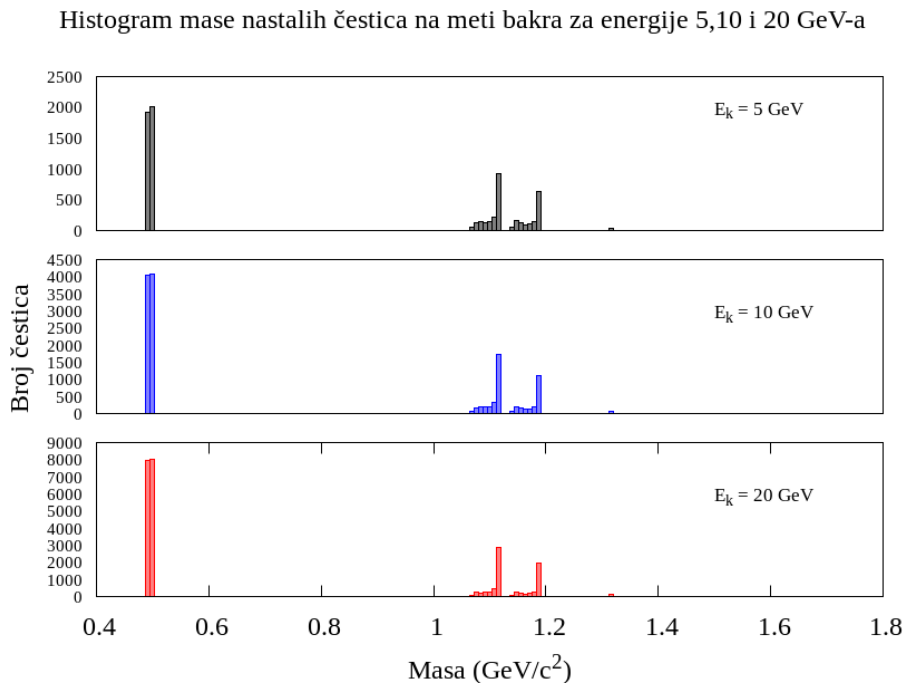
Pri kinetičkoj energiji od 5 GeV možemo zamijetiti mali vrh koji se nalazi oko 1.3 GeV koji nam predstavlja Xi barion.

Nastavit ćemo promjenom mete na bakar i pogledat ćemo stvaranje čestica:



Slika 17. Histogram mase nastalih čestica na meti bakra pri 1 i 2 GeV.

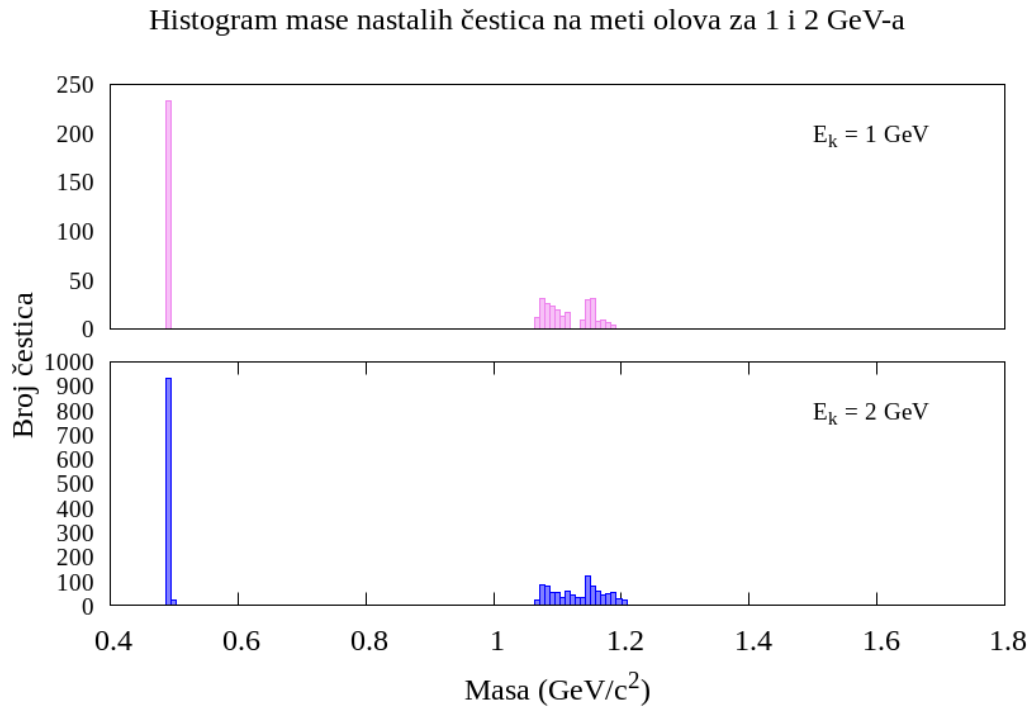
Ako pogledamo sliku 17. možemo zaključiti isto što smo zaključili s metom aluminija, a to je da nam nastaju iste vrste čestica kao i kod ugljika. Povećanjem kinetičke energije dobivamo:



Slika 18. Histogram mase nastalih čestica na meti bakra pri 5, 10 i 20 GeV. Histogram ne sadrži pione i nukleone.

Možemo primijetiti, kao i ranije, da se Xi barion javlja pri kinetičkoj energiji od 5 GeV, a delta barion se uopće ne pojavljuje.

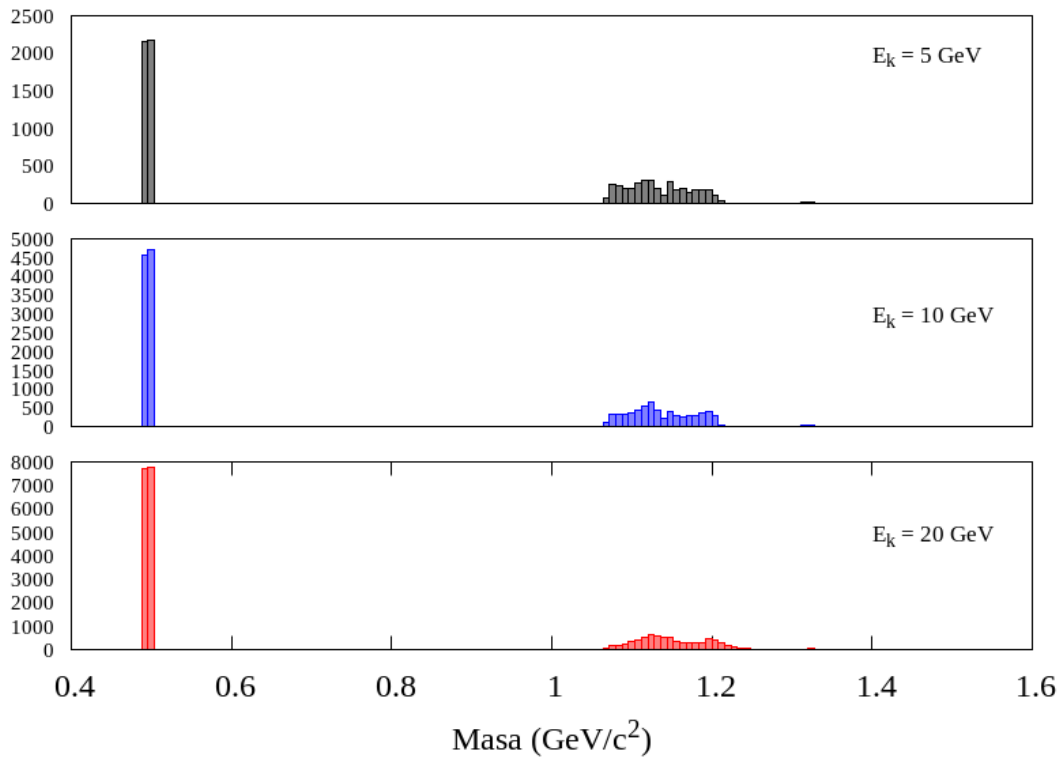
Iduće što ćemo napraviti je promijeniti metu na olovo i pogledati koje čestice dobivamo pri svim energijama, kao što smo napravili u ranijim primjerima na metama aluminiju i bakru. Prvo gledamo histograme na energijama 1 i 2 GeV:



Slika 19. Histogram mase nastalih čestica na meti bakra pri 1 i 2 GeV. Histogram ne prikazuje pione i nukleone.

Sa slike 19. nam je jasno da su nastale iste čestice kao i u ranijim reakcijama. Ako povećamo energiju imamo:

Histogram mase nastalih čestica na meti olova za energije 5,10 i 20 GeV-a



Slika 20. Histogram mase nastalih čestica na meti bakra pri 1 i 2 GeV. Histogram ne prikazuje pione i nukleone.

Sa slike 20. možemo vidjeti da nam nastaju iste čestice na meti olova kao i na ostalim metama. Jedinu česticu koju ne primjećujemo, a primjećivali smo je kod ugljika, je delta barion koji se raspadne prije kraja simulacije.

4.3 Analiza čestica nastalih pri 10 GeV

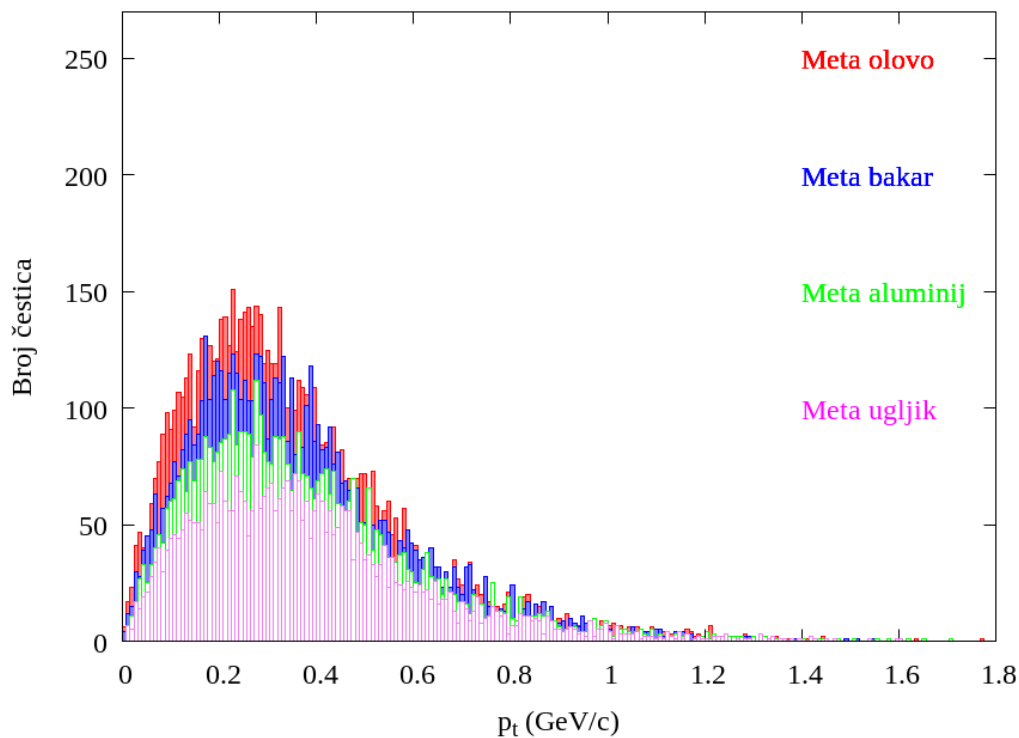
Kao nastavak analize usporedit ćemo kinematičke veličine kao i prije (rapiditet, pt , pz , itd.) neke od nastalih čestica na sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV. Korisit ćemo tu energiju jer imamo dovoljan broj čestica za prikaz raspodjela s dobrom statistikom. Za ovu analizu parametre smo postavili na sljedeći način: broj ansamblova je 200, broj vremenskih koraka je 100 i broj upadnih piona je 100.

4.3.1 Analiza nastalih kaona

Kako bismo mogli napraviti analizu izlaznih podataka i nastalih čestica možemo odabrati jednu vrstu čestica i za nju prikazati sve važne fizikalne veličine. Mi ćemo odabrati nastale kaone jer ih, nakon nukleona i piona, u promatranim reakcijama nastaje najviše.

Prvo ćemo pogledati histogram transverzalne količine gibanja nastalih kaona:

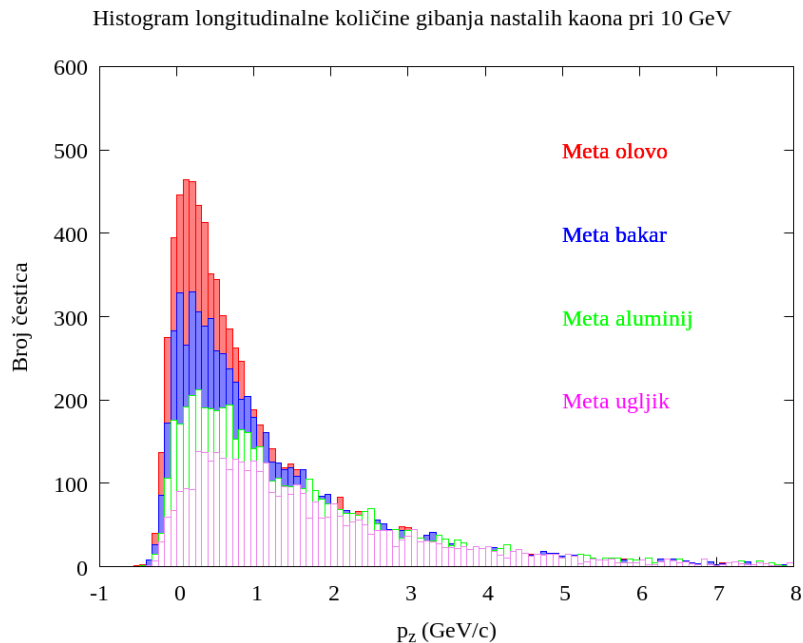
Histogram transverzalne količine gibanja nastalih kaona pri 10 GeV



Slika 21. Usporedba histograma transverzalne količine gibanja nastalih kaona za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Sa slike 21. možemo primijetiti kako je izgled raspodjele transverzalne količine gibanja isti za sve četiri mete, a mijenja se broj čestica. Za veće mete imamo više čestica jer veće broj piona interagira s metom stvarajući nove čestice.

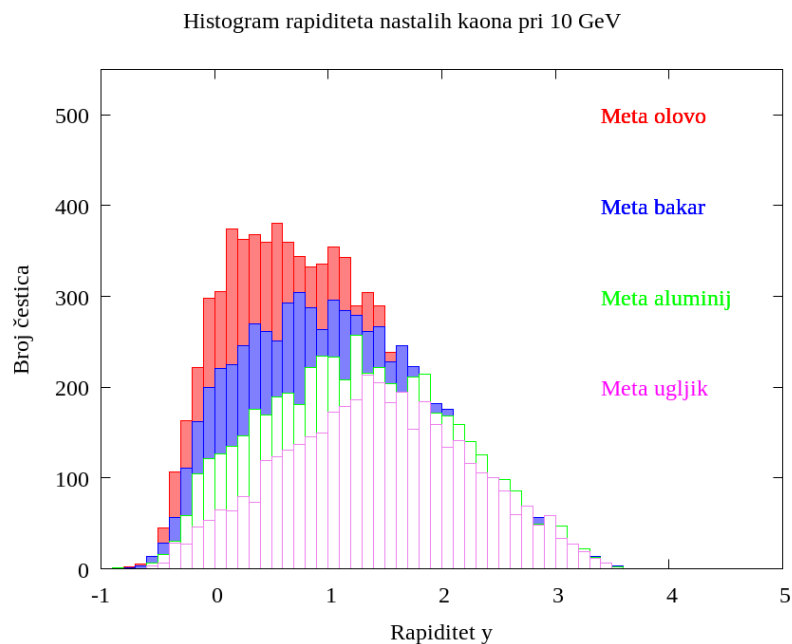
Iduće što ćemo pogledati je histogram longitudinalne količine gibanja za sve četiri mete:



Slika 22. Usporedba histograma longitudinalne količine gibanja kaona za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Promatrajući histogram sa slike 22. možemo primijetiti kako za veće mete, kao i na slici 21., nastaje više kaona. Ti kaoni imaju longitudinalnu količinu gibanja oko nule. To nas direktno povezuje sa slikom 21. jer ako je longitudinalna količina gibanja blizu nule, transverzalna je različita od nule.

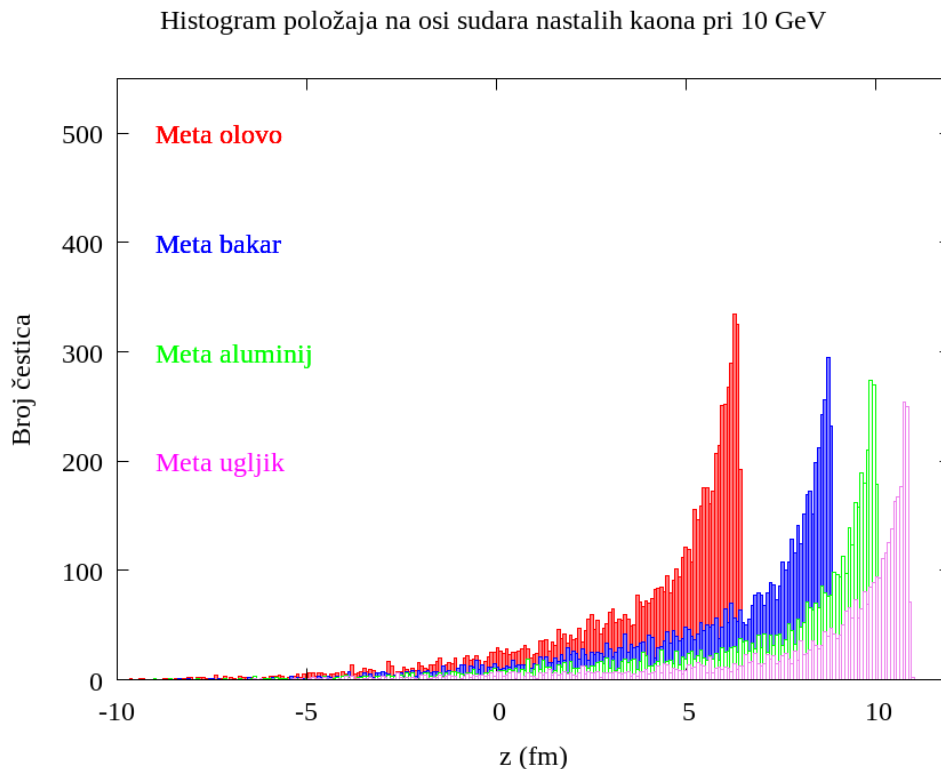
Sljedeće što promatramo je raspodjela rapiditeta nastalih kaona.



Slika 23. Usporedba histograma rapiditeta kaona za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Slika 23. nam potvrđuje već izrečenu činjenicu kako većina nastalih čestica u raspršenjima na većim metama ostaje više raspršeno u transverzalnom smjeru jer pomicanje raspodjele rapiditeta prema nuli znači kako je longitudinalna količina gibanja čestica blizu nule.

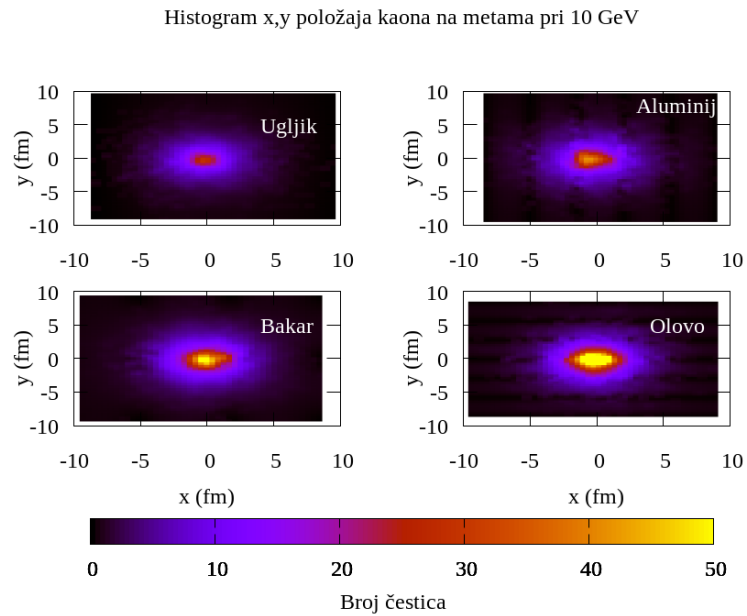
Sljedeću raspodjelu koju ćemo promotriti je histogram položaja na z osi kaona nakon raspršenja.



Slika 24. Usporedba histograma položaja na z osi (osi sudara) kaona za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Sa slike 24. nam se jasno vidi pomak prema manjim vrijednostima kako povećavamo metu. Ovaj podatak nam se slaže s ranijima.

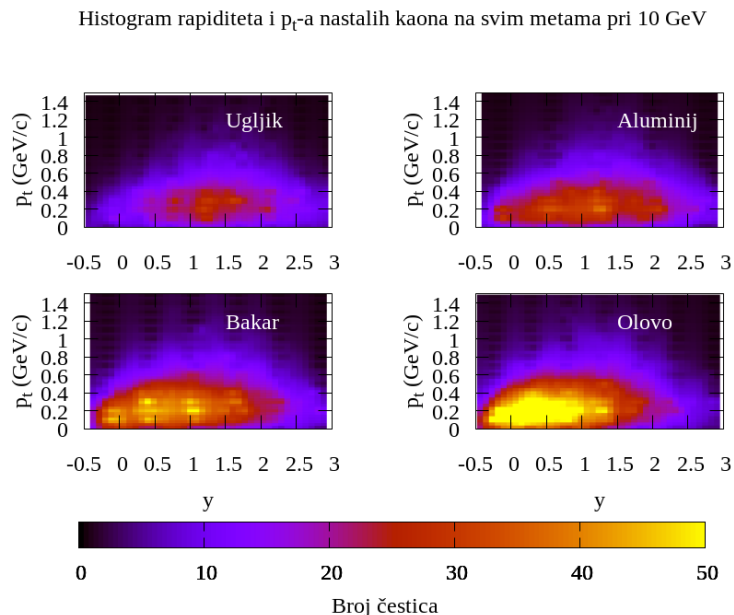
Za kraj možemo pogledati usporedni prikaz 2D histograma x,y položaja za sve četiri mete. Taj podatak nam može pomoći pri vizualizaciji položaja nastalih kaona na kraju simulacije.



Slika 25. Uporedni 2D histogram nastalih kaona na sve četiri mete pri energiji upadnih piona od 10 GeV. Histogrami ne sadrže pione i nukleone.

Sa slike 25. možemo vidjeti kako su kaoni koji nastaju pri raspršenjima na većim metama raspoređene oko nule, što nam je konzistentno sa prije opisanim histogramima pogotovo sa slikom 24.

Nadalje možemo promotriti 2D histogram faznog prostora kojega razapinju p_t i rapiditet kako bismo vidjeli utjecaj povećanja mete.



Slika 26. Histogrami faznog prostora transverzalne količine gibanja i rapiditeta nastalih kaona za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

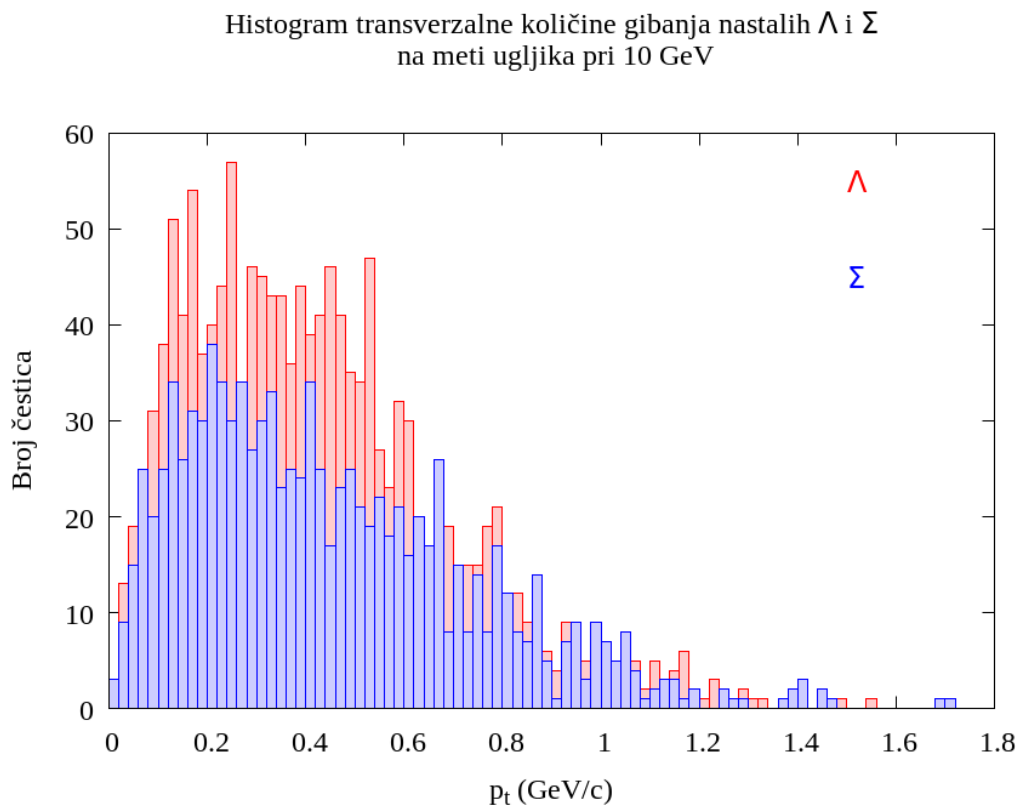
Slika 26. nam prikazuje fazi prostor transverzalne količine gibanja i rapiditeta za sve četiri mete. Možemo primijetiti kako povećanje mete utječe na zauzetost faznog prostora.

Nakon što smo analizirali nastale kaone za sve četiri mete pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV , odabrat ćemo dvije vrste čestica i za njih odraditi usporednu analizu.

4.3.2 Analiza nastalih sigma i lambda bariona

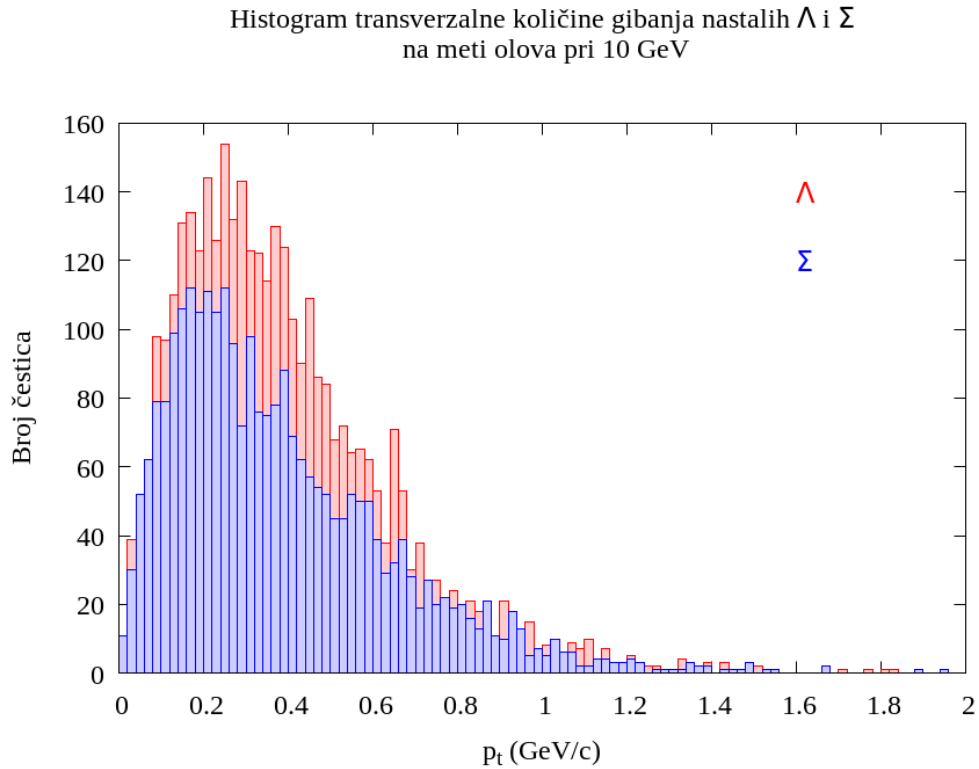
Za nastavak ćemo analizirati nastale sigme i lambde pri 10 GeV na metama ugljika i olova. Obje vrste čestica su barioni bliske mase (tablica 2.) pa će nam biti zanimljivo vidjeti njihove raspodjele. Za mete smo odabrali ugljik i olovo jer su nam to najlakša i najteža jezgra.

Prvo što ćemo pogledati je raspodjela transverzalne količine gibanja za ugljik, a nakon ugljika za olovo:



Slika 27. Histogrami transverzalne količine gibanja lambda i sigma bariona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV .

Sa slike možemo primijetiti kako nastaje više lambdi. Izgled raspodjele je sličan što nas vodi na zaključak da razlika u masi ne utječe na izgled raspodjele transverzalne količine gibanja. Sada ćemo vidjeti dolazi li do nekih razlika u odnosu na dosadašnje reakcije, koristeći najveću metu, tj. olovo.

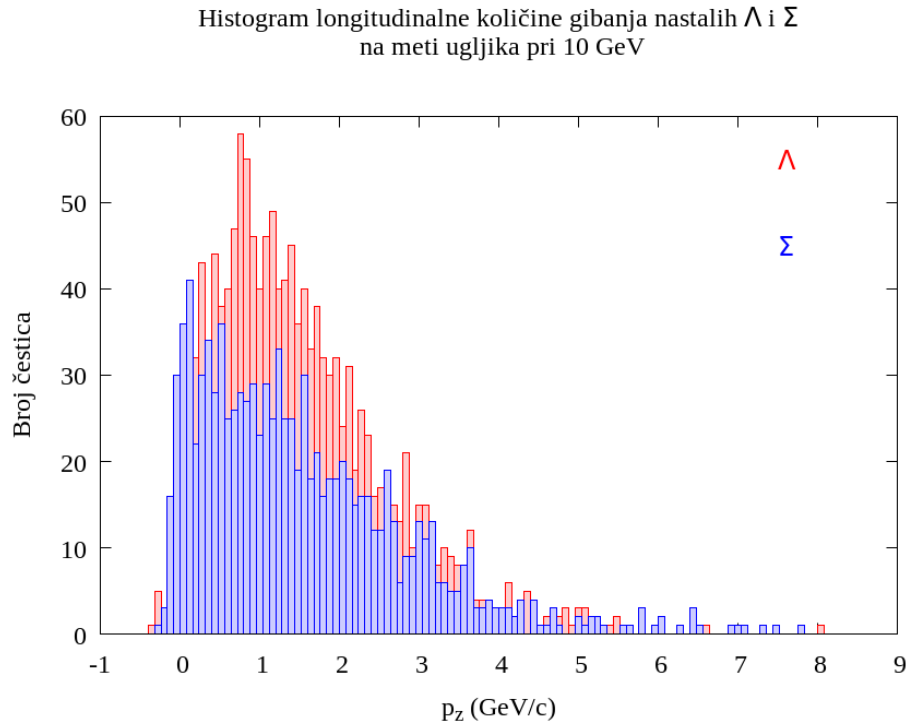


Slika 28. Histogrami transverzalne količine gibanja lambda i sigma bariona na meti olova pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

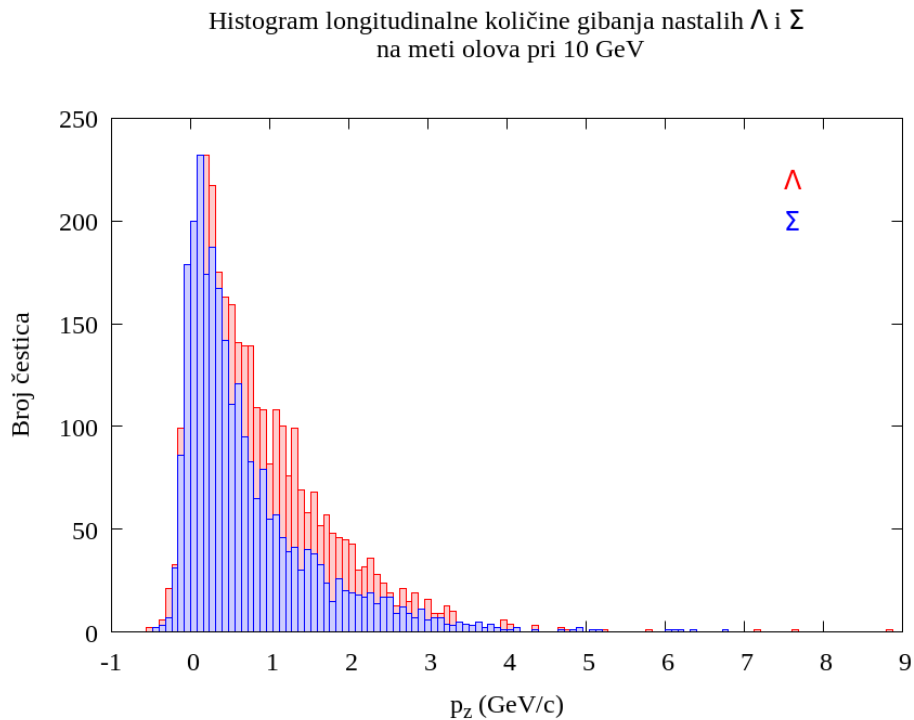
S gornje slike možemo vidjeti kako povećanje mete utječe na veću produkciju čestica, to jest dolazi do nastanka većeg broja lambda i sigma čestica. Izgled raspodjele je isti kao i kod ugljika s razlikom da veći broj čestica uzrokuje ljepši izgled raspodjele.

Iduće što ćemo pogledati je raspodjela longitudinalne količine gibanja za obje čestice pri istim metama kao i ranije (ugljiku i olovu).

Prvo ćemo pogledati metu ugljika pa onda olova.



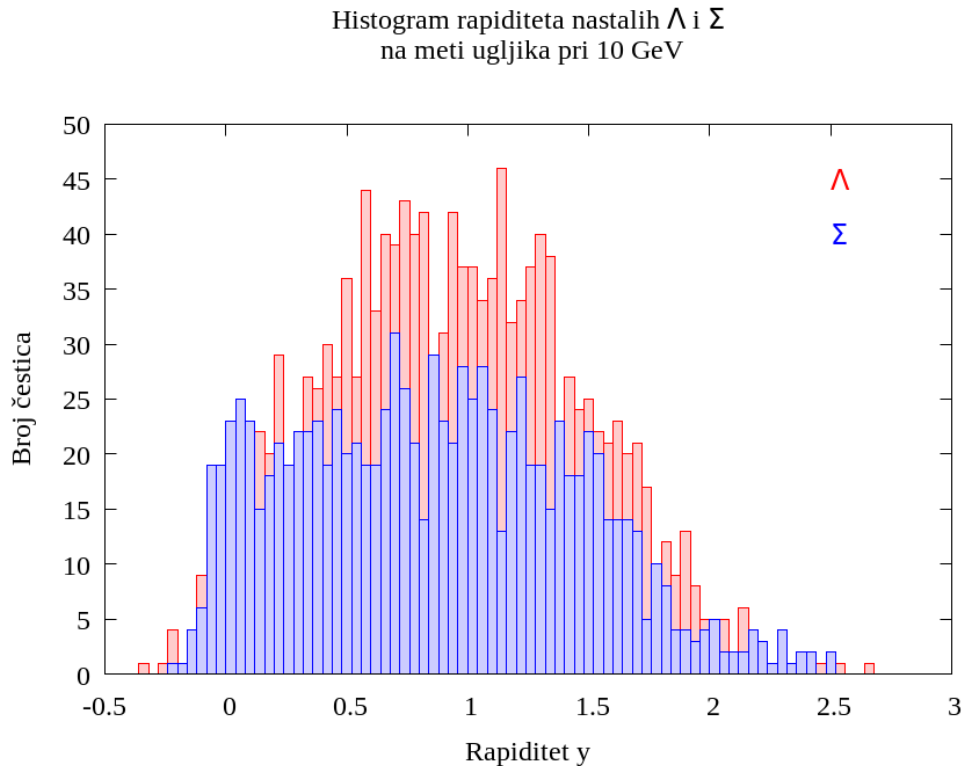
Slika 29. Histogrami longitudinalne količine gibanja lambda i sigma bariona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.



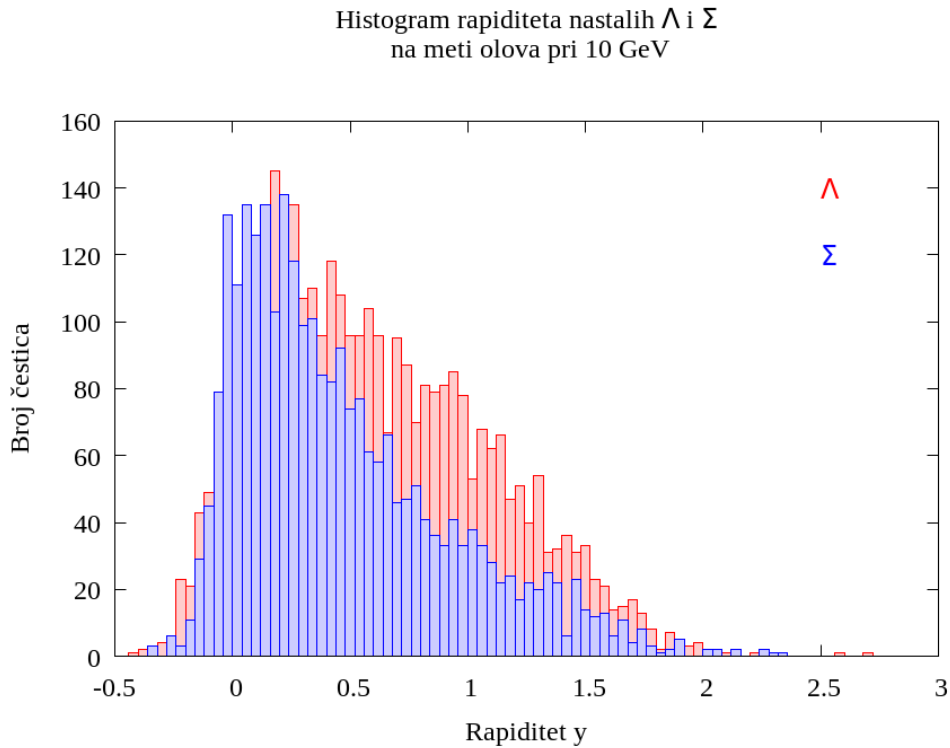
Slika 30. Histogrami longitudinalne količine gibanja lambda i sigma bariona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Uspoređujući histograme na slikama 29. i 30. možemo primijetiti isto što smo primijetili na histogramima slika 27. i 28. Veća mete uzrokuje nastanak većeg broja čestica što onda uzrokuje ljepšu raspodjelu. Povećanje nastalih čestica uzrokuje nam i bolju kristalizaciju ekstrema raspodjele, u ovom slučaju njenih maksimuma. Povećanjem mete veći broj čestica poprima longitudinalnu količinu gibanja bliže nuli, što nam je konzistentno s prijašnjim razmatranjima.

Iduće što možemo pogledati je rapiditet za obje vrste čestica i za obje mete.



Slika 31. Histogrami rapiditeta lambda i sigma bariona na meti ugljika pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

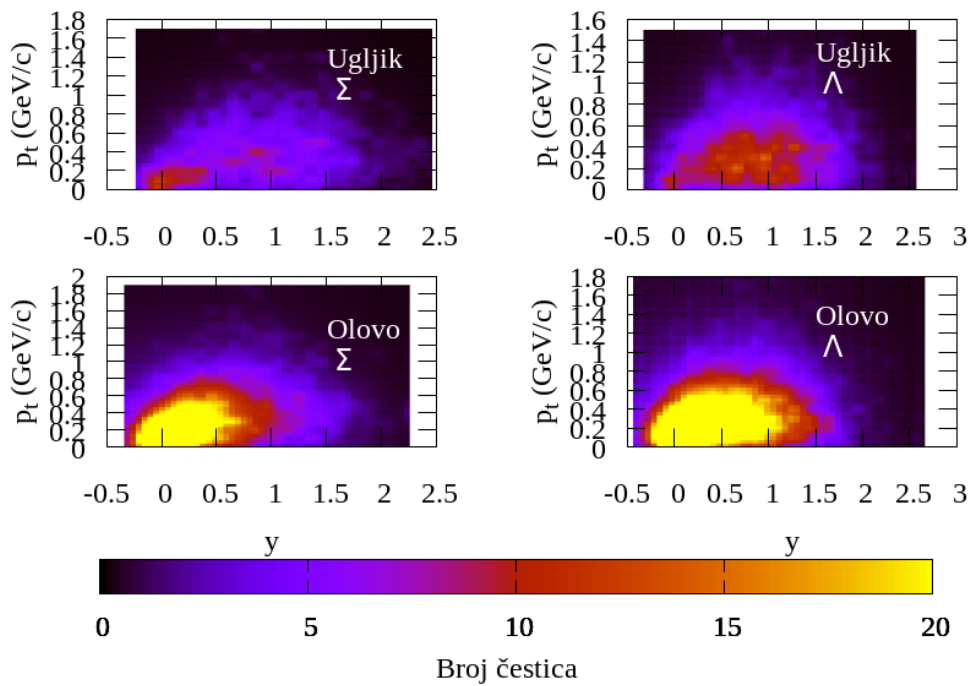


Slika 32. Histogrami rapiditeta lambda i sigma bariona na meti olova pri kinetičkoj energiji upadnih piona od 10 GeV.

Uspoređujući histograme na slici 31. i slici 32. možemo vidjeti isto što smo ranije zaključili. Povećanje mete uzrokuje nastajanje više čestica čija je longitudinalna komponenta količine gibanja blizu nuli što uzrokuje pomicanje raspodjele rapiditeta bliže nuli.

Za kraj ćemo usporediti raspodjelu u faznom prostoru rapiditeta i transverzalne komponente količine gibanja obiju meta i obiju vrsta čestica.

Histogram rapiditeta i p_t -a nastalih Λ i Σ na metama ugljika i olova pri 10 GeV



Slika 33. Histogrami faznog prostora rapiditeta i transverzalne količine gibanja lambda i sigma bariona na metama ugljika i olova pri kinetičkoj neergiji upadnih piona od 10 GeV.

Sa histograma na slici 33. vidljivo je kako sigma barion okupira interval prostora pt -a od 0 do 0.7, a prostor rapiditeta od -0.4 do 0.8. Za lambda barion vidljivo je za p_t da okupira prostor od 0 do 0.8 i prostor rapiditeta od -0.4 do 1.3.

5 Zaključak

Ovaj rad bavio se proučavanjem sudara negativnih piona s jezgrama ugljika, aluminija, bakra i olova. Proučili smo koje čestice nastaju u sudarima s korištenim jezgrama na određenim energijama u rasponu od 1 do 20 GeV .

Odabrali smo jednu od jezgara ($^{12}_6C$) i napravili analizu svih produkata. Provjerili smo kako neki od ulaznih parametara, kao što su: broj ansamblova, broj vremenskih koraka i broj upadnih čestica piona, utječu na simulaciju i na izlazne podatke.

Nakon toga smo odabrali jednu od kinetičkih energija snopa (10 GeV) koje smo koristili u simulacijama te smo pri njoj proučili razne kinematičke veličine, kao što su transversalna i longitudinalna količina gibanja, rapiditet, itd.

Na kraju smo odabrali jednu od čestica koja nastaje u raspršenjima, kaon, te izvršili analizu proučavanjem odabranih fizikalnih veličina značajnih za razumijevanje osnovnih svojstava nastale čestice i njeno ponašanje nakon stvaranja. Dodatno smo usporedili raspodjele lambda i sigma bariona, dviju čestica bliskih masa i slične strukture.

Sve izvršene simulacije pomažu nam u razumijevanju stvaranja raznih čestica i njihovih svojstava. Osim vrijednosti za fiziku, analiza može biti od koristi u drugim znanstvenim poljima kao što je npr. medicina. Proučavanje čestica možemo proširiti dodavanjem drugih jezgri ili mijenjanjem čestica upadnog snopa kako bismo ispitali produkciju nekih drugih čestica ili energetskih raspona. Također, zanimljivo bi bilo pogledati i neka druga svojstva čestica nastalih u pionskim reakcijama, napraviti daljnje usporedbe nekih od produkata reakcija, te proučiti razlike pionski induciranih reakcija i drugih tipova reakcija (npr. teškoionskih sudara, elementarnih N+N reakcija, itd.) u istom rasponu energija.

U analizama, uz naravno kvalitetne eksperimentalne podatke, važno nam je imati dobar program u kojem možemo simulirati reakcije i reproducirati razne eksperimente. Za ovaj tip reakcija, u kojima se koriste pionski snopovi u režimu energija od 1 do 20 GeV , GiBUU transportni model pokazao se kao takav.

6 Dodatak A

Jedna od kartica (jobCard) korištenih u ovome radu. Radi se o kartici za metu ugljik, pri broju ansamblova 200, broju vremenskih koraka 100 i broju upadnih čestica 100.

Svi parametri su komentirani.

```
*****
```

```
!* pi- A => KKbar X *
```

```
!*****
```

```
!*****
```

```
! General Input :
```

```
!*****
```

```
&input
```

```
numEnsembles = 200 ! broj ansamblova
```

```
eventtype = 12 ! 12 = HiPion A, tip reakcije koju promatramo
```

```
numTimeSteps = 100 ! broj vremenskih koraka
```

```
delta_T = 0.2 ! veličina vremenskog koraka [fm/c]
```

```
num_Energies = 1 !
```

```
path_to_input = "~/GiBUU/buuinput" !Put do ulaznih podataka
```

```
length_perturbative = -1 !Duljina perturbativnog vektora (po ansamblu). Negativna
```

!vrijednost znači da će tip reakcije sam izabrati duljinu
freezeRealParticles = .true. !Zamrznuti realne čestice

printParticleVectors = .true. !Ispisivanje raznih izlaznih datoteka

/

&target

target_Z = 6 , target_A = 12 ! C

!target_Z = 13 , target_A = 27 !Al

!target_Z = 29 , target_A = 63 ! Cu

!target_Z = 82 , target_A = 208 ! Pb

/

&LesHouches

LesHouchesFinalParticles_Pert = .true.

LesHouchesFinalParticles_Real = .true.

/

!*****

!Pion-induced reactions

!*****

&HiPionNucleus

ProjectileCharge = -1 ! Naboj projektila

ekin_lab = 10. ! kinetička energija projektila u laboratorijskom sustavu

nTestparticles = 100 ! broj testnih čestica po ansamblu

impact_parameter = 0. ! impact parameter [fm], negativan -> raspodjela po disku

/

!*****

!Ground State (Frozen Nucleus, Analytic Density, Zero Temperature)

!*****

&initDensity

densitySwitch = 2 !2 = static (Samo za mirujuće mete, ali ne za sudare jezgri)

/

&initPauli

pauliSwitch = 2 !2 = analytic (Ne za teške ionske sudare)

7 Literatura

- [1] Wikipedia Elementary particles, URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Elementary_particle (30.6.2019)
- [2] David Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Reed College, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [3] Ž. Antunović, *Standardni Model, Fizika elementarnih čestica*, Sveučilište u Splitu
- [4] Alessandro De Angelis, M. Pimenta, *Introduction to Particle and Astroparticle Physics*, Springer, drugo izdanje.
- [5] Početna stranica GiBUU projekta, URL: <https://gibuu.hepforge.org/trac/wiki> (27.6.2019.)
- [6] Leo P Kadanoff i Gordon A Baym. *Quantum Statistical Mechanics Green's Function Methods in Equilibrium Problems*. Benjamin, 1962.
- [7] Oliver Buß, *Photon- and Pion-induced Nuclear Reactions in a Transport Approach*, Gießen, 26. August 2008
- [8] DM Manley i E Mi Saleski. "Multichannel resonance parametrization of π N scattering amplitudes". *Physical Review D* 45.11 (1992), str. 4002.
- [9] K. A. Olive i dr. "Review of Particle Physics". *Chin. Phys.* C38 (2014), str. 090001. doi: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
- [10] Početna stranica PDG, URL: <http://pdg.lbl.gov/> (4.9.2019.)
- [11] Alati za program, URL: <https://gibuu.hepforge.org/trac/wiki/tools> (2.7.2019.)
- [12] Imenske liste programa GiBUU, URL: https://gibuu.hepforge.org/Documentation2016/code/robo_namelist.html (2.7.2019.)
- [13] Opis GiBUU programa kroz prezentacije, URL: <https://gibuu.hepforge.org/trac/wiki/tutorial> (5.7.2019.)
- [14] Mila Miletić, diplomski rad, *Produkcija i svojstva čestice Lambda u centralnim Au+Au sudarima*, Sveučilište u Splitu, 2015.
- [15] Gnuplot početna stranica, URL: <http://www.gnuplot.info/> (31.8.)
- [16] GiBUU lista svih čestica i njihovih svojstava, URL: <https://gibuu.hepforge.org/trac/wiki/ParticleIDs> (31.8.)
- [17] Pionski snopovi, URL: http://www.phy.pmf.unizg.hr/~bosnar/ljsk/section3_4.html (9.9.2019.)
- [18] J.Diaz, N. Yahlali, et al, *Design and commissioning of the GSI pion beam*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* 478 (2002) 511–526
- [19] Ivana Weber, *INVESTIGATING IN-MEDIUM LAMBDA PRODUCTION IN PION INDUCED REACTIONS AT 1.15 GeV/c*, University of Zagreb Faculty of Science, 2016
- [20] Richman C., *Characteristics of a negative pion beam in a therapeutic application*. 1975.
- [21] M. R. Raju, *NEGATIVE PION BEAMS FOR RADIOTHERAPY*, Los Alamos Scientific Laboratory, Los Alamos, New Mexico