

Učenje i poučavanje fizike uz pomoć Algodooa - jednostavnog programa za simulacije

Grgić, Marko

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:166:046362>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-15**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Science](#)



Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet

Marko Grgić

UČENJE I POUČAVANJE FIZIKE UZ
POMOĆ ALGODOOA – JEDNOSTAVNOG
PROGRAMA ZA SIMULACIJE

DIPLOMSKI RAD

Split, rujan 2017.

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet

ODJEL ZA FIZIKU

UČENJE I POUČAVANJE FIZIKE UZ
POMOĆ ALGODOOA – JEDNOSTAVNOG
PROGRAMA ZA SIMULACIJE

DIPLOMSKI RAD

Student:

Marko Grgić

Mentor:

prof. dr. sc. Ivica Aviani

Split, rujan 2017.

Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu
Prirodoslovno – matematički fakultet
Odjel za fiziku
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

Učenje i poučavanje fizike uz pomoć Algodooa – jednostavnog programa za simulacije

Marko Grgić

Sveučilišni diplomski studij Matematika i fizika, nastavnički smjer

Sažetak:

U ovom radu analizirali smo mogućnosti besplatnog programa za kreiranje simulacija Algodoo kao nastavnog sredstva za učenje i poučavanje fizike. Algodoo omogućava jednostavno kreiranje interaktivnih simulacija, bez potrebe poznavanja nekog od programskih jezika. Zbog jednostavnosti i vizualno atraktivnog sučelja Algodoo u budućnosti ima velik potencijal kao alat za popularizaciju i upoznavanje s fizikom u nižim razredima osnovne škole. U radu smo dali pregled dostupne literature s nizom korisnih primjera za nastavu fizike. Metodički smo obradili tri srednjoškolske nastavne teme na originalan način te pokazali mogućnosti i ideje za poboljšanje nastave fizike pomoću simulacija. Na cd-u koji je priložen uz ovaj diplomski rad nalazi se dvadeset devet simulacija koje smo koristili prilikom izrade ovog rada.

Ključne riječi: simulacija; Keplerovi zakoni; sila trenja; sila otpora zraka

Rad sadrži: 56 stranica, 51 slika, 5 tablica, 23 literaturna navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

Mentor: izv. prof. dr. sc. Ivica Aviani

Ocjenjivači: izv. prof. dr. sc. Ivica Aviani
prof. dr. sc. Franjo Sokolić
doc. dr. sc. Larisa Zoranić

Rad prihvaćen: 22. 9. 2017.

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

Basic documentation card

University of Split
Faculty of Science
Department of Physics
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

Teaching and learning physics with Algodoo - a simple tool for simulations

Marko Grgić

University graduate study programme Mathematics and Physics, orientation Education

Abstract:

In this thesis we analyse possibilities of Algodoo, free simulation software, as a teaching and learning physics tool. Algodoo enables creating interactive simulations simply, without any knowledge of programming language. Because of its simplicity and visually attractive graphical interface, Algodoo has a great potential for popularisation of physics among lower grade elementary school pupils. In this thesis we have reviewed available literature with a number of useful examples for teaching physics. We prepared three original high-school lecture plans on different subjects and showed some possibilities and ideas for improving physical teaching by simulations. Attached to this thesis there is a CD with twenty-nine physics simulations used for preparing this thesis.

Keywords: simulation; Kepler's laws; friction; air drag

Thesis consists of: 56 pages, 51 figures, 5 tables, 23 references. Original language: Croatian

Supervisor: Asoc. Prof. Dr. Ivica Aviani

Reviewers: Asoc. Prof. Dr. Ivica Aviani
Prof. Dr. Franjo Sokolić
Assist. Prof. Dr. Larisa Zoranić

Thesis accepted: November 22, 2017.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

Sadržaj

Sadržaj	1
1. Uvod	2
2. Simulacija – alat u nastavnom procesu	3
2.1 Kako koristiti simulacije u nastavi	5
2.2 Prednosti korištenja simulacija u nastavi	6
3. Algodoo	8
3.1 Rad s Algodoo-om.....	8
3.2 Primjeri dobre prakse	14
4. Primjena u nastavi fizike	29
4.1 Keplerovi zakoni	29
4.1.1 Prvi Keplerov zakon	31
4.1.2 Drugi Keplerov zakon	33
4.1.3 Laboratorijska vježba: Treći Keplerov zakon	36
4.2 Trenje	37
4.2.1 Ovisnost trenja klizanja o vrsti površine	38
4.2.2 Ovisnost sile trenja o veličini dodirne plohe i o obliku tijela	39
4.2.3 Ovisnost sile trenja klizanja o pritisknoj sili	40
4.2.4 Ovisnost trenja klizanja o hrapavosti površine (osnovna škola)	46
4.3 Otpor zraka i granična brzina	48
4.3.1 Ovisnost sile otpora zraka o brzini tijela	49
4.3.2 Ovisnost sile otpora zraka o površini poprečnog presjeka tijela	51
5. Zaključak	54
6. Literatura	55

1. Uvod

Nastavnik u nastavi fizike svakodnevno ima zadatak učenicima predstavljati fizikalne probleme i pronalaziti najbolji metodički pristup rješavanju tih problema, u cilju što boljeg učeničkog razumijevanja fizikalnih koncepata. To je moguće postići jedino uz kvalitetno motiviranje učenika i njihovu uključenost u nastavni proces. Ponekad u školskoj učionici nije moguće eksperimentalno prikazati fizikalne probleme, što često dovodi do pada učeničke zainteresiranosti i motivacije za rješavanje tih problema.

U današnje vrijeme, zbog velikog tehnološkog napretka i sveprisutne uporabe osobnih računala, nastavnik u svakoj školskoj učionici opremljenoj osobnim računalom ima mogućnost kreirati i demonstrirati fizikalne probleme koje je bez računalne tehnologije bilo jako teško i skupo ili nemoguće prikazati. Primjerice demonstrirati Keplerove zakone i varirati jakost gravitacijske sile, simulirati gibanje molekula i mijenjati parametre tijekom simulacije, itd. Primjenom takvih simulacija u nastavi omogućavamo učenicima vizualan prikaz fizikalnih fenomena koje prije u učionici nismo mogli demonstrirati ili golim okom vidjeti. Mijenjanjem parametara i promatranjem ishoda simulacija učenici mogu testirati vlastite hipoteze i ideje, što često dovodi do boljeg razumijevanja odnosa između parametara u promatranom fenomenu, prevladavanja miskoncepcija i stvaranja novih fizikalnih koncepata.

Neki od programa za simulaciju ili analizu fizičkih pojava koji su pronašli svoje mjesto kao alati u nastavi fizike su: *PhET Interactive Simulations*, *Physlet Physics*, *Tracker*, *Step*, *Physion* i *Interactive Physics*. Jedan od takvih programa je i program za simulacije *Algodo*, čije ćemo mogućnosti primjene u nastavi fizike analizirati u ovom radu. Simulacije u nastavi fizike većinom su dizajnirane za učenje točno odabranih fizikalnih koncepata i stoga često možemo mijenjati samo određene parametre koji utječu na ishod promatrane simulacije. S druge strane, *Algodo-ovo* vizualno atraktivno i otvoreno korisničko sučelje omogućava promatranje različitih koncepata i mijenjanje parametara koji možda i nisu direktno povezani s promatranim fenomenom.

Interaktivnom primjenom simulacija u nastavi fizike, fizikalne probleme približavamo učenicima na zanimljiv i njima razumljiviji način.

2. Simulacija – alat u nastavnom procesu

Mijenjanje pogrešnih ideja i otklanjanje nedostataka u učenikovom znanju fizike često je iznad dosega tradicionalnog predavačkog pristupa nastavi fizike jer taj pristup često zanemaruje činjenicu da je percepcija učenika često različita od percepcije nastavnika [1]. Glavni cilj konstruktivističkog pristupa nastavi fizike trebao bi biti razvoj uvjeta u nastavi koji će djelovati poticajno na učenikovo sudjelovanje u nastavi i razumijevanje osnovnih fizikalnih koncepata. Štoviše, takav pristup bi trebao omogućiti efektivnu primjenu fizikalnih koncepata u novim situacijama [2]. Istraživačkim pristupom nastavi učenicima predstavljamo problem, a oni do rješenja problema dolaze samostalno ili uz vođenje nastavnika koristeći eksperimente i diskutirajući dobivene rezultate. Uporaba osobnih računala u fizici otvorila je vrata novim idejama za demonstraciju fizikalnih fenomena. Računalima možemo prezentirati razne fenomene na različite načine ovisno o uzrastu i predznanju učenika.

Simulacijom smatramo imitaciju stvarnog problema (fizikalnog fenomena) koji se odvija u sigurnom okruženju. Cilj simulacije je pružiti što je moguće više stvarno iskustvo ili eksperiment, koji možemo ponoviti, mijenjati parametre eksperimenta i promatrati njihovu međusobnu ovisnost. Simulacija kao alat u nastavnom procesu je veoma općenit i fleksibilan način učenja koji se koristi u mnogim disciplinama na različite načine. Simulacije se često koriste i u industriji, primjerice prilikom investiranja u nove strojeve ili proizvodne prostore, inženjeri koriste simulacije kako bi provjerili isplativost investicija, usporedili alternativne mogućnosti te odabrali najefikasnije rješenje. Piloti zrakoplova sate i sate provode u simulatorima prije nego što počnu voziti stvarne zrakoplove. U istraživanju [3] promatrani su efekti zamjene laboratorijskih pokusa računalnom simulacijom *PhET Interactive Simulations* u drugom semestru opširnog uvodnog kolegija Opća fizika. Pokazalo se da su studenti koji su koristili simulacije bolje savladali gradivo elektromagnetizma, i to na konceptualnoj razini te u zadacima sastavljanja strujnog kruga i objašnjavanja na koji način funkcionira. U radu [4] analizirane su razlike poučavanja kolegija Opća fizika 1 klasičnom metodom i uz pomoć *PhET* interaktivnih simulacija. Istraživanje je pokazalo da je grupa studenata koji su poučavani uz simulacije imala veće konceptualno razumijevanje i bolji uspjeh na kraju kolegija nego grupa poučavana klasičnom metodom.

U nastavi fizike najčešće korištene interaktivne simulacije su *PhET Interactive Simulations* (<https://phet.colorado.edu/>). Upotrebom *PhET* simulacija učenici istražuju fizikalne fenomene kroz animirano i vizualno atraktivno sučelje. *PhET* simulacije dizajnirane su kao ispomoć u stvaranju konceptualnog razumijevanja učenika [5]. Napravljene su s ciljem povezivanja fizike s realnim problemima, povećanjem angažmana učenika u nastavi i unaprjeđivanjem poučavanja. Takve simulacije su efektivan alat u nastavi fizike, ali same nisu dovoljne za uspješan nastavni sat i ne mogu zamijeniti kvalitetnu pripremu i trud nastavnika. Upotrebom simulacija učenici puno češće nego u klasičnoj nastavi postavljaju pitanja „Što ako...?“, u smislu što će se dogoditi ako promijene određeni parametar u eksperimentu ili pitanja koja dovode do konstruiranja novih eksperimenata [6]. Također pokazalo se da će učenici produktivnije samostalno istraživati ishode simulacija i tako učiti, nego što rade kada koriste udžbenike ili većinu realnih eksperimenata.

Eksperimentom u nastavi fizike učenicima približavamo fenomen koji promatramo, podižemo motivaciju i zainteresiranost za dotično gradivo. Kontrolom uvjeta i mijenjanjem parametara učenike potičemo na razmišljanje i samostalno zaključivanje. Eksperiment ne može biti zamijenjen ni jednom drugom nastavnom metodom. Međutim ponekad iz raznih razloga nismo u mogućnosti provesti eksperimente za određene fizikalne pojave. Neki od razloga su [7]:

- promatrana pojava je prevelika ili premala
- promatran fenomen se odvija prebrzo za ljudsko oko
- troškovi eksperimenta su previsoki
- eksperiment je opasan za okolinu školske učionice
- školska učionica (laboratorij) je limitirana prostorom (ne možemo eksperiment testirati na drugim planetima ili Mjesecu, mijenjati akceleraciju sile teže).

Simulacije mogu biti važan alat u nastavi fizike, kako za nastavnika prilikom podučavanja, tako i za učenika prilikom učenja za razumijevanje fizikalnih koncepata. Simulacije pružaju novo okruženje kojim poboljšavamo izvođenje nastave i potičemo učenike na aktivno sudjelovanje u nastavi. One pružaju velik raspon mogućnosti prikazivanja fizikalnih fenomena, stvaraju most između učenikovog postojećeg znanja i usvajanja novih fizikalnih koncepata, pomažu učeniku razviti znanstveno razumijevanje problema te potiču

konceptualnu promjenu. Simulacije su otvoreno okruženje za učenje koje učenicima pruža niz mogućnosti [2,6]:

- razvoj razumijevanja fizikalnih fenomena i zakona kroz proces postavljanja i testiranja hipoteza i ideja
- izdvajanje i mijenjanje parametara u eksperimentu, te na taj način razvijanje razumijevanja odnosa između fizikalnih fenomena, koncepata i varijabli
- usvajanje i korištenje različitih prezentacija problema (slike, animacije, grafovi, dijagrami i tablice) koji pomažu pri razumijevanju temeljnih koncepata, relacija i procesa
- izražavanje vlastite predodžbe i razmišljanja o fizikalnoj pojavi
- proučavanje fenomena koje je teško ili nemoguće proučavati u učionici jer su kompleksni, tehnički neizvedivi ili opasni, preskupi ili vremenski predugo traju, ili se odvijaju prebrzo.

Simulacija nije prikladna za sve dijelove gradiva, stoga je treba pažljivo koristiti u nastavnom procesu. Nastavnik mora znati zašto koristi simulaciju te poticati raspravu prije, tijekom i nakon simulacije. Upotreba simulacije kao alata posebno je prikladna za analizu kako promjenom jednog parametra utječemo na drugi parametar ili na ishod eksperimenta. U nastavi fizike eksperiment zauzima centralno mjesto, ali nam često ne dopušta kontrolu svih parametara. U takvim situacijama mudro je eksperimentu dodati simulaciju, u cilju što boljeg razumijevanja fizikalnih koncepata koji se kriju iza danog fenomena. Kvalitetna uporaba simulacije predmnijeva dinamično i interaktivno sudjelovanje učenika.

2.1 Kako koristiti simulacije u nastavi

Simulacije s jasnim uputama mogu djelovati veoma motivirajuće na učenika i poticati njegovo razmišljanje i razumijevanje. Međutim, mnoge simulacije zahtijevaju intenzivnu nastavnikovu pripremu za nastavni sat. Naravno to ovisi o složenosti simulacije. Većina stručnjaka se slaže da je za uspješan nastavni sat potrebno sljedeće [6, 8]:

1. Nastavnikova priprema

- Nastavnik mora pročitati teoriju i znati sve koncepte koji se kriju u pozadini simulacije.
- Nastavnik mora prije početka sata isprobati opremu na kojoj izvodi simulaciju i napraviti test simulacije.
- Ako je moguće, korisno je kombinirati simulaciju s eksperimentom i/ili drugim pristupima nastavi.
- Nastavnik treba postaviti jasne ciljeve simulacije i znati objasniti kako je simulacija povezana s konceptima koje želi naučiti učenike.

2. Aktivno sudjelovanje učenika

- Nastavnik bi trebao pretpostaviti načine na koje simulacija može otići u krivom smjeru i o njima popričati s učenicima prije pokretanja simulacije.
- Učenici bi trebali predvidjeti i objasniti očekivani ishod simulacije.
- Nastavnik bi trebao poticati logičko zaključivanje i produktivnu suradnju učenika.
- Učenicima bi trebalo onemogućiti pasivnost tijekom simulacije na način da sami sudjeluju, izvode zaključke i da se ne mogu osloniti na pomoć kolega (otkloniti mogućnost da jedan učenik radi sve, a ostali ne prate nastavu).

3. Diskusija nakon simulacije

- Nastavnik mora ostaviti dovoljno vremena da učenici razmisle i diskutiraju o rezultatima simulacije i o onom što su naučili iz nje.
- Nastavnik treba kroz potpitanja integrirati ciljeve sata u diskusiju.
- Potrebno je pitati učenike na koji način im je simulacija pomogla razumjeti gradivo ili na koji način ih je zbunila.

2.2 Prednosti korištenja simulacija u nastavi

Pravilno izvedene simulacije mogu stimulirati učenike na duboki pristup učenju u kojem je najvažnije razumijevanje, za razliku od površinskog pristupa učenju prilikom kojeg učenici samo memoriraju činjenice. Dubokim pristupom učenju učenici pokušavaju razumjeti problem koji promatraju, nisu motivirani ocjenama već im je izazov pronaći rješenje

problema koji se nalazi ispred njih. Rješavanju problema pristupaju kritički, spremno prihvaćaju kvalitetne argumente i povezuju ih s ostalim spoznajama kako bi izveli vlastite zaključke [9]. Simulacija kao metoda poučavanja osim što potiče učenike na dublje razumijevanje problema, korisna je i za upoznavanja učenika s znanstvenim metodama [8]:

- Učenici shvaćaju zašto je važno graditi modele kojima opisujemo svijet. Eksperimenti i simulacije su način na koji znanstvenici rade. Korištenjem simulacija učenici dobivaju iz prve ruke uvid na koji način znanstvenici misle i rade.
- Učenici razumiju razlike, sličnosti i veze između parametara u modelu. Simulacija dopušta bezopasno mijenjanje vrijednosti parametara i očitavanje rezultata nakon simulacije. Oni na taj način dobivaju osjećaj koji su parametri važni za taj eksperiment i koliki je utjecaj promjene vrijednosti parametra.
- Učenici uče kako pomoću modela predvidjeti ishode simulacija ili eksperimenata. Simulacije učenicima pomažu razumjeti kako se znanstveni pristup gradi na hipotezama koje možemo provjeriti.
- Aktivnim sudjelovanjem u raspravama s kolegama i nastavnikom prilikom i nakon odvijanja simulacije učenici produbljuju znanje i razumijevanje, sposobniji su upotrijebiti znanje na novim problemima. Dobro pripremljena simulacija često se nadovezuje na neki novi problem ili zahtijeva poveznicu s konceptima koje su prethodno naučili.

3. Algodoo

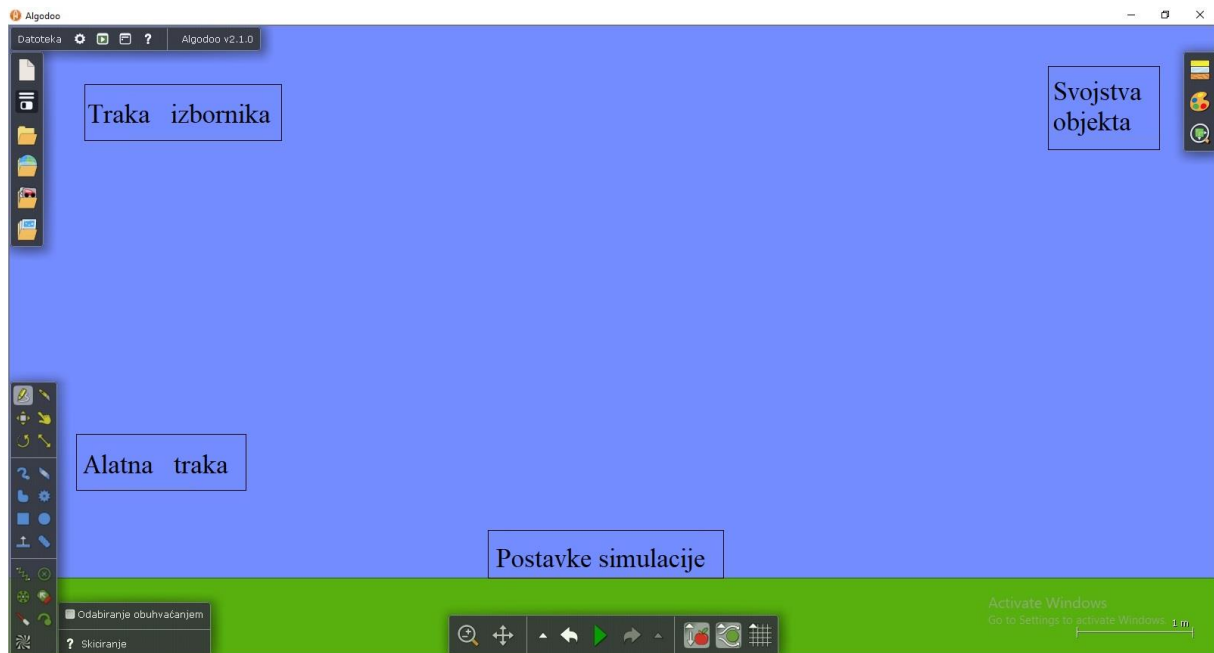
Algodoo [10] je računalni program namijenjen za kreiranje 2D simulacija s posebnim naglaskom na fizikalne simulacije. Dizajnom je sličan 2D igrama i crtanim filmovima. Činjenica da je vizualno atraktivan i prilagođen korisniku omogućava istraživanje fizike kroz stvaranje simulacija. *Algodoo* potiče učeničku kreativnost i povećava motivaciju za učenje fizikalnih koncepata dok se učenici igraju. On predstavlja vezu između fizikalnog (realnog) svijeta i matematičkog formalizma kojim opisujemo svijet [11].

Prvu verziju *Algodooa* je kreirao Emil Ernerfeldt 2008. godine pod imenom Phun (kombinacija riječi physics i fun). U kratkom vremenskom roku široka zajednica korisnika je prepoznala program koristeći ga u razne svrhe. Tijekom vremena Phun je pronašao put u školske učionice i počeo se koristiti za stvaranje fizikalnih simulacija u kojima su istraživani različiti fenomeni. Daljnje korištenje i usavršavanje programa u edukacijske svrhe, poput dodavanja vektorskog prikaza brzina ili grafičkog prikaza fizičkih veličina, dovelo je do stvaranja *Algodooa*.

Program je trenutno besplatan za operativne sustave Windows, Mac i GNU/Linux (uz pomoć programa *Wine*), dok je za iPad cijena 4.99\$. Preveden je na desetke jezika među kojima je i hrvatski jezik. Prednost *Algodooa* je također jednostavno dijeljenje simulacija. Simulacije su većinom veličine manje od 1 megabajta, a osim što ih možemo pokrenuti na drugim računalima gdje je prethodno instaliran *Algodoo*, možemo ih i prenijeti u online knjižnicu nazvanu „Algobox“ (<http://www.algodoo.com/algobox/>) koja trenutno (kolovoz, 2017.) sadrži preko 130000 simulacija. Takve opcije ostavljaju učenicima mogućnosti korištenja *Algodooa* kod kuće, u vidu domaće zadaće, projekta ili čisto iz zabave.

3.1 Rad s Algodoo-om

Instalacija programa *Algodoo* na računalo je jednostavan proces. Dovoljno je otići na službenu internet stranicu [10] i pratiti upute. Verzija programa koja se koristila u ovom radu je 2.1.0.



Slika 3.1.1 – Izgled početnog zaslona programa Algodoo.

Početni zaslon programa *Algodoo* sastoji se od trake izbornika, alatne trake, postavki simulacije i svojstava objekata (slika 3.1.1). **Traka izbornika** u gornjem retku sastoji se od postavki programa (slika 3.1.2), opcija za uključivanje (isključivanje) alata s početnog prozora i pomoći u kojoj možemo pronaći upute za rad s pojedinim alatima, kao i upute za izradu pojedinih simulacija. U stupcu trake izbornika se nalaze opcije za kreiranje novih simulacija, snimanje, pristup snimljenim simulacijama, pristup Algoboxu, spremljenih gotovih objekata (poput konkavnih leća ili prizmi) te pristup lekcijama za izradu simulacija uz upute.

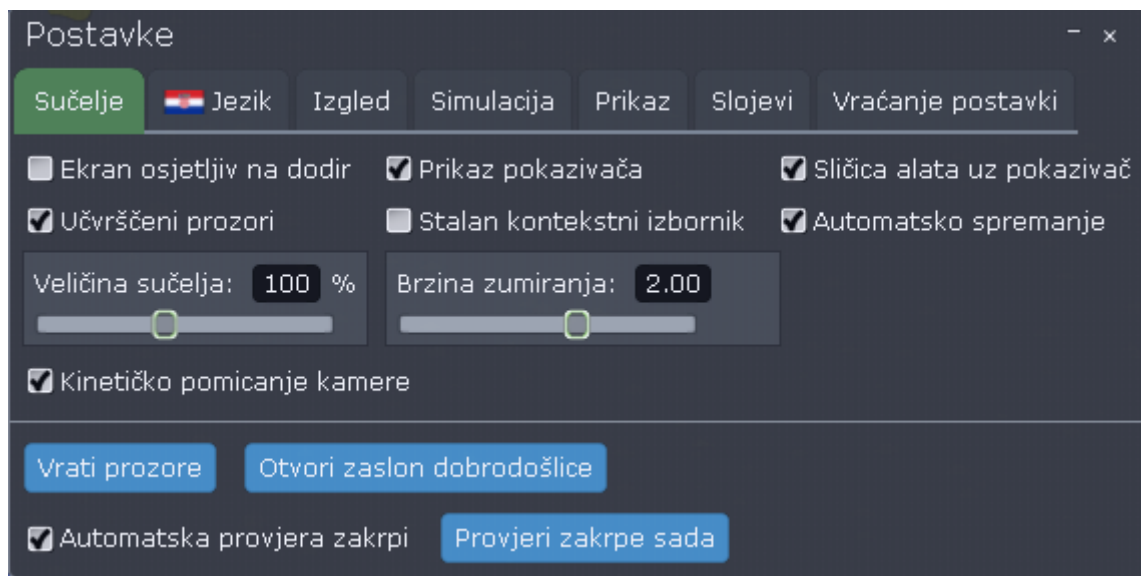
Alatna traka sadrži alate kojima sami kreiramo simulaciju. Navodimo glavne alate uz opis njihovih mogućnosti.




Alat za skiciranje – najvažniji alat u *Algodoo*. Može zamijeniti gotovo sve ostale alate, a koristimo ga pomoću karakterističnih pokreta. U traci izbornika u opciji „pomoć“ postoje upute s 25 koraka za ovladavanje ovim alatom.





Alat za pomicanje – njime pomičemo objekte, čak i u pokrenutoj simulaciji. Možemo odabrati više objekata tako što držimo tipku CTRL ili ih prethodno obuhvatimo u četverokut.





Slika 3.1.2 – Prikaz izbornika za postavke programa. Postavke omogućuju odabir opcija za što ugodnije korištenje programa, poput opcije za rad s ekranima osjetljivima na dodir odnosno interaktivnom pločom, automatskog spremanja simulacije, odabira jezika, frekvencije simulacije, izgleda simulacije itd.


 Alat za rotaciju – zaokreće objekte. Klikom na objekt koji želimo zarotirati pojavljuje se velika kružnica. Ako ostanemo pokazivačem unutar nje možemo rotirati objekt uz korake od 15° , a ako izađemo izvan uz korake od $0,1^\circ$.


 Alat za rezanje – povlačenjem crte preko objekta siječe ga na dva dijela. Crtanjem zatvorenog dijela u objektu režemo taj odjeljak. Držanjem tipke SHIFT možemo napraviti ravan rez.


 Alat za povlačenje – djeluje silom na objekte. Koristi se samo tijekom simulacije.


 Alat za promjenu veličine – koristimo ga povećanje ili smanjenje objekata. Klikom na objekt pojavljuje se veliki četverokut. Povlačenje bilo kojeg kruga koji se nalazi na četverokutu omogućuje promjenu veličine objekta. Istovremenim držanjem tipke SHIFT ta je promjena proporcionalna.


 Kist – povlačimo crte uz odabir debljine, uz držanje tipke SHIFT povlačimo ravne crte.


 Gumica – djeluje kao gumica za olovku uz moguć odabir debljine. Uz držanje tipke SHIFT brišemo ravnim crtama.


 Alat za stvaranje proizvoljnih oblika – dovoljno je samo napraviti zatvorenu crtu. S njim možemo i napraviti mnogokute tako da držimo tipku SHIFT.


 Četverokut – ovim alatom stvaramo četverokute. Držanjem tipke SHIFT stvaramo kvadrate.


 Alat za stvaranje krugova.


 Alat za stvaranje zupčanika – dvoklikom na alat možemo birati hoće li biti vanjski ili unutarnji i veličinu zubaca.


 Alat za poluravnine – sprečavaju pad objekata ili odlazak iz našeg pogleda. Prilikom stvaranje možemo ih rotirati.


 Lanac/uže – odabirom na ikonu izabiremo lanac ili uže. Možemo odrediti udaljenost između karika te konstantnu elastičnosti.


 Opruga – povezuje objekt s pozadinom ili drugim objektom. Klikom na oprugu možemo izabrati konstantu elastičnosti i duljinu.


 Spojka – fiksira objekte na pozadinu ili na druge objekte.

 Osovina – fiksira objekte na pozadinu ili na druge objekte, te se objekti mogu rotirati oko osovine.

 Motor – daje objektima stalnu silu. Smjer sile izabiremo kao kod alata za rotaciju, a veličinu dvoklikom na ikonu motora.

 Laser – postavljamo ga samostalno u simulaciju. Možemo mijenjati boju i udaljenost pri kojoj zraka nestaje tako što dvaput kliknemo na ikonu.

 Crtalo – pričvršćivanjem na objekt ostavlja tragove objekta. Desnim klikom možemo izabrati debljinu traga kao i vrijeme nestajanja traga.

 Alat za teksture – potrebno je načiniti objekt sa strukturom (primjerice od drva). Držanjem lijeve tipke miša pomičemo strukturu objekta (ne i objekt), držanjem desne tipke rotiramo strukturu (ne i objekt), a korištenjem kotačića miša mijenjamo veličinu strukture.

Postavke simulacije (slika 3.1.3) nam omogućuju kontrolu nad simulacijom. Njima pokrećemo i zaustavljamo simulaciju (desnim klikom možemo izabrati brzinu simulacije), približavamo i povlačimo prozor na nama zanimljiv objekt, postavljamo koordinatnu mrežu, te uključujemo (isključujemo) gravitaciju i otpor zraka.



Slika 3.1.3 – Postavke simulacije.

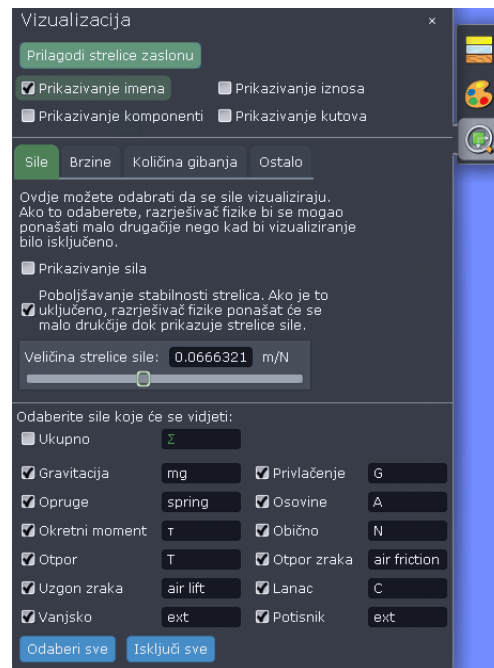
Svojstva objekta – njima određujemo:

- a) Vrstu materijala (staklo, zlato, helij, led, guma, čelik, kamen, drvo). Svaki materijal ima zadanu gustoću, koeficijent trenja, koeficijent restitucije i ubrzanje slobodnog pada tog objekta. Svi navedeni parametri se mogu mijenjati ovisno o ciljevima simulacije (slika 3.1.4).
- b) Boju, zasićenost i prozirnost objekta (slika 3.1.5). Također možemo izabrati hoće li se prikazati rub objekta, kao i vektorski prikaz sila koje djeluju na objekt i njegove brzine.
- c) Vizualizaciju vektorskih veličina – sile, brzine i količine gibanja (slika 3.1.6). Možemo mijenjati oznaku vektora, izabrati duljinu vektora, razbiti ga na kartezijeve komponente i prikazati iznos. Posebno kod sila možemo izabrati koje ćemo sile promatrati.

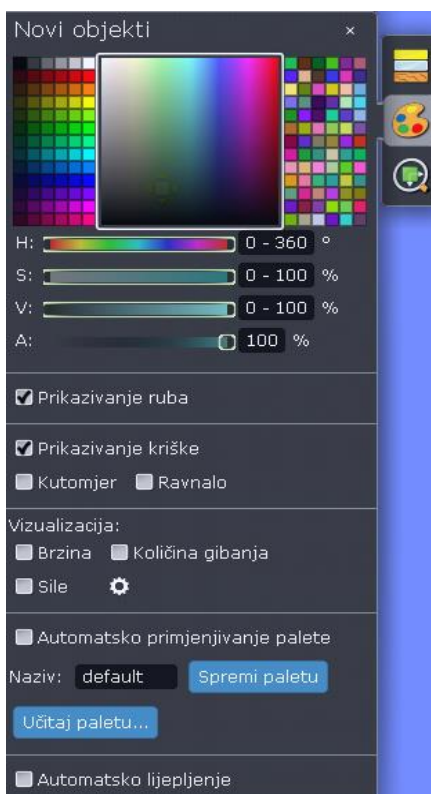
Još jedan način za mijenjanje svojstava dan je dvoklikom lijeve tipke miša ili desnim klikom na objekt (slika 3.1.7). Tu pronalazimo opcije brisanja objekta, pretvaranja iz krutog stanja u tekućinu, promjenu strukture u „spužvastu“, kopiranje objekta i zrcaljenje s obzirom na y os.



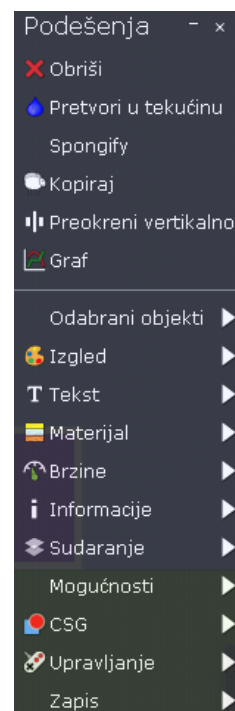
Slika 3.1.4 – Vrste materijala.



Slika 3.1.6 – Vizualizacija vektorskih veličina.



Slika 3.1.5 – Boje, zasićenost i prozirnost objekta.



Slika 3.1.7 – Svojstva objekta.

Vrlo bitna opcija (slika 3.1.7) je opcija za stvaranje grafova. Možemo promatrati vremenske ovisnosti položaja u x ili y smjeru, brzine (i po komponentama), kutne brzine, sile (i po komponentama), količine gibanja u x ili y smjeru, angularnog momenta i energije

(linearne kinetičke energije, rotacijske kinetičke energije, ukupne kinetičke energije, gravitacijske potencijalna energije, ukupne potencijalne energije ili ukupne energije). Graf možemo pohraniti u obliku slike ili .csv datoteke.

Pod opcijom „odabrani objekti“ imamo mogućnosti odabrati više sličnih tijela, pomaknuti ih u pozadinu ili pratiti objekt tijekom simulacije. Opcije „izgled“ i „materijal“ smo opisali kod svojstava objekta – pod a) i b). Opcija „brzina“ nam omogućuje dati objektu trenutnu brzinu u željenom smjeru i iznosu. Objektu možemo dati i kutnu brzinu. Pod opcijom „informacije“ možemo saznati površinu, masu, položaj, prosječnu brzinu, ukupnu energiju i sl. Opcija „sudaranje“ omogućava odabir objekata tako da se može isključiti sudaranje objekata unutar iste skupine ili sudaranje s tekućinom. Opcija „mogućnosti“ sadrži prethodno opisane alate koji se mogu pridružiti objektu.

Opcijom „CSG“ (konstruktivna geometrija) imamo mogućnosti interakcije dva objekta koja se nalaze djelomično jedan iznad drugog. Funkcijom „rezanje“ donji objekt dijelimo po rubu gornjeg objekta, funkcijom „presijecanje“ donjem objektu brišemo svu površinu koju nije prekrilo gornji objekt, funkcijom „oduzimanje“ donjem objektu brišemo svu površinu prekrivenu gornjim objektom i funkcijom „dodavanje“ donjem objektu dodajemo površinu gornjeg objekta.

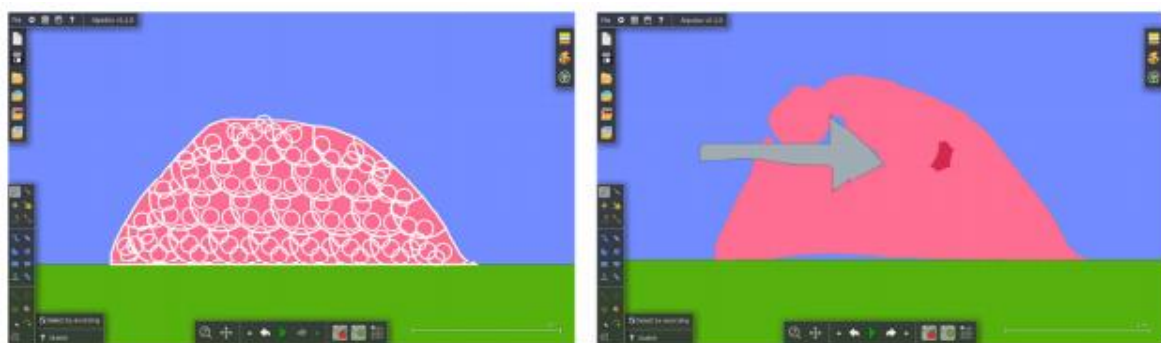
Opcija „upravljanje“ služi za pomicanje objekta tijekom simulacije pomoću tipkovnice. Također možemo zrcaliti ili brisati objekt odabirom tipke. Korisna je prilikom izrade 2D igara. „Zapis“ je opcija za napredne korisnike. Omogućuje kontrolu simulacije na višem nivou i davanje naredbi koje nisu podržane kroz sučelje.

3.2 Primjeri dobre prakse

Kroz prethodno poglavlje upoznali smo mogućnosti korištenja *Algodoo*. Simulacijama možemo proučavati različite fizikalne fenomene. Npr. možemo mijenjati iznos ubrzanja sile teže i tako ostvariti fizikalne uvjete na drugim planetima ili na Mjesecu. Međutim, takav eksperiment u školskoj učionici ne možemo izvesti i na taj način provjeriti točnost simulacije. Zato je mudro prije takve simulacije učenicima predstaviti *Algodoo* kroz simulaciju koju možemo eksperimentalno provjeriti i usporediti rezultate. Učenici tada mogu opaziti i diskutirati razlike u rezultatima koje nastaju radi greške u mjerenjima ili zbog

nepreciznosti simulacije. Ako su razlike prevelike, učenici neće steći povjerenje u simulaciju, ali ako su razlike male, učenici će zadobiti povjerenje u ishode simulacija. Tada korištenje simulacija kod opisivanja fizikalnih fenomena koje ne možemo eksperimentalno proučiti dobiva pravi smisao. Preciznost simulacije je važna. Istraživanje [7] je pokazalo nužnost preciznosti *Algodoo* za uporabu u nastavi fizike.

Unaprijed napravljenim fizikalnim simulacijama, poput *PhET Interactive Simulations*, učenicima dajemo gotov fizikalni model kojim promatramo određene fenomene i koncepte uz jasan prikaz važnih parametara o kojima ovisi taj model. Za razliku od takvih simulacija, *Algodoo* nije ograničen za određene koncepte ili parametre promatranja. Učenici imaju mogućnost sami birati koje će parametre varirati. U istraživanju [12] znanstvenici su predstavili *Algodoo* studentima prve godine fizike. Studenti su radili u paru i nisu imali prijašnje iskustvo s *Algodoo-om* ili interaktivnom pločom. Kroz uvodnih par minuta (sat je trajao 45 min.) studenti su upoznati s osnovnim funkcijama *Algodoo* i interaktivne ploče, te im je rečeno da se igraju i prouče na koji način *Algodoo* funkcioniра. Za dvije minute jedan student je kreirao polu-kružni objekt i pretvorio mu strukturu u spužvastu, pomoću opcije ugrađene u *Algodoo* koju je sam otkrio. Daljnjim igranjem studenti su proučavali svojstva spužvastih objekata u *Algodoo*. Uz tehničku pomoć profesora, drugi student je kreirao mali objekt unutar spužve i pretvorio ga u tekućinu. Taj isti student je kreirao objekt u obliku strelice i dao mu brzinu (također je sam otkrio tu opciju u *Algodoo*) prema spužvi. Mijenjanjem brzine i gustoće strelice, kao i gustoće spužve studenti su probili spužvu strelicom (slika 3.2.1).



Slika 3.2.1 – Lijeva slika prikazuje izgled spužve u *Algodoo* kada je označimo, desna slika pokazuje spužvu nakon što je probijena objektom oblika strelice (slika preuzeta iz rada [12]).

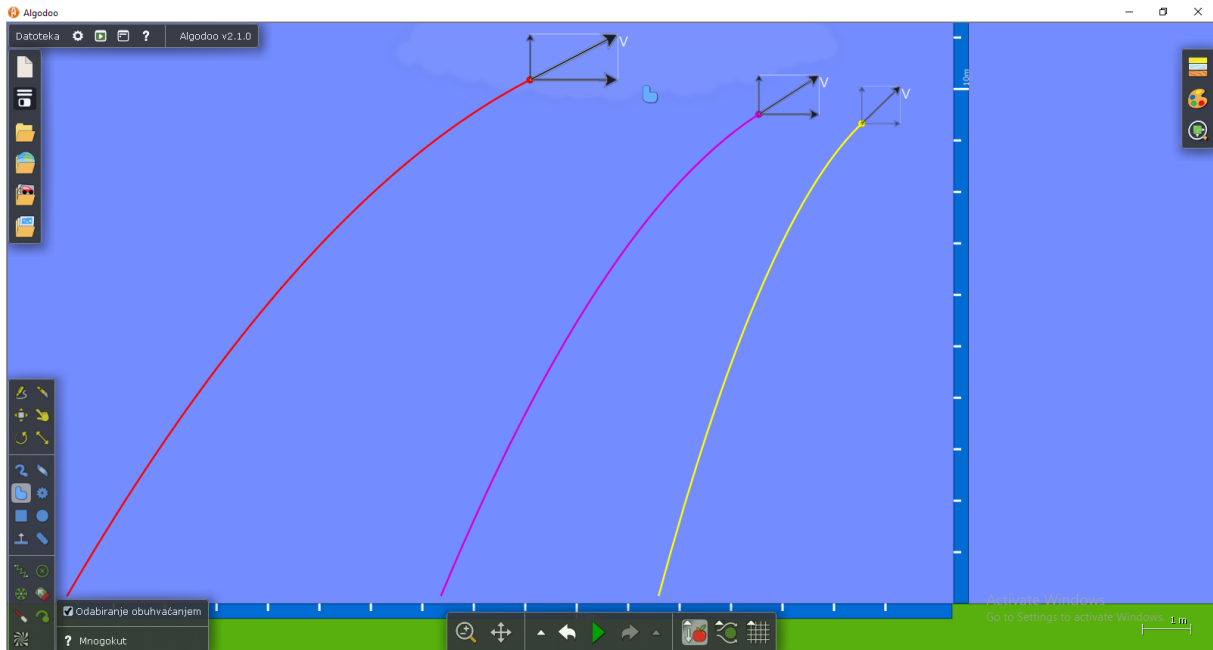
Profesori su pitali studente koje su parametre mijenjali da bi uspjeli strelicom probiti spužvu. Na to se nadovezalo pitanje studentima: „Što mislite od čega je sačinjena spužva u ovom slučaju?“. Studenti su klikom na spužvu (slika 3.2.1, lijevo) pretpostavili da je spužva

sačinjena od manjih krutih objekata i opruga koje ih povezuju. Testirali su svoja predviđanja rastezanjem spužve i gledanjem kako se mijenja struktura, a profesori su ih naveli da sami izgrade svoj model spužve. Konstruirali su sistem od tri mala kruta objekta povezanih oprugama koje nemaju masu, te proučavali utjecaj konstante opruge i prigušenja na takav model spužve. Ovakvim otvorenim pristupom ishodišta simulacija, za razliku od tradicionalnog pristupa simulacijama (PhET), studentima je omogućeno samostalno otkrivanje relevantnih parametara o kojima ovise fenomeni. Takav pristup zahtijeva aktivnost, razmišljanje o problemu i znanstveni pristup prepoznavanju parametara o kojima ovisi fenomen.

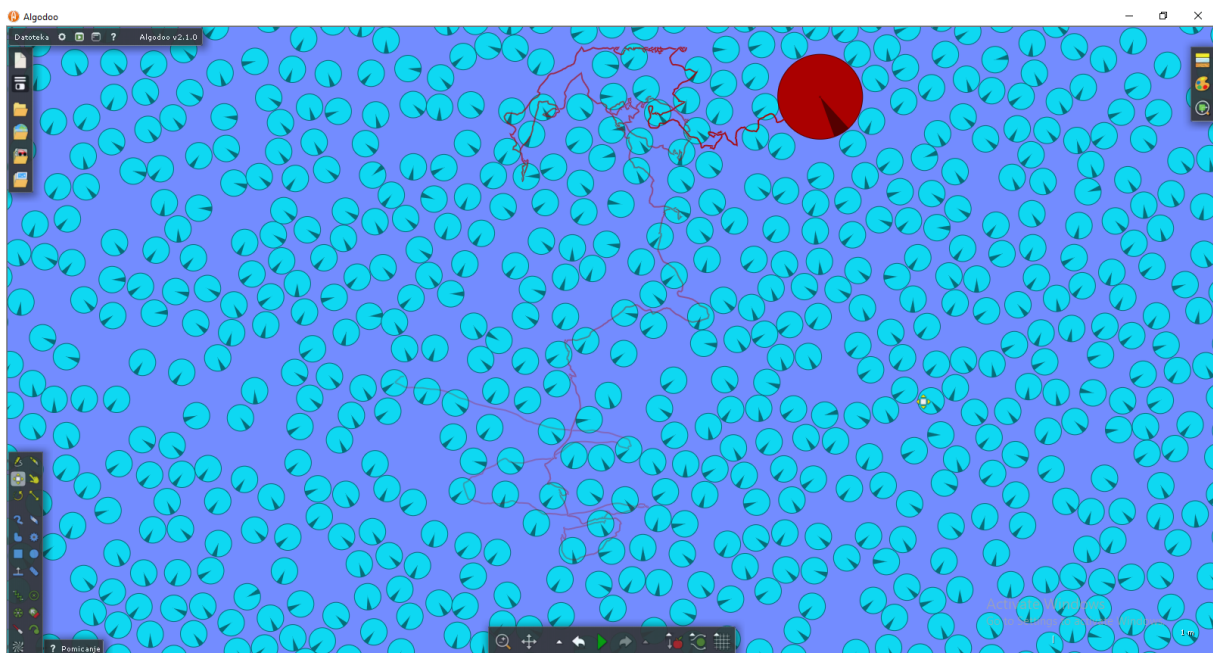
U radu [13] pomoću *Algodoou* obrađen je kosi hitac. Konstrukcija kosog hitca u *Algodoou* je prilično jednostavna. Dovoljno je kreirati krug i u opcijama mu namjestiti početnu brzinu i kut koji određuje smjer brzine. Moguće je također podesiti brzinu po komponentama, posebno x i y smjer. Alat crtalo ćemo također pridružiti objektu da vidimo trag putanje (slika 3.2.2). Uz kontrolu i navođenje nastavnika, učenici mogu ovoj temi pristupiti istraživački. Mogu mijenjati brzinu i kut izbačaja objekta i promatrati utjecaj promjene parametara na putanju tijela, visinu, domet tijela i vrijeme hitca. Također uključivanjem opcije za vektorski prikaz brzine mogu promatrati promjenu brzine (smjera i iznosa) u svakom trenutku hitca. Rastavljanjem iste brzine na komponente učenici uviđaju da je horizontalna komponenta brzine u svakom trenutku hitca ista. Za jasniju sliku i prijelaz na matematički model, učenicima možemo pokazati grafičku ovisnost svih veličina o vremenu. Naposljetku primjenom formula na iste početne uvjete učenici dobivaju iste rezultate teorijski i u *Algodoou*. Ovakvom obradom kosog hitca uz instrukcije nastavnika učenici sami istražuju sve moguće aspekte promatrane teme i povezuju fizikalne veličine s formulama.

Ista skupina znanstvenika kreirala je simulaciju Brownovog gibanja [14] i koristeći histogram raspodjele pomaka i srednju vrijednost kvadrata pomaka odredili koeficijent difuzije. Tekućina je simulirana pomoću malih plavih krugova koji se nasumično gibaju. Krugovi su napravljeni opcijom „krug“, a u opciji „materijal“ podešena su im svojstva u cilju što realnijeg modela tekućine. Namještena je masa 25 g, površina $0,12 \text{ m}^2$, nasumično orijentirane brzine iznosa između $0,1 \text{ m/s}$ i $5,5 \text{ m/s}$ te je postavljen faktor trenja na 0 i koeficijent restitucije na 1, radi sačuvanja ukupne kinetičke energije sistema. Brownova čestica je kreirana kao i čestice tekućine uz podešavanje boje, mase 70 g i površine $0,3 \text{ m}^2$. Ovakva simulacija Brownovog gibanja (slika 3.2.3) može biti korištena za prikaz nasumičnog gibanja čestica u fluidima u srednjoškolskoj nastavi. Također, radi jednostavnosti kreiranja

simulacija i mijenjanja parametara (veličine čestica, iznosa brzina, koeficijenta restitucije) tijekom simulacije, može se koristiti u radu sa studentima i raspravljati o utjecaju pojedinih parametara na koeficijent difuzije. Osim toga, studenti ovakvim pristupom mogu naučiti o znanstvenim procesima koji se koriste prilikom formuliranja modela, kako prikupljati podatke i kako ih obrađivati.

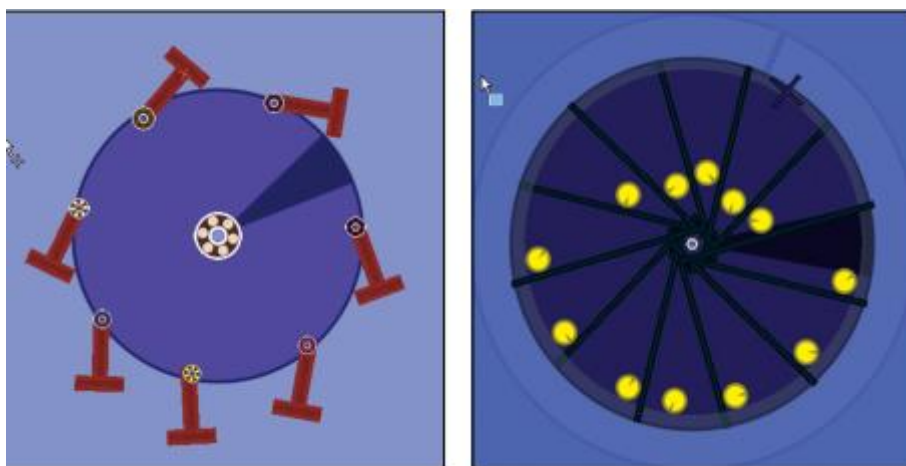


Slika 3.2.2 – Kosi hitac.

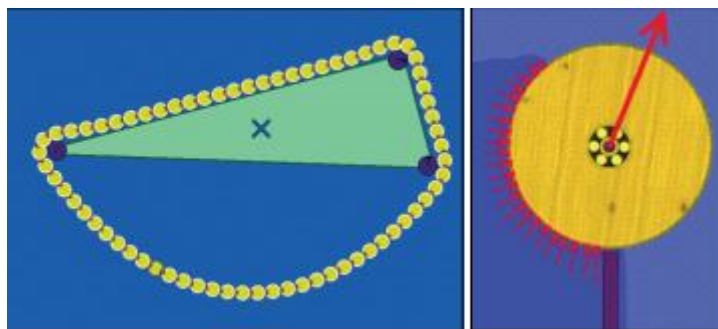


Slika 3.2.3 – Brownovo gibanje.

U radu [15] konstruirano je nekoliko mehaničkih modela perpetuum mobilea pomoću Phuna (ranije verzije *Algodoou* – sve simulacije su kompatibilne s najnovijom verzijom). Autor članka je u to vrijeme bio srednjoškolski nastavnik fizike u Češkoj i koristio je *Algodoou* u nastavi. U nastavi, prilikom predstavljanja modela perpetuum mobilea, učenici su aktivno sudjelovali u diskusiji što se događa tijekom simulacije i razlozima zašto se to događa. Preko simulacija učenici su u kratko vrijeme upotrijebili koncepte sile, momenta sile i uzgona. Model Honnecourtovog perpetuum mobilea (slika 3.2.4, lijevo) konstruiramo crtanjem kruga kojeg alatom „osovina“ fiksiramo za pozadinu i u središtu mu dodamo osovinu oko koje slobodno rotira. Čekiće konstruiramo spajanjem dvaju prethodno napravljenih pravokutnika. Vrhove 7 čekića spojimo osovinom na površinu kruga. Konstrukcijom takvog modela Honnecourtovog stroja u *Algodoou* i puštanjem simulacije, čak i bez trenja i otpora zraka, pokazujemo da se takav stroj zaustavlja kada su 3 čekića u gornjem i 4 u donjem dijelu kruga. Model Sommersetovog perpetuum mobilea (slika 3.2.4, desno) konstruiramo crtajući krug s osovinom u središtu. Alatom za „skiciranje“ crtamo pregrade unutar kruga i dodajemo kuglice. Uključivanjem simulacije, uz prethodno isključivanje otpora zraka, neovisno kako postavimo kuglice ili zarotiramo krug, stroj nakon nekog vremena prestane rotirati. U *Algodoou* možemo konstruirati i model Stevinusovog perpetuum mobilea (slika 3.2.5, lijevo). Koristeći alat za skiciranje konstruirat ćemo trokut i fiksirati ga za pozadinu. Na vrhove trokuta možemo staviti osovine, tako da lanac ne zapinje za njih. Lanac konstruiramo pomoću alata i namještamo trenje na 0 između lanca i trokuta te isključujemo otpor zraka. Puštanjem simulacije vidimo da se lanac ne kreće, čak i ako ga gurnemo.



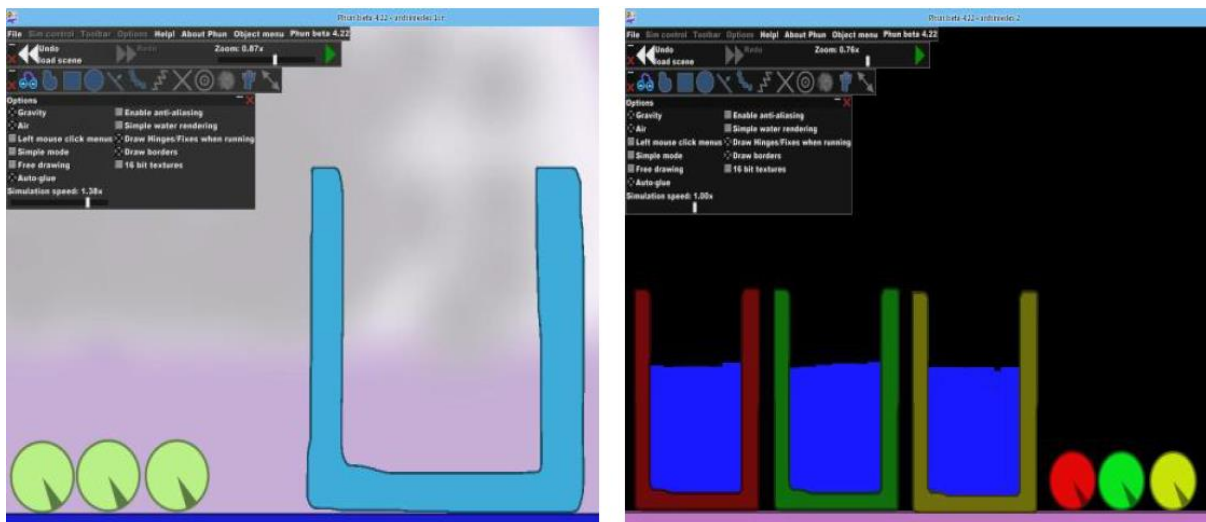
Slika 3.2.4 – Model Honnecourtovog stroja lijevo, model Sommersetovog stroja desno (slika preuzeta iz rada [15]).



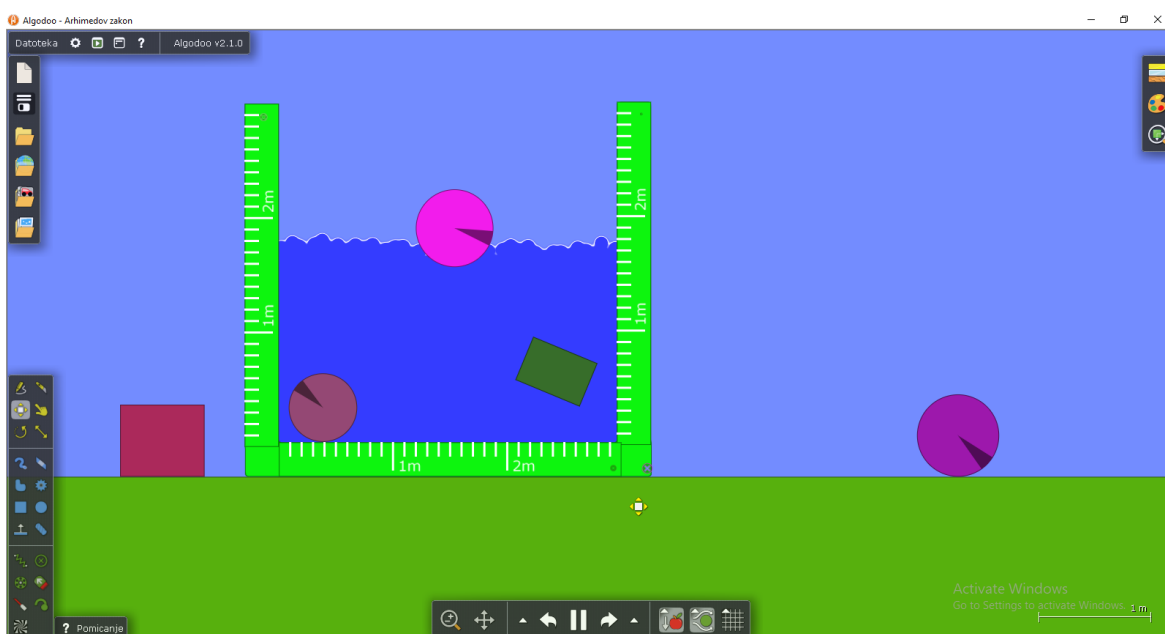
Slika 3.2.5 – Model Stevinusovog stroja lijevo, model hidrostatskog stroja desno (slika preuzeta iz rada [15]).

U *Algodoou* možemo izraditi i model hidrostatskog stroja. Pomoću alata za skiciranje napravimo posudu i krug kojeg osovinom spojimo s rubom posude. Pomoću alata za skiciranje u posudi napravimo objekt i pretvorimo ga u tekućinu. Na taj način smo kreirali hidrostatski stroj (slika 3.2.5, desno) kojeg je u laboratoriju teško napraviti bez prolijevanja tekućine. Budući da na krug djeluje sila uzgona očekivalo se da će se krug rotirati. To se ne događa jer je sila uzgona usmjerena prema centru rotacije, a na slici 4 vidimo da su iznosi sile uzgona na različitim dubinama različiti ali usmjereni prema centru kruga.

U radu [16] nastavnicima fizike predstavljena je obrada Arhimedovog zakona uz korištenje *Algodoa*. Simulaciju za obradu Arhimedovog zakona napravili su na sljedeći način. Alatom za crtanje napravili su posudu i u nju stavili objekt kojeg su pretvorili u vodu. Dodatno su kreirali tijela s različitim gustoćama, koja su uranjali u tekućinu i posudu kopirali 2 puta (slika 3.2.6). Mi smo u našoj simulaciji napravili pravokutan oblik posude uz dodatak ravnala koje smo zalijepili pomoću četverokuta (slika 3.2.7). Na taj način možemo mjeriti površinu uzdignute vode i usporediti je s površinom uronjenog objekta koju možemo lako očitati u svojstvima objekta. Nastavnici su kroz upitnik od 28 pitanja izrazili svoja mišljenja o prednostima i manama takvog nastavnog sata. Rezultati su pokazali zainteresiranost nastavnika za upotrebu ovakve simulacije prilikom obrađivanja Arhimedovog zakona. Glavne istaknute mane su: strani jezik (28%, *Algodoa* trenutno nije preveden na turski), nemogućnost prezentiranja svih fenomena (18%) i vrijeme potrebno za pripremu simulacije (18%). Kao prednosti su naveli: povećanje učeničkog razumijevanja fizike (29%), dobra vizualizacija fenomena (28%) i jednostavnost uporabe (11%).



Slika 3.2.6 – Simulacija za obradu Arhimedovog zakona (slika preuzeta iz rada [16]).

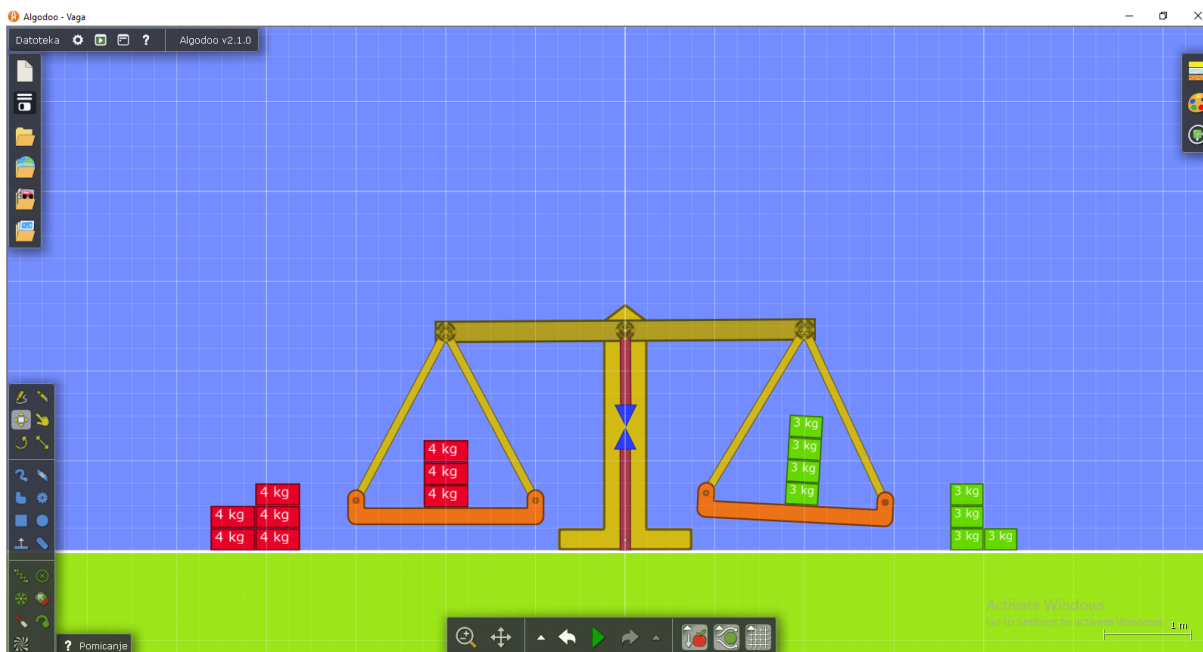


Slika 3.2.7- Prijedlog poboljšane simulacije Arhimedovog zakona.

Osim u Algodoo, simulacije možemo pronaći i na svakom računaru gdje je instaliran *Algodoo*. Nakon instalacije programa potrebno je pronaći mapu na računalo gdje se instalirao program i otvoriti podmapu „scenes“. Tu se nalazi preko stotinu simulacija koje autori programa smatraju najzanimljivijima, a neke od njih vezane za fizikalne fenomene ćemo predstaviti ispod u tekstu.

Jedna od prikladnih simulacija za nastavu fizike je vaga jednakih krakova (slika 3.2.8). Vagu u *Algodoo* možemo konstruirati na razne načine, a najjednostavnije je spajajući dijelove napravljenje alatom za četverokute pomoću alata osovine. Ako vašoj vagi bude teško postići ravnotežu, možete povećati otpor zraka i na taj način poboljšati funkcionalnost vage (ili

koristiti već napravljenu simulaciju). Učenicima se kroz igru može objasniti kako funkcionira vaga i na što moraju obraćati pozornost ako kupuju proizvode na tržnici koje prodavači važu takvim vagama.

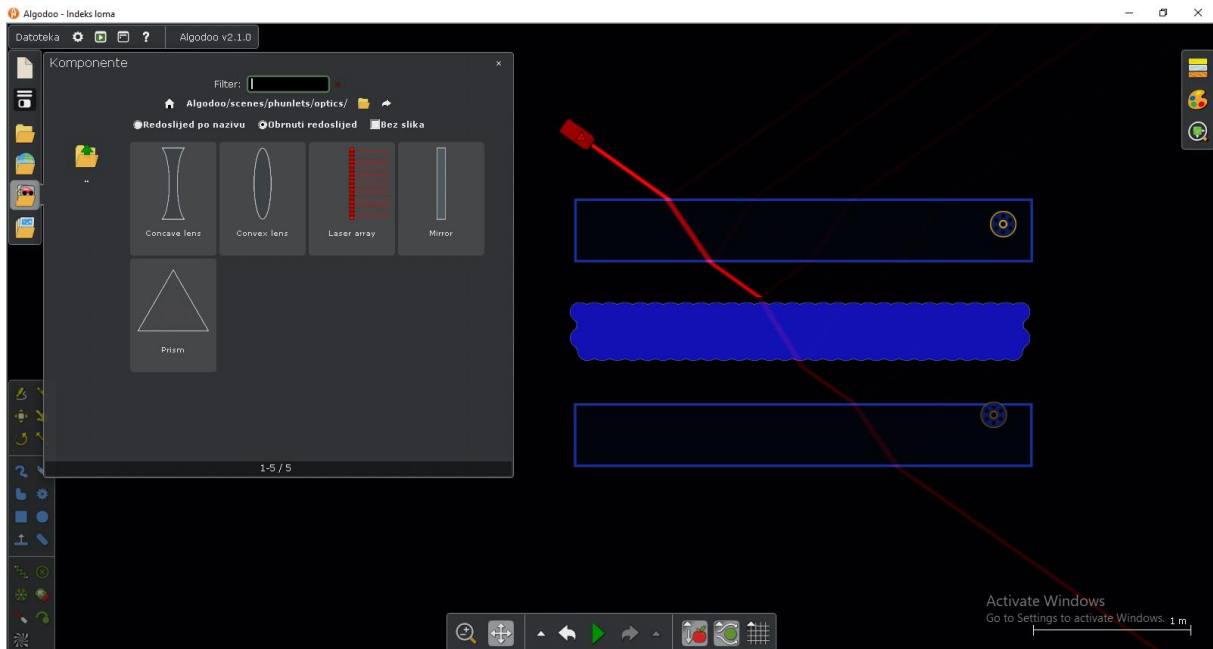


Slika 3.2.8 – Vaga u ravnoteži.

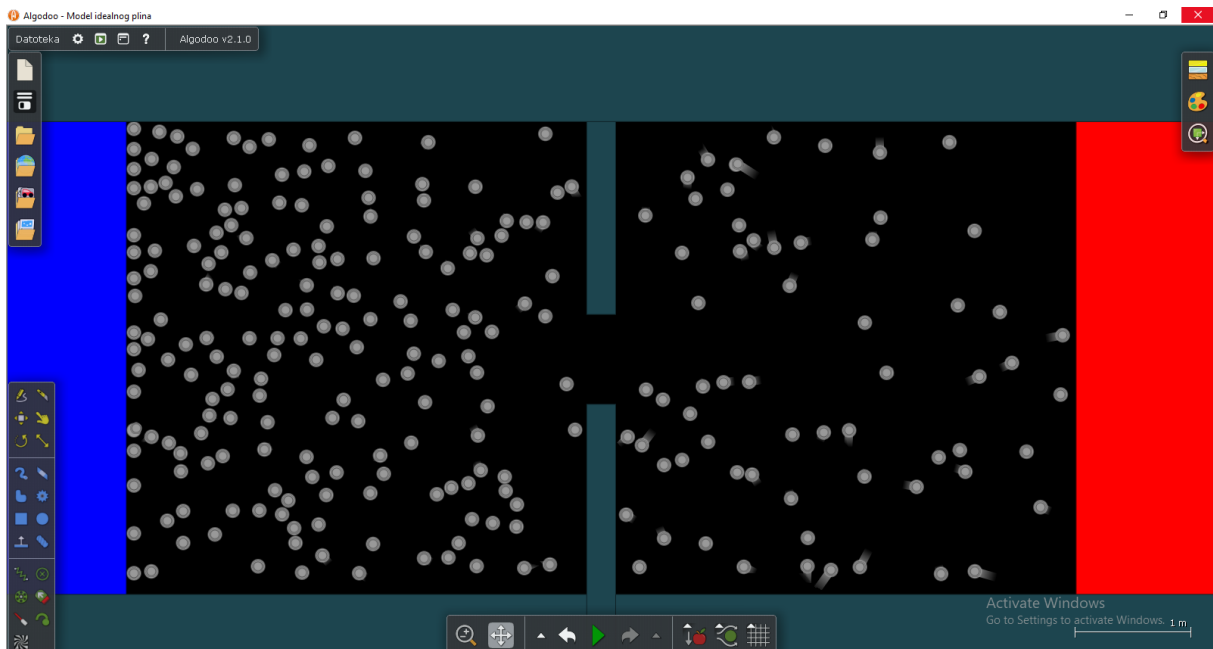
Algodoo možemo koristiti na razne načine u optici. Izvor svjetlosti je laser kojemu možemo mijenjati boju svjetlosti i usmjeriti ga u željenom smjeru, pod određenim kutom. U svojstvima objekata možemo namjestiti postotak prozirnosti i indeks loma svjetlosti sredstva od kojeg je načinjen objekt. Algodoo omogućava brzo kreiranje konkavnih leća, konveksnih leća, zrcala i prizmi koristeći unaprijed formirane objekte (komponente) koje možemo pronaći u traci izbornika (lijevi dio slike 3.2.9). Simulaciju prikladnu za proučavanje indeksa loma (slika 3.2.9, desno) moguće je napraviti u roku od nekoliko minuta koristeći gore navedene alate. Učenici mogu sami mijenjati indeks loma objekata i promatrati što se događa kada svjetlost prelazi iz optički gušćeg u optički rjeđe sredstvo, iz optički rjeđeg sredstva u optički gušće, uočiti potpuno odbijanje i odrediti granični kut potpunog odbijanja.

Model idealnog plina u Algodoo kreiramo na sličan način kao što smo kreirali model tekućine prilikom promatranja difuzijskog procesa. Potrebno je ravninama ograničiti prostor u kojem ćemo promatrati plin, isključiti gravitaciju i otpor zraka, kreirati male molekule plina pomoću alata za krug i umnožiti ih u veliki broj. Njima je potrebno dati nasumične brzine i postaviti koeficijent restitucije na 1 tako da sudari budu elastični. Prostor možemo pregraditi na dva jednaka dijela s otvorom u sredini (slika 3.2.10). Lijevu granicu prostora možemo obojiti u plavo i postaviti koeficijent restitucije manji od 1 (tako smanjujemo brzinu čestica i

stvaramo efekt hlađenja). Desnu granicu prostora možemo obojiti u crveno i postaviti koeficijent restitucije veći od 1 (na taj način povećavamo brzinu čestica i stvaramo efekt zagrijavanja). Puštanjem simulacije vidimo da pri istom tlaku lijevi, hladniji dio prostora ima veću gustoću čestica od desnog, toplijeg dijela.



Slika 3.2.9 – Lom crvene svjetlosti kroz dva staklena pravokutnika i vodu između njih.

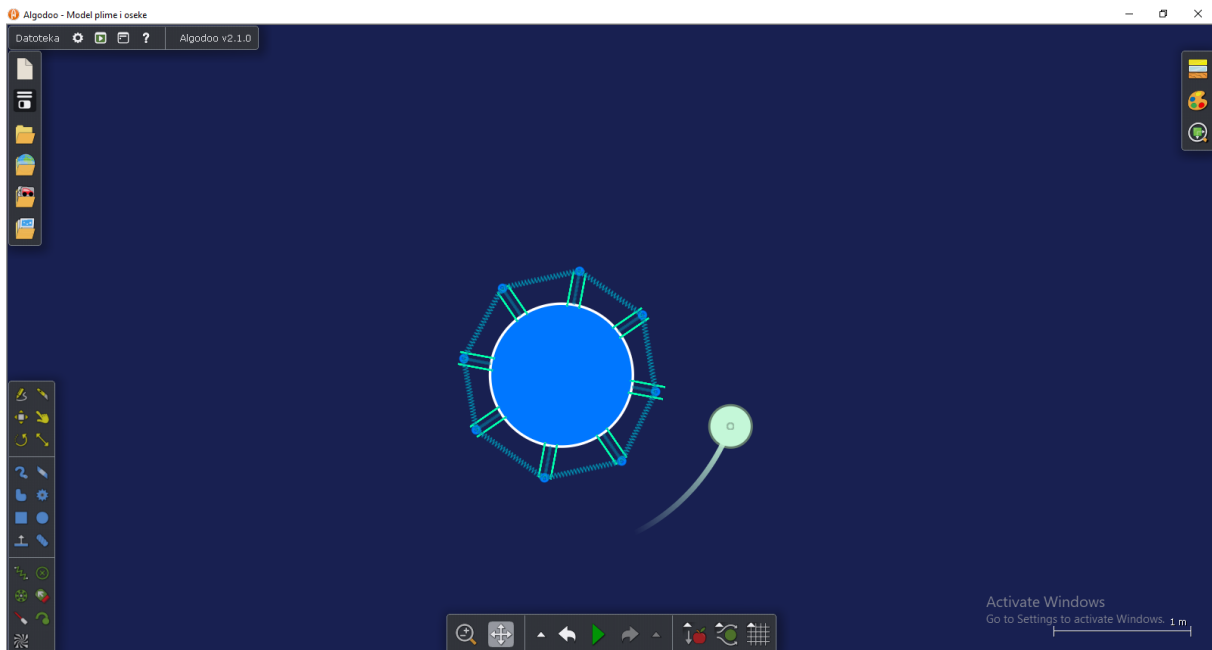


Slika 3.2.10 – Raspodjela čestica idealnog plina u slučaju gradijenta temperature.

Vrijedan izvor *Algodoo* simulacija možemo pronaći na japanskoj web stranici (<https://www14.atwiki.jp/yokkun/?cmd=upload&act=listpage>). Stranica je na japanskom jeziku, ali uz pomoć preglednika *Chrome* možemo je jednostavno prevesti na hrvatski ili

engleski jezik. Klikom na link dobivamo popis od preko tri stotine radova u *Algodoo*, većinom vezanih uz fiziku koje možemo preuzeti. Navodimo neke od njih.

Model plime i oseke možemo napraviti tako da prvo stvorimo sistem planeta i mjeseca pomoću alata za crtanje krugova, gdje planet ima veću masu i gravitacijsku konstantu od mjeseca. More na planetu možemo napraviti pomoću kombinacije malih tijela na površini planeta i opruga s kojima su povezani. Prolaženjem mjeseca opruge se dižu i spuštaju, i tako simuliraju plimu i oseku (3.2.11).

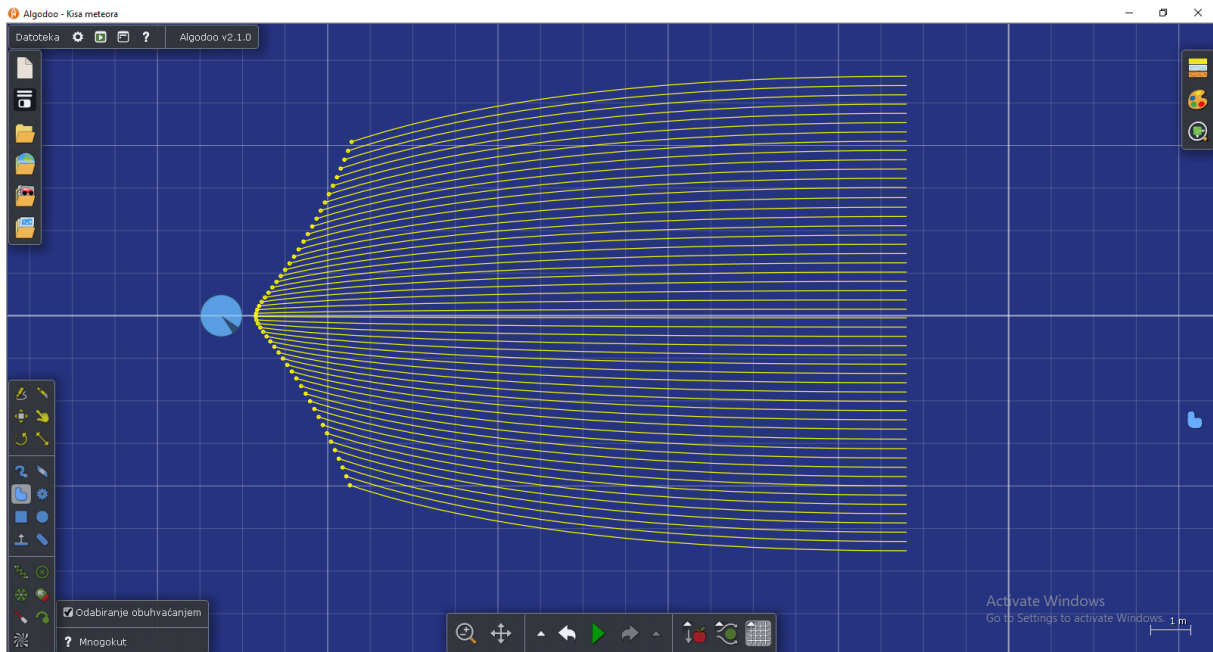


Slika 3.2.11- Model nastanka plime i oseke.

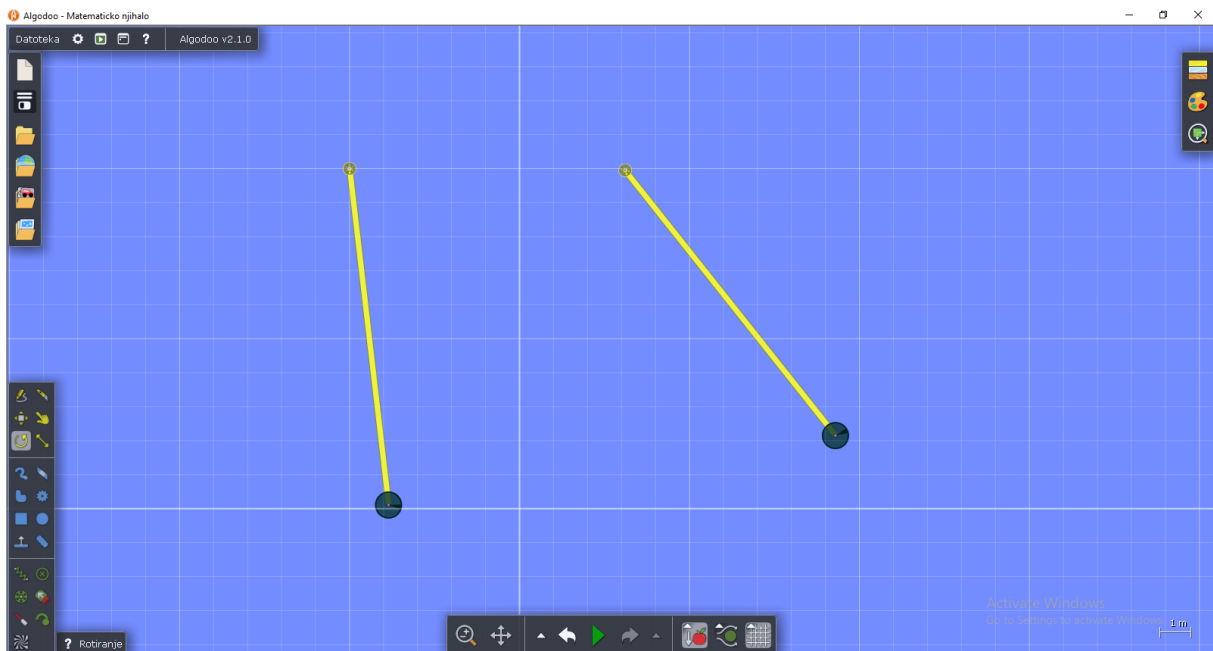
Možemo napraviti i model sudara planeta s kišom meteora. Planet ćemo napraviti kao u prethodnom slučaju, a meteore kao male krugove s početnom brzinom. Meteorima ćemo pratiti putanju alatom crtalo. Puštanjem simulacije vidimo da se dio meteora sudara s planetom, a dio paraboličnom putanjom prolazi pokraj planeta (slika 3.2.12).

Algodoo je prikladan i za obradu matematičkog njihala. Njihalo konstruiramo tako da alatom za četverokute napravimo uzak pravokutnik (nit) i namjestimo mu masu na približno 0 g. Jedan kraj pravokutnika alatom osovina pričvrstimo na pozadinu ili neki objekt, a na drugi kraj mu zalijepimo krug određene mase. Alatom za rotiranje možemo mijenjati amplitudu njihala, a klikom na pravokutnik određujemo duljinu niti. U nastavi ovakvu simulaciju možemo koristiti za eksperimentalno određivanje ovisnosti perioda njihanja o amplitudi, masi tijela, duljini niti i akceleraciji sile teže. Svaki od tih eksperimenata možemo napraviti tijekom sata mijenjanjem promatranih parametara u kojima sudjeluje cijeli razred. Eksperiment

možemo izvoditi na način da kopiramo njihalo (slika 3.2.13) i na njemu mijenjamo parametre koje promatramo ili tako da na jednom njihalu mjerimo period i onda nakon promjene parametra opet mjerimo period. Period možemo mjeriti zapornim satom uz aktivno sudjelovanje učenika ili ga očitati s grafa ovisnosti položaja o vremenu.



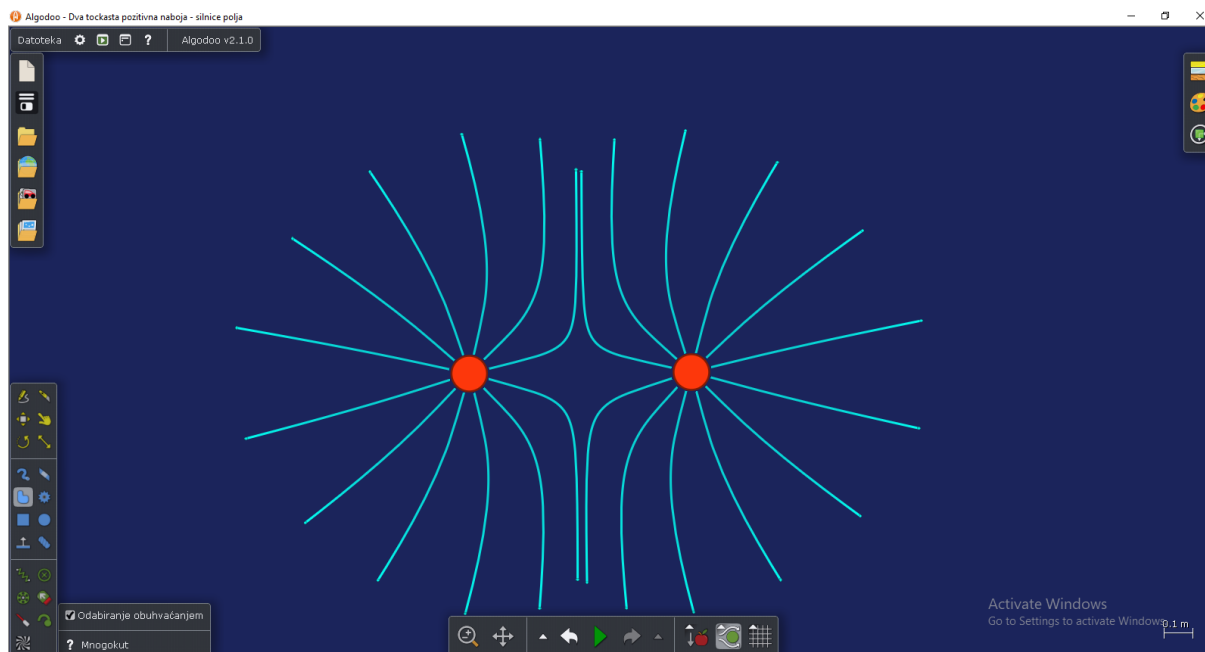
Slika 3.2.12- Simulacija sudara planeta s kišom meteora.



Slika 3.2.13 – Jednaka matematička njihala s različitom amplitudom titranja.

Iako *Algodoo* nije predviđen za promatranje elektromagnetskih svojstava tijela, uz malo mašte tijelima možemo dodijeliti naboje. Točkaste naboje možemo kreirati pomoću alata krug, a naboj im dodijelimo postavljanjem pozitivne ili negativne gravitacijske

konstante. Nažalost na taj način ne možemo simulirati većinu zakonitosti elektrodinamike, ali neka svojstva ipak možemo zorno prikazati. Kreiranjem dva naboja s negativnim privlačenjem i postavljanjem malih nevidljivih objekata na površine naboja te praćenjem njihovog položaja pomoću alata crtalo dobivamo zoran prikaz silnica električnog polja za dva pozitivna naboja (slika 3.2.14).



Slika 3.2.14 – Silnice elektrostatskog polja dva pozitivna naboja.

Prednosti i načini korištenja *Algodoo* u nastavnom procesu odlično su objašnjeni u radu [17]. Navodimo ih u tekstu koji slijedi.

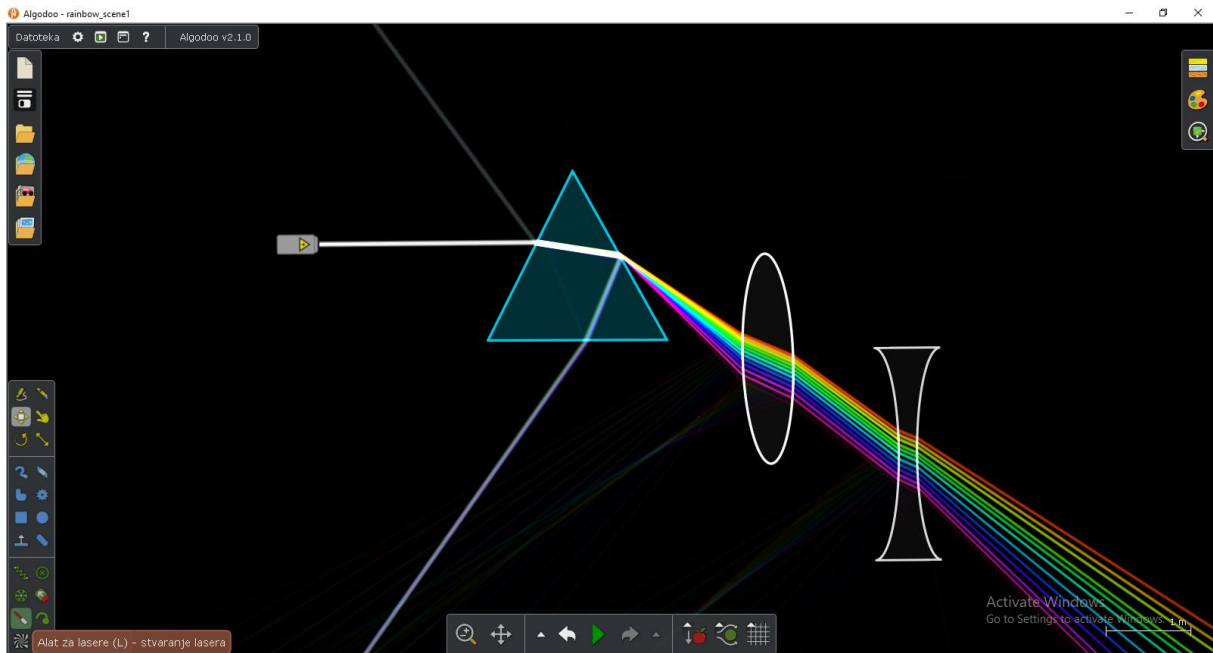
1. Vizualizacija

Jednostavno i pregledno korisničko sučelje dozvoljava kreiranje specifičnih simulacija kojima poboljšavamo tumačenje fenomena ili ih koristimo da učenici dobiju jasnu sliku fenomena (slika 3.2.15). Takve simulacije su često jednostavne i kratko traju, a lako ih možemo konceptualno i vizualno mijenjati (čak i tijekom simulacije) ovisno o potrebi.

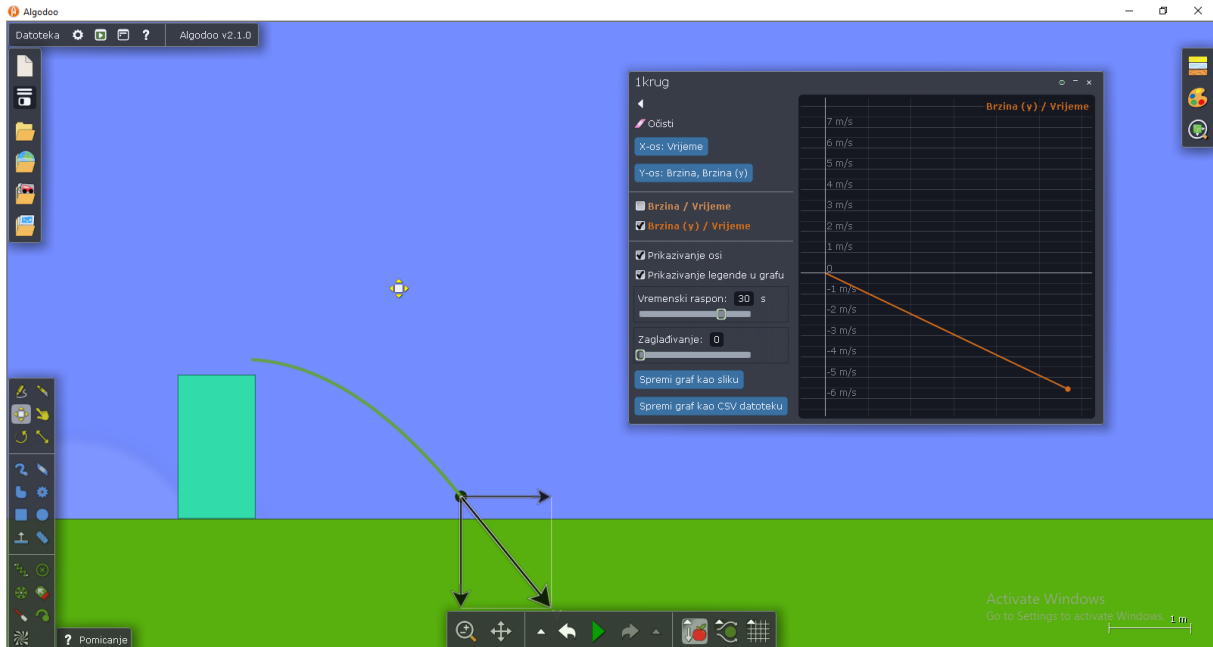
2. Alat za rješavanje problema

Algodoo možemo koristiti i za rješavanje jednostavnih problema. Takva simulacija se napravi u kratkom vremenskom roku, a cilj joj je poboljšati razumijevanje fizike. Na primjeru horizontalnog hica (slika 3.2.16) ovisno o nejasnoćama koja se pojave kod učenika možemo promatrati putanju tijela, grafički prikazati ovisnost x i y komponenti brzine o vremenu,

vektorski prikazati sile koje djeluju na tijelo ili brzinu tijela, kao i rastav po komponentama. Moгуće je paузirati simulaciju i analizirati grafove korak po korak.



Slika 3.2.15 – Prelamanje i rasipanje bijele svjetlosti prolaskom kroz optičku prizmu i leće.



Slika 3.2.16 – Simulacija horizontalnog hitca. Kreirali smo četverokut i na njegov vrh postavili krug. Krugu smo u opcijama dali početnu brzinu u x smjeru te smo uključili prikaz vektora brzine. Dodali smo mu opcijom „crtalo“ trag, a opcijom „graf“ promatramo ovisnost y komponente brzine o vremenu.

3. Proučavanje fenomena i procesa

Fleksibilne mogućnosti i sudjelovanje učenika prilikom rada s *Algodoom* daje omogućuju istraživanja novih fizikalnih fenomena, posebice onih koje prije nismo mogli eksperimentalno proučavati. Kombinacijom *Algodoa* i interaktivne ploče učenicima možemo pružiti praktično iskustvo prilikom učenja fenomena za koje eksperimenti u učionici ne postoje. Jedan takav primjer su Keplerovi zakoni koje ćemo obraditi u cjelini 4.1.

4. Projekti i domaće zadaće

Budući da je *Algodo* besplatan i dostupan na različitim operativnim sustavima (nažalost još uvijek ne i na Androidu), a uz to je projekte jednostavno snimati i otvarati na drugim uređajima, pogodan je za učeničke domaće zadaće i projekte. Kao primjer zanimljivog projekta imamo švedsko državno natjecanje u tehnologiji i fizici za niže razrede srednjih škola [17] u kojem su učenici, uz vremenski rok od mjesec dana, imali zadatak dizajnirati vozilo koje će se utrkiivati u *Algodo* simulaciji s posebno dizajniranim preprekama. Takvi projekti su odlični za upoznavanje fizikalnim zakonima kroz igru u ovom slučaju s upoznavanjem trenja između kotača i podloge.

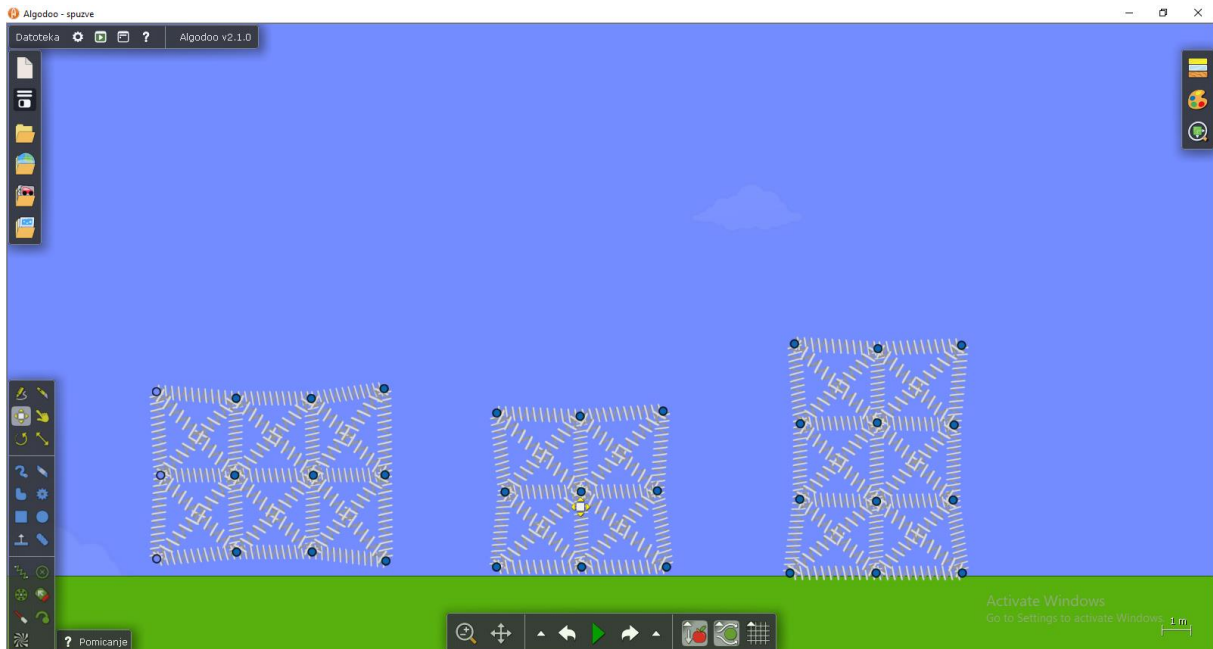
5. Uvod u računalno modeliranje

Algodo može biti prvi susret učenika s računalnim modeliranjem u fizici. Korisnik može mijenjati parametre i istraživati računalni model fizikalnog fenomena do njegovih granica bez prethodnog znanja matematike i programiranja. Takav primjer je kreiranje jednostavnog mehaničkog modela spužve pomoću čestica i opruga koje povezuju čestice (slika 3.2.17). Možemo mijenjati elastična svojstva spužve promjenom svojstava opruga (konstante elastičnosti ili prigušenja) i promjenom mase čestica od koji je spužva napravljena. Spužvu možemo rastezati, povlačiti, stavljati tijela određene mase na nju i tako promatrati njena mehanička svojstva (također tijekom simulacije možemo mijenjati njena svojstva). Takva simulacija može biti poticaj za učeničko razmišljanje o matematičkim modelima koji opisuju svijet.

6. Radionice i ljetne škole

Algodo je pogodan za uporabu prilikom fizikalnih radionica i ljetnih škola. Svojim jednostavnim i zanimljivim sučeljem, pogotovo u kombinaciji s uređajima koji imaju dodirni zaslon, omogućuje sudionicima gotovo spontano istraživanje različitih fenomena. Smanjuje

potrebu za laboratorijskom opremom i uputama koje su nužne za rukovanje opremom, a samim time novac i broj ljudi potreban za organizaciju takvih skupova. Zbog brze i jednostavne promjene uvjeta i parametara sudionicima ostavlja veliki prostor za kreativno istraživanje i argumentiranu raspravu o promatranim fenomenima.



Slika 3.2.17 – Mehanički model spužve.

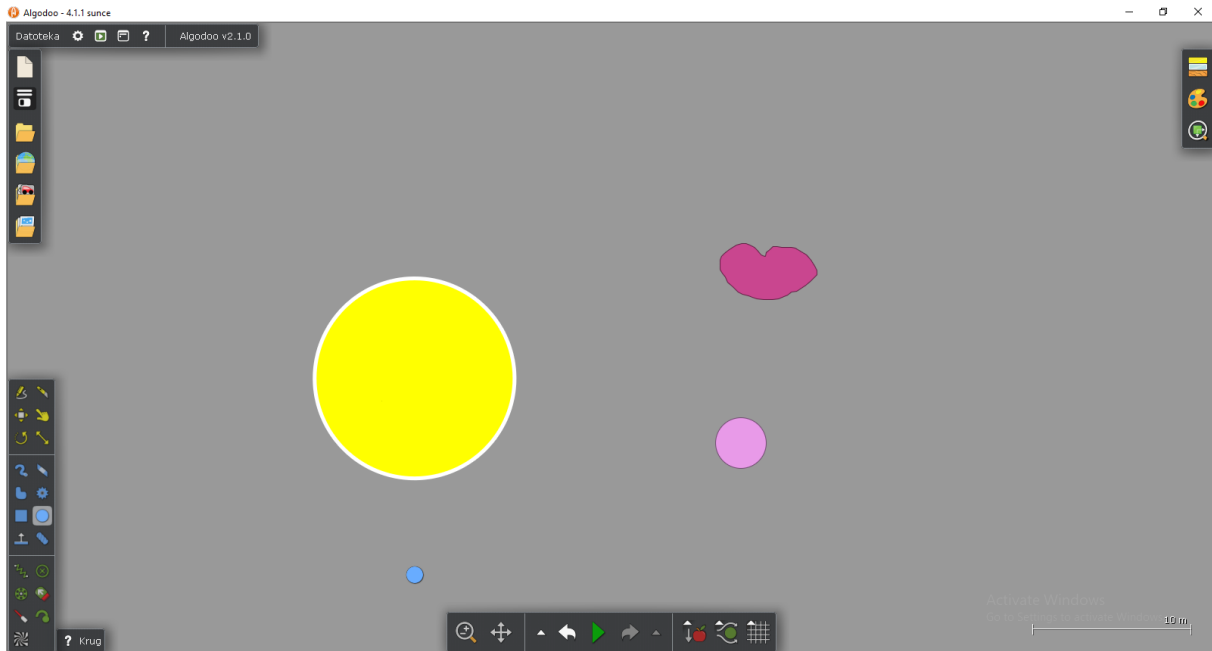
4. Primjena u nastavi fizike

4.1 Keplerovi zakoni

Nastavna tema *Keplerovi zakoni* najčešće se izvodi klasičnom, predavačkom metodom. Glavni razlog tome je nemogućnost eksperimentalnog pristupa toj temi u školskoj učionici. Kombinacijom *Algodoa* i interaktivne ploče, Keplerovim zakonima pristupit ćemo na bitno drugačiji način. Pritom ćemo iskoristiti interaktivnu ploču kao dodirni zaslon te postojeća znanja i vještine učenika koji su svakodnevnom uporabom pametnih mobitela i tableta dobro upoznati s načinom rada na dodirnom zaslonu. Keplerove zakone ćemo formulirati istraživačkim pristupom u odgovarajućoj simulaciji gibanja planeta, kreiranjem i mijenjanjem parametara simulacije kroz aktivno sudjelovanje učenika, uz jasne upute i vođenje nastavnika [18, 19].

Kao dio pripreme za nastavni sat potrebno je kreirati okruženje simulacije u kojem ćemo istraživati utjecaj masivne zvijezde na tijela u njezinoj blizini, u našem slučaju utjecaj Sunca na planete u Sunčevom sustavu. U postavkama programa potrebno je uključiti opciju dodirnog zaslona, isključiti silu težu i otpor zraka te kreirati Sunce. Suncu je potrebno promijeniti masu, gravitacijsku konstantu i fiksirati ga za pozadinu.

Nastavni sat možemo započeti crtanjem novih tijela (planeta) u blizini Sunca. Učenici mogu sami izabrati hoće li prostoručno nacrtati tijelo ili koristiti alat za crtanje krugova (slika 4.1.1). Ovakav način rada zahtijeva izlaženje pojedinih učenika pred interaktivnu ploču, a važno je pritom potaknuti ostatak učenika na diskusiju o temi. Idealno bi bilo kada bi učionice bile opremljene tabletima, tada bi svaki učenik mogao samostalno istraživati.



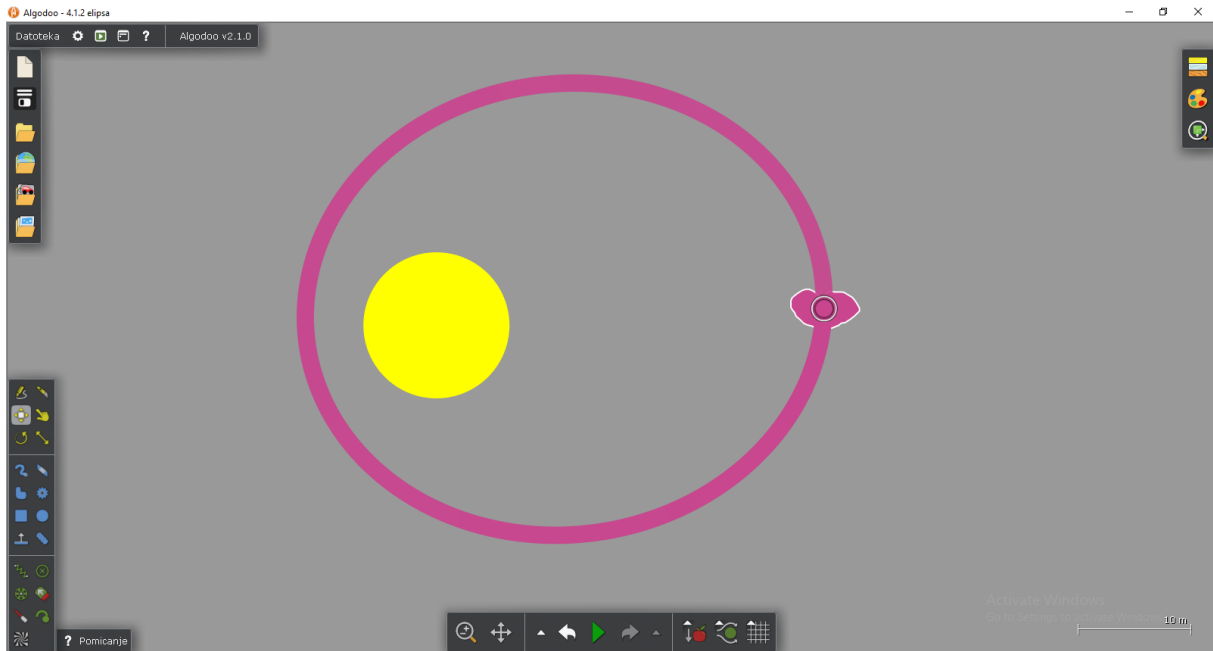
Slika 4.1.1 – Sunce koje je postavio nastavnik i planeti koje učenici samostalno dodaju.

Nakon što nacrtaju planete učenicima možemo postaviti pitanje: „Što će se dogoditi kada uključimo simulaciju?“. Poželjno je potpitanjima razviti diskusiju i pretpostaviti što se dogoditi. Kada smo pokrenuli simulaciju primijetili smo da planeti padaju na površinu Sunca i nakon nekog vremena tamo se zaustavljaju. Sada trebamo učenike pitati što će se dogoditi ako alatom za pomicanje uzmemo planet (dok je uključena simulacija) i gurnemo ga u orbitu oko Sunca. „Kakva će biti putanja planeta?“ Pustimo ih da isprobavaju. Na taj način će se opustiti i bez ustručavanja raditi pred pločom, što može ohrabriti i sramežljivije učenike da se uključe u raspravu. Nakon određenog vremena uz raspravu učenici mogu doći do zaključka da postoje tri različita mogućnosti za putanju planeta :

1. Planet se sudara sa Suncem.
2. Planet periodično kruži oko Sunca.
3. Planet prolazi pored Sunca nastavlja svoju putanju.

Važno je raspraviti moguće orbite planeta (kao i kometa, satelita i umjetnih satelita) što kasnije možemo iskoristiti prilikom obrade **kozmičkih brzina**.

„Na koji od navedenih načina se gibaju planeti u Sunčevom sustavu?“ Uz to pitanje postavljamo: „Opiši oblik putanje?“. Potaknimo raspravu. Provjerimo sada kakva je putanja pomoću alata „crtalo“ koje ostavlja trag za tijelom (slika 4.1.2).



Slika 4.1.2 – Planet u eliptičnoj orbiti oko Sunca.

Učenici opažaju da se planeti gibaju po elipsi. Primjećuju da se u jednom žarištu elipse nalazi Sunce i na taj način formuliraju prvi Keplerov zakon.

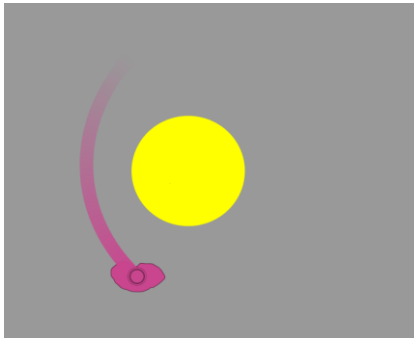
4.1.1 Prvi Keplerov zakon

Prvi Keplerov zakon glasi: Planeti se gibaju po elipsama u čijem jednom žarištu se nalazi Sunce

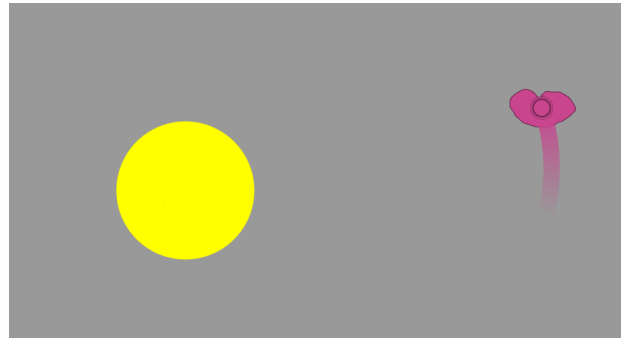
Prvi Keplerov zakon [20] na jednostavan način opisuje gibanje svih planeta, kao i kometa, satelita te umjetnih satelita. Planetarne putanje ne smijemo doslovno shvatiti kao izdužene elipse, crtamo ih kao izdužene elipse da bismo što jednostavnije prikazali svojstva gibanja po elipsi. U slučaju Zemlje najveća i najmanja udaljenost od Sunca razlikuje se tek za 0,02%, pa se njena orbita sasvim malo razlikuje od kružnice [21].

Alat crtalo ima mogućnost podešavanja vremena koliko dugo ostavlja trag za tijelom. Smanjivanjem vremena u odnosu na sliku 4.1.2, umjesto cijele, vidjet ćemo samo djelić orbite. Učenici mogu promatrati kako se mijenja brzina planeta u odnosu na udaljenost od Sunca. Što je duži trag crtala, veći je put planet prešao pa mu je i brzina veća u odnosu na kraći trag (slika 4.1.3 i slika 4.1.4). Zaključujemo da planeti mijenjaju brzinu u različitim

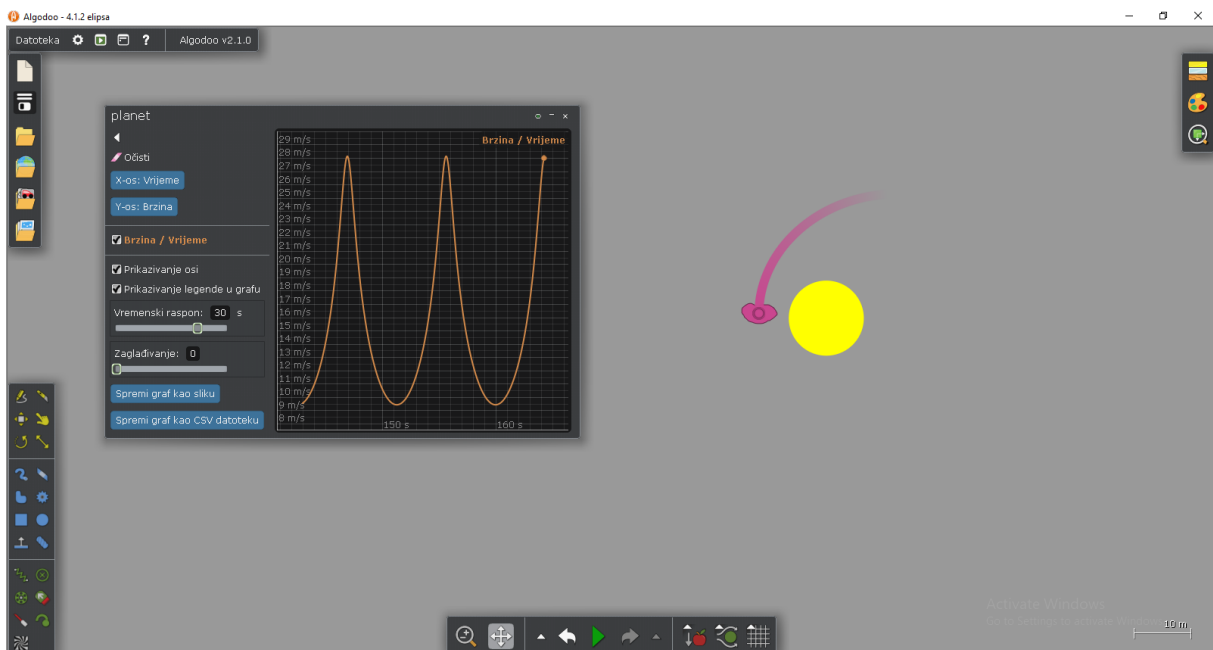
dijelovima svoje putanje. Najbrži su prolaskom kroz perihel (kada su najbliže Suncu), a imaju najmanju brzinu prolaskom kroz afel (kada su najdalje od Sunca). Još jedan način za analizu brzine gibanja planeta korištenjem grafa (slika 4.1.5). Na taj način, uz pokrenutu simulaciju, učenici vide na koji način se ponaša brzina, na kojem mjestu doseže maksimum i minimum.



Slika 4.1.3 – Trag crtala kada planet prolazi kroz perihel.



Slika 4.1.4 – Trag crtala kada planet prolazi kroz afel.

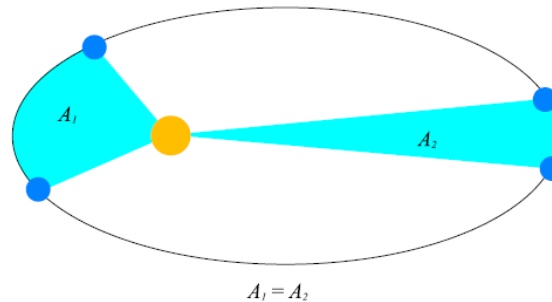


Slika 4.1.5 – Prikaz crtanja grafa brzine planeta u ovisnosti o vremenu.

Povezivanjem brzine planeta s udaljenosti planeta od Sunca učenici kvalitativno formuliraju drugi Keplerov zakon.

4.1.2 Drugi Keplerov zakon

Drugi Keplerov zakon: Spojnica Sunce – planet opisuje u jednakim vremenskim intervalima jednake površine (slika 4.1.6).



Slika 4.1.6 – Drugi Keplerov zakon.

Prvim i drugim Keplerovim zakonom opisali smo gibanja pojedinačnih planeta. Međutim u Sunčevom sustavu nalazi se 8 planeta. Nameće se pitanje: „Postoji li veza koja povezuje gibanja svih planeta, pomoću koje znanjem podataka o gibanju jednog planeta možemo zaključiti o gibanju drugih planeta?“.

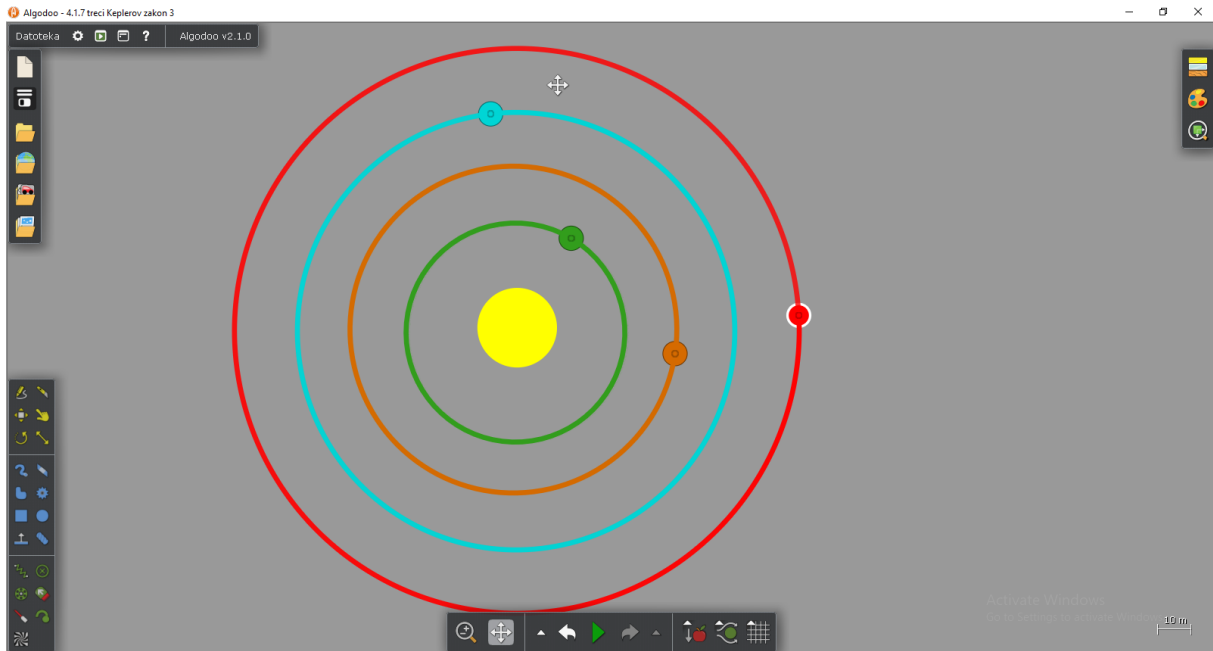
Učenici promatranjem, ili uz pomoć nastavnika, zaključuju da udaljeniji planeti imaju veće periode gibanja. Kreirat ćemo nekoliko planeta na različitim udaljenostima od Sunca i u svojstvima objekta pod opcijom „brzina“ odabrati „pošalji u orbitu“. Tako kreirani planeti gibat će se u kružnoj orbiti oko Sunca (slika 4.1.7).

Učenicima je potrebno napomenuti da je kružnica poseban slučaj elipse kada su mala i velika poluos jednake. Na taj smo način pojednostavnili mjerenje udaljenosti planeta od Sunca. Alatom za četverokute (uz odabir opcije za prikazivanje mjerne skale) možemo kreirati ravnalo i izmjeriti udaljenosti planeta (slika 4.1.8).

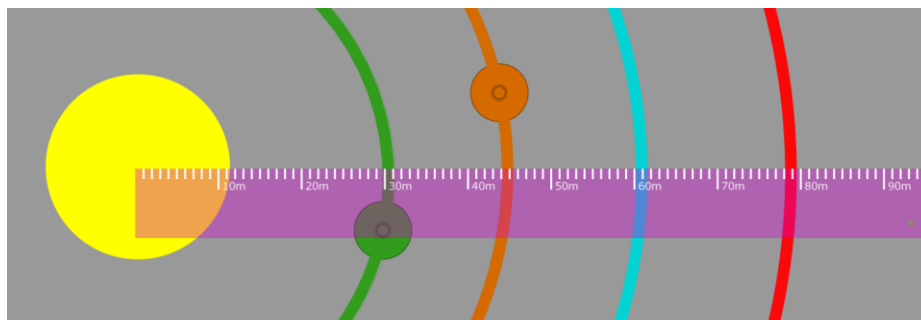
Približavanjem slike učenici očitavaju udaljenosti i upisuju ih u tablicu.

Tablica 4.1.1 – Izmjerene udaljenosti planeta od Sunca.

Planet	1	2	3	4
Udaljenost r [m]	31	45	60,8	78,7



Slika 4.1.7 – Planeti u kružnoj orbiti oko Sunca.

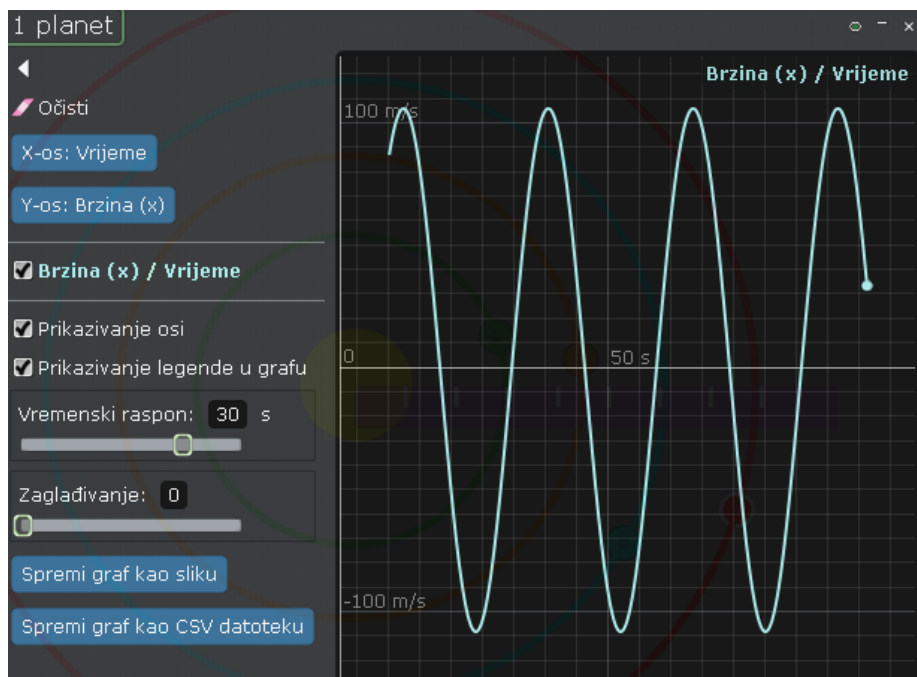


Slika 4.1.8 – Mjerenje udaljenosti planeta od Sunca.

Odabirom opcije graf, promatrajući ovisnost x ili y komponenti brzine o vremenu, možemo odčitati periode gibanja planeta (slika 4.1.9). Klikom na točku grafa *Algodoo* očitava koordinate, a razlika koordinata dva uzastopna minimuma ili maksimuma funkcije nam daje period gibanja planeta.

Tablica 4.1.2 – S grafa očitana vremena ophodnje planeta oko Sunca.

Planet	1	2	3	4
Period T [s]	1,15	2,02	3,13	4,62



Slika 4.1.9 – Ovisnost x komponente brzine četvrtog planeta o vremenu.

Treći Keplerov zakon: Omjer kvadrata vremena ophoda i treće potencije srednje udaljenosti od Sunca za svaki planet ima jednaku vrijednost.

$$\frac{T^2}{r^3} = konst. \quad (4.1.1)$$

Tablica 4.1.3 – Omjer kvadrata perioda planeta i kuba srednje udaljenosti od Sunca.

Planet	1	2	3	4
$\frac{T^2}{r^3} \left[\frac{s^2}{m^3} \right]$	0,00004439	0,00004478	0,00004359	0,00004379

Provjerom omjera dobili smo približno jednake vrijednosti za sve planete. Razlika koja se javlja nakon pete decimale dolazi zbog različitih masa planeta koje su pojašnjene u Newtonovoj mehanici:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} \approx \frac{4\pi^2}{GM} = konst., \quad (4.1.2)$$

pri čemu je G gravitacijska konstanta, M masa Sunca i m masa planeta.

Obradi trećeg Keplerovog zakona možemo pristupiti i na sljedeći način. Umjesto očitavanja vremena ophoda planeta s grafa, učenici mogu ophodno vrijeme mjeriti zapornim satom. Na taj način obradi trećeg Keplerovog zakona pristupamo laboratorijskom vježbom.

Ovu vježbu možemo izvesti u svakoj školskoj učionici jer nam je od pribora potrebno samo osobno računalo, projektor i zaporni sat. Učenike možemo podijeliti u nekoliko grupa, pri čemu svaka grupa mjeri potrebne podatke za jedan odabrani planet, i dati im potrebne upute. Ovakav način obrade trećeg Keplerovog zakona može biti prilika za upoznavanje učenika s vrstama pogrešaka mjerenja i s računom pogreške.

4.1.3 Laboratorijska vježba: Treći Keplerov zakon

Zadatak: Izmjerite 5 puta udaljenost planeta od Sunca u *Algodoo* i zapornim satom izmjerite 5 puta vremena ophodnje. S dobivenim podacima izračunajte omjere $\frac{T^2}{r^3}$, njihovu aritmetičku sredinu, standardnu devijaciju aritmetičke sredine i usporedite međusobno rezultate.

Izračun za prvi planet pokazat ćemo u tablici 4.1.4.

Tablica 4.1.4 – Pet mjerenja perioda i srednje udaljenosti za prvi planet te izračun omjera $\frac{T^2}{r^3}$ za svako mjerenje.

Mjerenje:	Period [s]	Udaljenost [m]	Omjer $\frac{T^2}{r^3}$ [$\frac{s^2}{m^3}$]
1	1,15	31	0,00004439
2	1,1	30,9	0,00004101
3	1,16	31,1	0,00004473
4	1,13	31	0,00004286
5	1,12	30,9	0,00004252

$$\overline{\left(\frac{T^2}{r^3}\right)} = \frac{\sum_{i=1}^5 \frac{T^2}{r^3 i}}{5} = 0,00004310 \frac{s^2}{m^3}$$

$$\sigma_{\frac{T^2}{r^3}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{T^2}{r^3 i} - \overline{\left(\frac{T^2}{r^3}\right)}\right)^2}{5 \cdot (5 - 1)}} = 0,00000067 \frac{s^2}{m^3}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = (43,10 \pm 0,67) \cdot 10^{-6} \frac{s^2}{m^3}$$

Rezultati preostalih planeta:

$$\frac{T^2}{r^3} = (44,59 \pm 0,86) \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = (44,30 \pm 0,42) \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = (43,80 \pm 0,19) \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3}$$

Usporedbom rezultata učenici uočavaju kako su im rezultati približno isti. Pitamo ih: „Što je razlog sitnih odstupanja?“. Razlika koja se javlja nakon pete decimale dolazi zbog moguće pogreške prilikom mjerenja zapornih satom ili očitavanja radijusa u *Algodoou* i različitih masa planeta što je objašnjeno u Newtonovoj mehanici (4.1.2).

4.2 Trenje

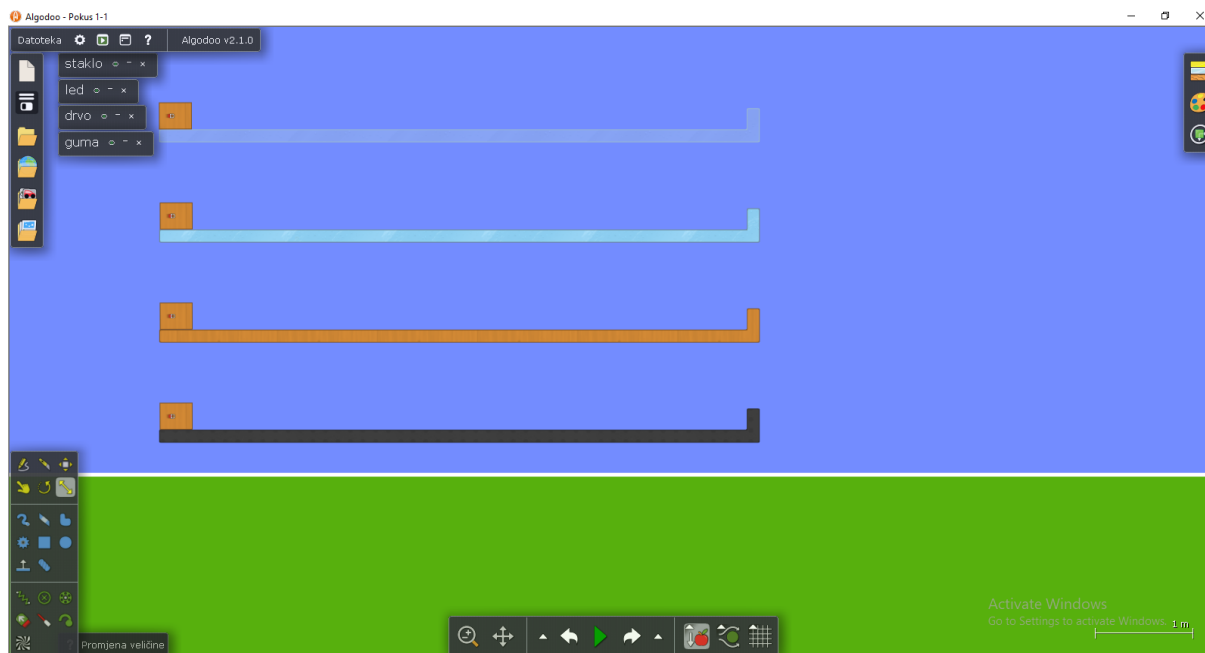
U svakodnevnom životu trenje je jedan od najčešćih pojmova vezanih za fiziku. Učenici se s trenjem susreću kroz brojne primjere: hodanje, kočenje automobila ili bicikla, paljenje vatre rotiranjem suhog drvenog štapa, itd. Premda znaju trenje uočiti u svakodnevnom životu, često ne znaju odrediti ovisnost sile trenja o fizičkim veličinama.

Trenje je sila koja se javlja kad neko tijelo nastojimo pokrenuti ili se već giba, a u dodiru je s drugim tijelom ili podlogom. Statičkim trenjem nazivamo silu koja se protivi vučnoj sili, a stalnu silu trenja tijekom klizanja dinamičkim trenjem [19].

Cilj a ujedno i izazov nastavnika u nastavi fizike treba biti, iznalaženje načina kako na što jednostavniji i istovremeno zanimljiv način, postići učeničko razumijevanje fizikalnih problema, a ne prenošenje samo činjeničnog znanja i definicija. Konkretno, kod tumačenja sile trenja naglasak mora biti na razumijevanju ovisnosti sile trenja o vrsti podloge, pritiskoj sili te površini kojom tijelo pritišće podlogu. Pomoću *Algodoou* možemo na zanimljiv način dovesti učenike do potrebnih zaključaka. Nakon definiranja sile trenja potrebno je učenicima objasniti o čemu ona ovisi. Poželjno je učenicima postaviti pitanja poput: „O čemu ovisi trenje klizanja između dva tijela? Koji je uzrok sile trenja?“. Poželjno je kroz diskusiju uočiti važnost hrapavosti dodirnih ploha.

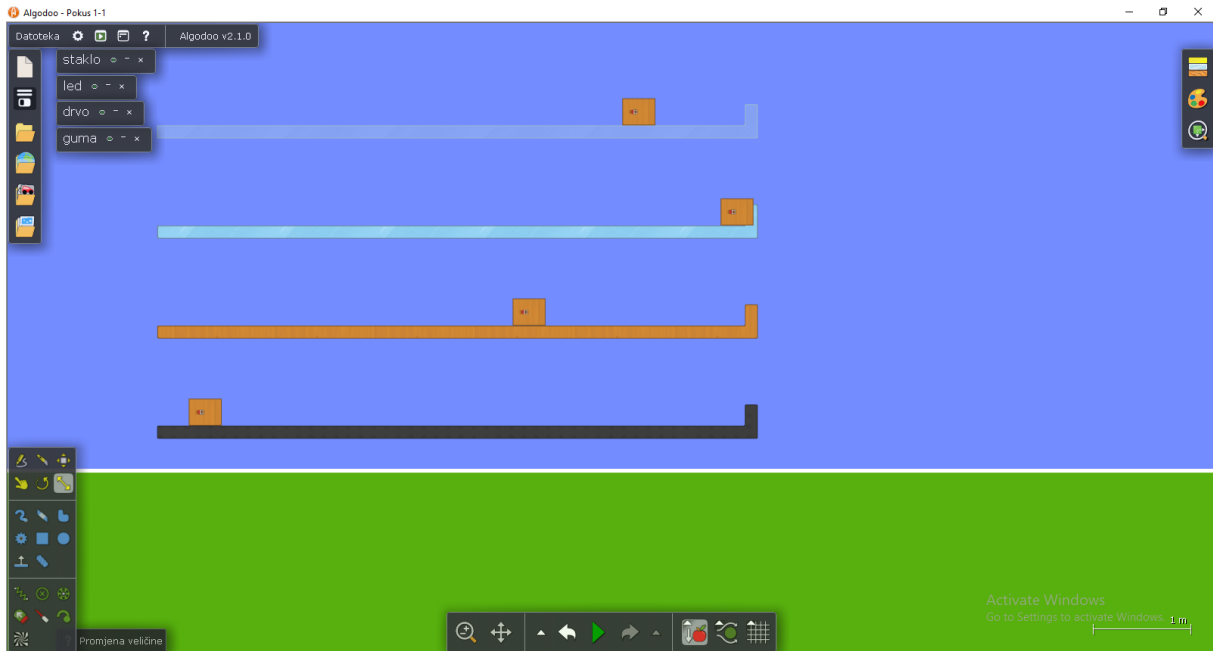
4.2.1 Ovisnost trenja klizanja o vrsti površine

U programu *Algodoo* izradili smo simulaciju prikladnu za srednju školu. Simulacija sadrži četiri jednaka drvena kvadra mase 0,5 kg koji leže na podlogama od stakla, leda, drva i gume. Na svaki kvadar smo ugradili potisnik koji na njega djeluje silom iznosa 4 N u desno, u pozitivnom smjeru x osi (slika 4.2.1).



Slika 4.2.1 – Ispitivanje ovisnosti trenja o vrsti površine.

Prije početka simulacije učenike možemo pitati: „Što mislite koji će kvadar stići prvi do ruba? Zašto?“. Pustimo da se razvija diskusija među učenicima koju nenametljivo usmjeravamo. Pokrenemo simulaciju (slika 4.2.2). Nakon završetka simulacije vidimo da je do kraja staze prvo stigao kvadar na ledenoj podlozi, drugi kvadar na staklenoj podlozi, treći kvadar na drvenoj podlozi i da se kvadar na gumenoj podlozi najmanje pomaknuo. „Zašto smo dobili takav ishod?“ Kroz diskusiju s učenicima treba doći do zaključka da je hrapavost dodirnih površina jedan od uzroka trenja, konkretno da led na površini do približno minus 40 °C ima tanak sloj vode i da će zbog toga kvadar na ledu prvi stići do ruba. Površine tijela nisu savršeno glatke, one se sastoje od malenih udubljenja i izbočina koje ulaze jedna u drugu i tako se opiru gibanju jednog tijela u odnosu na drugo tijelo.



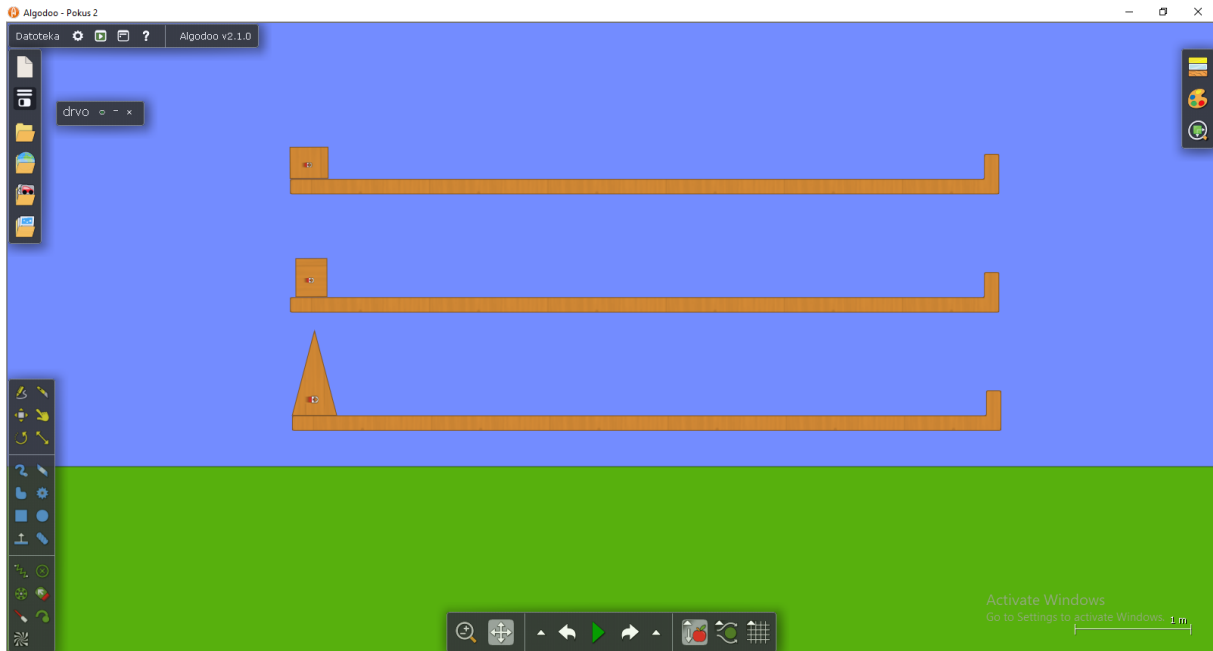
Slika 4.2.2 - Ispitivanje ovisnosti trenja o vrsti površine – položaji kvadara u trenutku kad prvi stiže na kraj staze.

Nadalje, potrebno je razmatrati ovisnost sile trenja o veličini dodirne plohe. Također, možemo istraživati ovisnost sile trenja o obliku tijela.

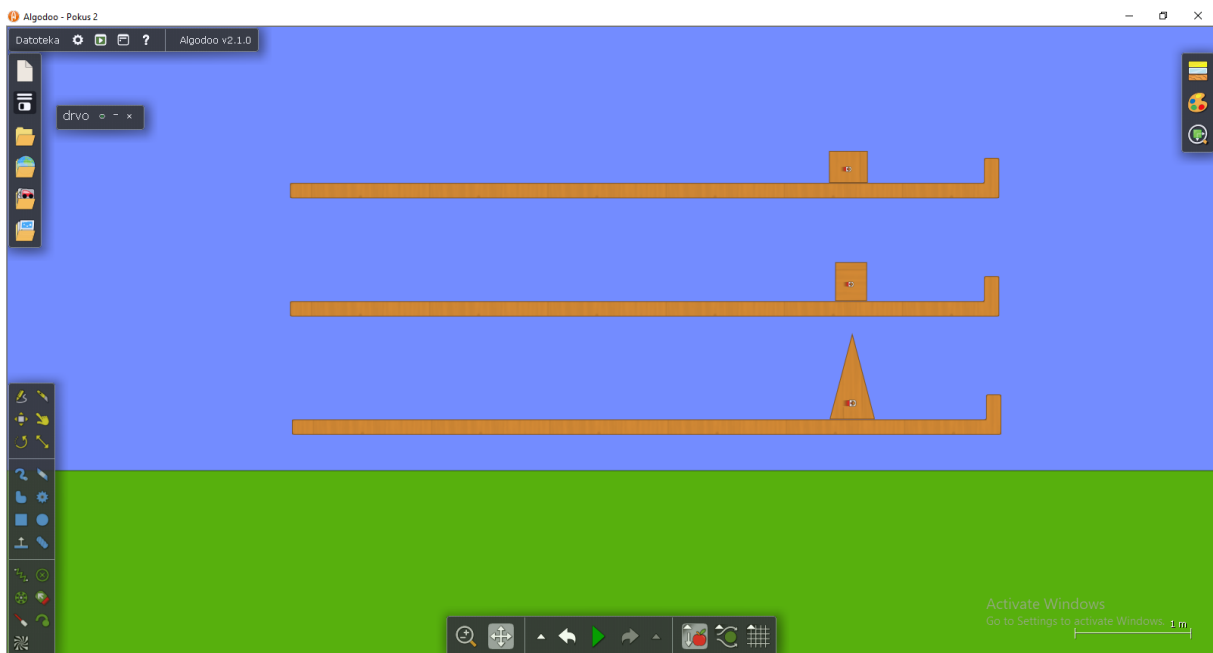
4.2.2 Ovisnost sile trenja o veličini dodirne plohe i o obliku tijela

Scena se sastoji od 3 jednake podloge na kojima se nalaze 2 jednaka kvadra položena na različite stranice i piramida jednake mase. Kao i prije, na svaki kvadar smo ugradili potisnik koji djeluje na kvadar silom od 4 N u desno (slika 4.2.3). Također, kao i u prethodnom istraživanju važno je da učenici prije početka simulacije iznesu i argumentirano rasprave svoja predviđanja.

Nakon završetka simulacije (slika 4.2.4) učenici donose zaključak da sila trenja ne ovisi ni o veličini dodirne plohe između dva tijela niti o obliku tijela. Budući da tijela imaju jednaku masu, ona pritišću podlogu jednakom silom. Silu kojom tijelo pritišće podlogu nazivamo pritisnom silom F_p . Postavlja se pitanje: „Ovisi li sila trenja o pritisnoj sili?“



Slika 4.2.3 - Ovisnost trenja o dodirnoj površini i obliku tijela.

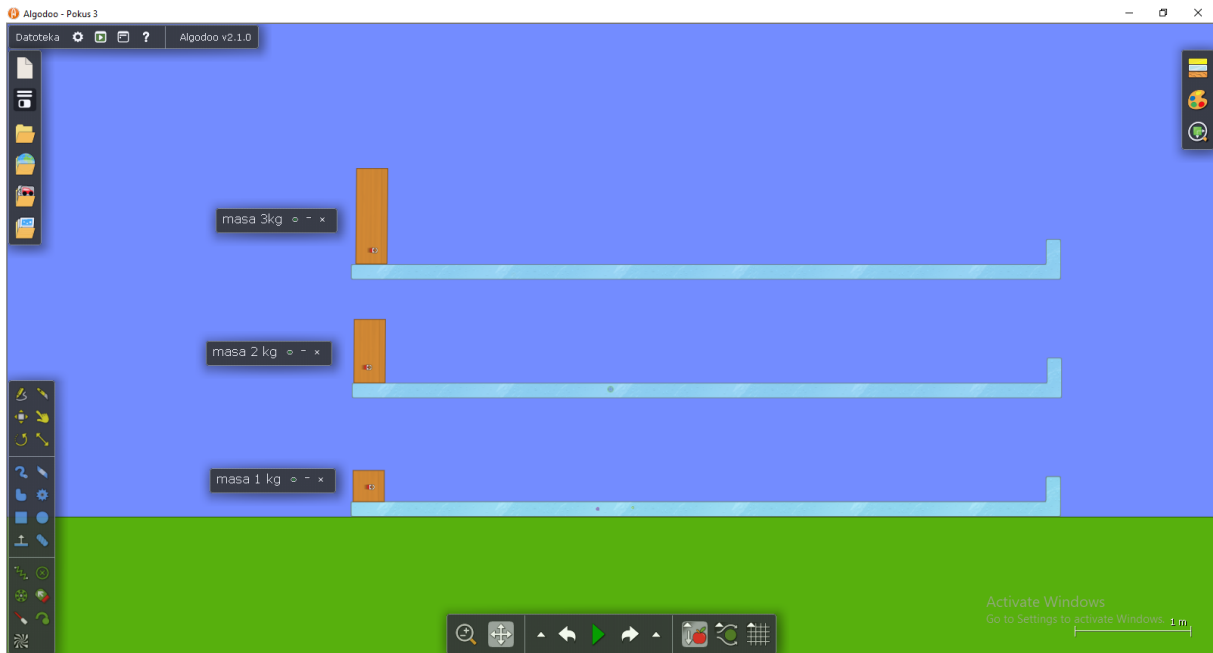


Slika 4.2.4 - Ovisnost trenja o dodirnoj površini i obliku tijela – tijekom simulacije.

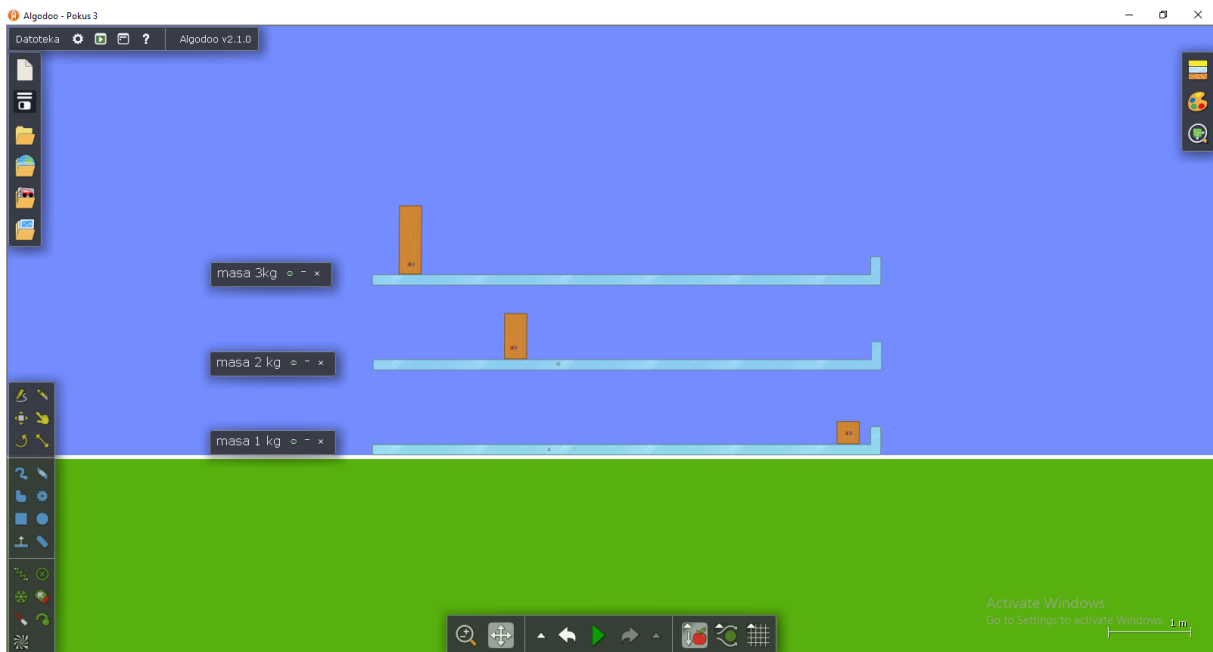
4.2.3 Ovisnost sile trenja klizanja o pritisnoj sili

Kreirali scenu koja se sastoji od 3 jednake ledene podloge i 3 kvadra s masama 1 kg, 2 kg i 3 kg. Na svaki kvadar smo ugradili potisnik koji djeluje na njega silom 5 N u desno (pozitivan smjer x osi).

Algodoo ima mogućnost prikazivanja grafa vremenske ovisnosti rezultantne sile. Iskoristit ćemo tu opciju te ujedno ponoviti drugi Newtonov zakon.



Slika 4.2.5 - Ovisnost sile trenja o pritisnoj sili.



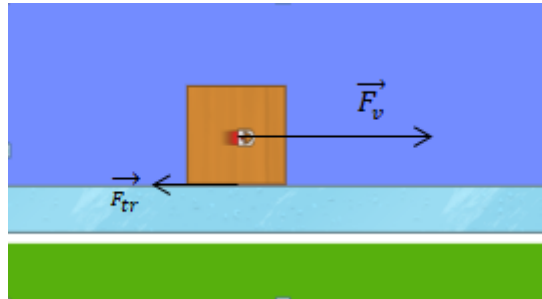
Slika 4.2.6 - Ovisnost trenja o pritisnoj sili – tijekom simulacije.

Uočavamo da tijela, na koje djeluje jednaka vučna sila, nemaju jednako ubrzanje (slika 4.2.6). Prisjetiti ćemo se drugog Newtonovog zakona.

Sila je jednaka umnošku mase i akceleracije što ju je dobilo tijelo djelovanjem sile [17].

$$F = ma \quad (4.2.1)$$

Naravno u stvarnosti na tijelo istodobno djeluje više sila. U našem slučaju djeluju vučna sila, sila teža, sila podloge i sila trenja. Silu otpora zraka smo isključili. Nećemo razmatrati silu težu i silu podloge koje su istog iznosa, a suprotnog smjera pa se poništavaju. Promotrimo sada dijagram sila u smjeru gibanja tijela (slika 4.2.7).



Slika 4.2.7- Dijagram sila u smjeru gibanja.

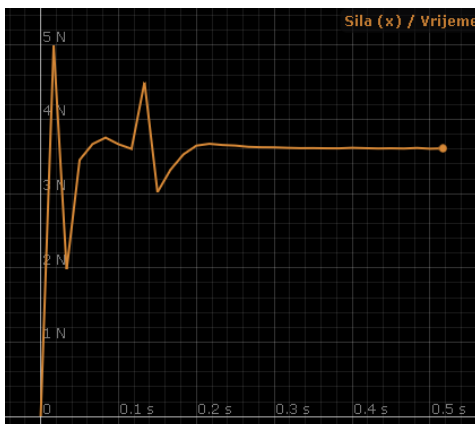
Drugi Newtonov zakon sada možemo prikazati u obliku:

$$F_R = ma \quad (4.2.2)$$

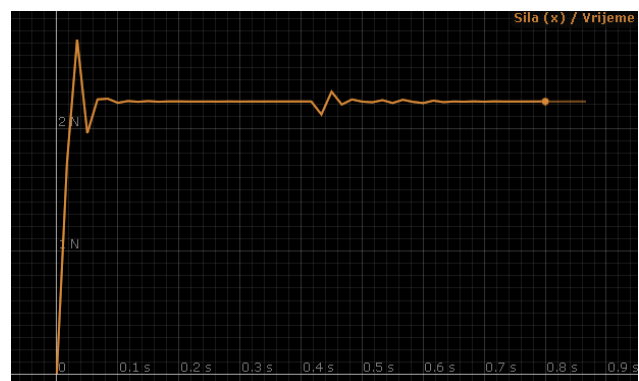
gdje je F_R rezultantna sila koju dobijemo kada zbrojimo sve sile koje djeluju na tijelo.

$$F_R = F_v - F_{tr}. \quad (4.2.3)$$

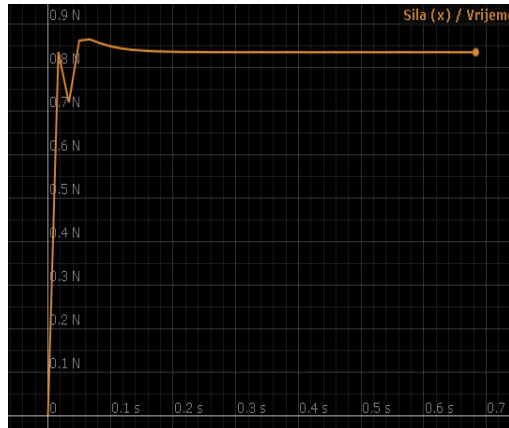
Vučne sile su za sva tri kvadra jednake i iznose 5 N, a rezultantne sile ćemo očitati s grafova u *Algodoou*. Klikom na točku grafa, *Algodoou* prikaže njene x i y koordinate.



Slika 4.2.8- Graf rezultantne sile za tijelo mase 1 kg.



Slika 4.2.9- Graf rezultantne sile za tijelo mase 2 kg.



Slika 4.2.10- Graf rezultantne sile za tijelo mase 3 kg.

Očitali smo vrijednosti rezultantnih sila s grafa za mase 1 kg, 2 kg i 3 kg i zapisali (tablica 4.2.1). Sada primjenom jednadžbe $F_R = F_v - F_{tr}$ izračunamo silu trenja za svako tijelo. Pritisne sile kojim tijela pritišću podlogu jednake su po iznosu težini tijela $F_p = mg$ pri čemu je m masa tijela i g akceleracija sile teže.

Tablica 4.2.1 – U tablici su zapisani očitani rezultati rezultantnih sila na tijela masa 1 kg, 2 kg i 3 kg. Primjenom jednadžbe gibanja izračunata je sila trenja te je izračunat omjer pritisne sile i sile trenja.

Tijelo:	m [kg]	F_R [N]	F_{tr} [N]	$\frac{F_p}{F_{tr}}$
1	1	3,613	1,387	7,209
2	2	2,223	2,777	7,202
3	3	0,835	4,165	7,203

Promotrimo sada omjere pritisnih sila i sile trenja:

$$\frac{F_{p1}}{F_{tr1}} = 7,209 \approx 7,2 ,$$

$$\frac{F_{p2}}{F_{tr2}} = 7,202 \approx 7,2 ,$$

$$\frac{F_{p3}}{F_{tr3}} = 7,203 \approx 7,2 .$$

Vidimo da su ti omjeri približno jednaki. Dvije veličine su razmjerne onda kada povećanje ili smanjenje iznosa jedne veličine za neki broj puta uzrokuje povećanje ili smanjenje iznosa druge veličine za isto toliko puta. Iz toga zaključujemo da je sila trenja razmjerna pritisnoj sili.

$$F_{tr} = \mu F_p \quad (4.2.4)$$

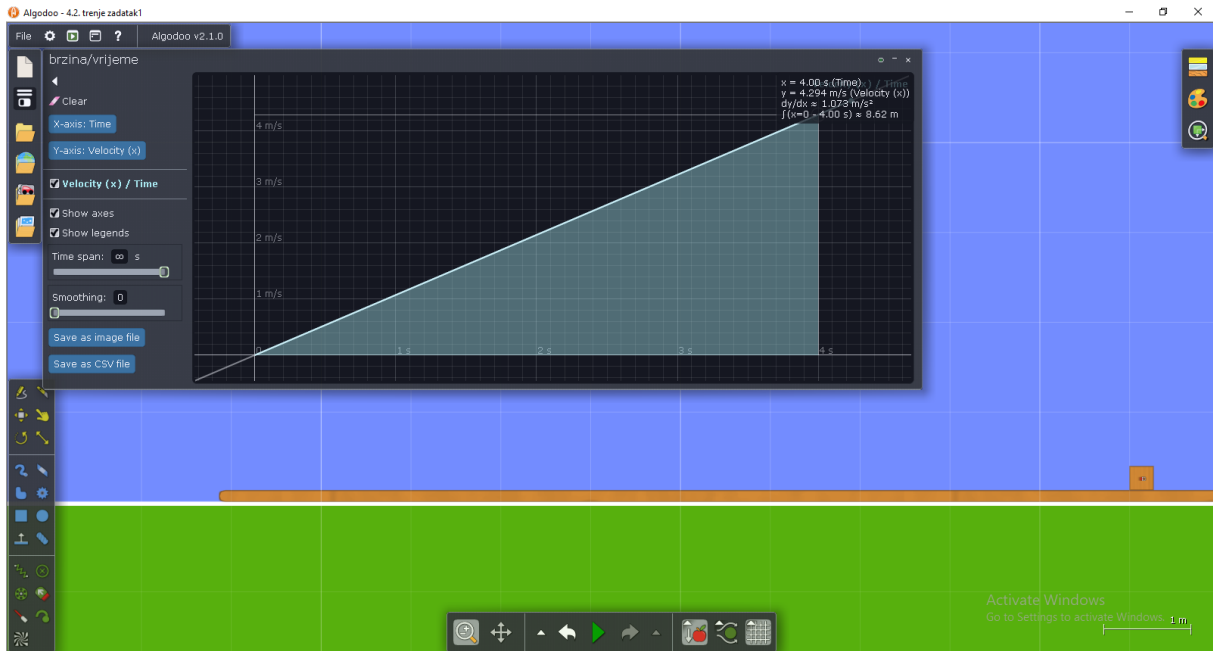
Faktor razmjernosti μ nazivamo faktorom trenja. Trenje je posljedica privlačnih sila među česticama tijela koja se dodiruju. Veličina tih sila ovisi o vrsti materijala tijela. O vrsti materijala tijela ovisan je i faktor trenja [20].

Nakon obrade sile trenja predložimo zadatak koji ćemo prikazati u *Algodoou*, a preko kojeg radimo poveznicu s prethodnim gradivom. Učenici moraju očitati vrijednosti brzine s grafa, prepoznati jednoliko ubrzano gibanje, napisati jednadžbu gibanja i naposljetku izračunati faktor trenja.

Zadatak 1: Drveni kvadar mase 1 kg vučemo horizontalno po drvenoj plohi silom iznosa 5 N. Koristeći *Algodoou* (slika 4.2.11) izračunajte faktor trenja između podloge i kvadra.

Učenici puštaju simulaciju i očitavaju potrebne podatke za rješavanje zadatka. Prepoznaju jednoliko ubrzano gibanje.

$$\begin{array}{lll}
 m = 1 \text{ kg} & v = v_0 + at & F_v - F_{tr} = ma \\
 F_v = 5 \text{ N} & 4,276 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0 + a \cdot 4\text{s} & F_{tr} = 5 \text{ N} - 1 \text{ kg} \\
 v = 4,276 \frac{\text{m}}{\text{s}} & & \cdot 1,069 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 t = 4 \text{ s} & a = \frac{4,276 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s}} = 1,069 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} & F_{tr} = 3,931 \text{ N} \\
 \mu = ? & F_R = ma & F_{tr} = \mu mg \\
 & \mu = \frac{F_{tr}}{mg} = \frac{3,931 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,401
 \end{array}$$

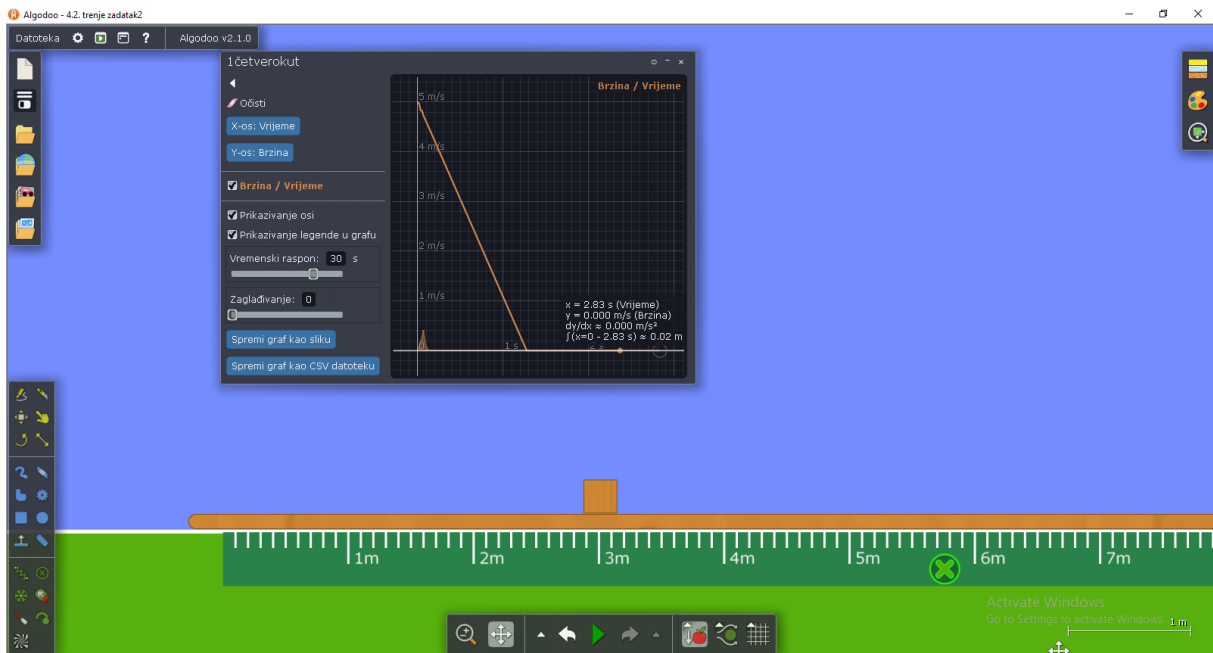


Slika 4.2.11 – Zadatak 1 prikazan u Algodoo uz graf ovisnosti brzine o vremenu.

Zadatak 2: Drveni kvadar ima početnu brzinu 5 m/s. Koristeći *Algodoo* (slika 4.2.12) izračunajte faktor trenja između kvadra i podloge.

Učenici moraju primjetiti da se radi o jednolikom usporenom gibanju, izračunati akceleraciju i primjenom 2. Newtonovog zakona izračunati faktor trenja.

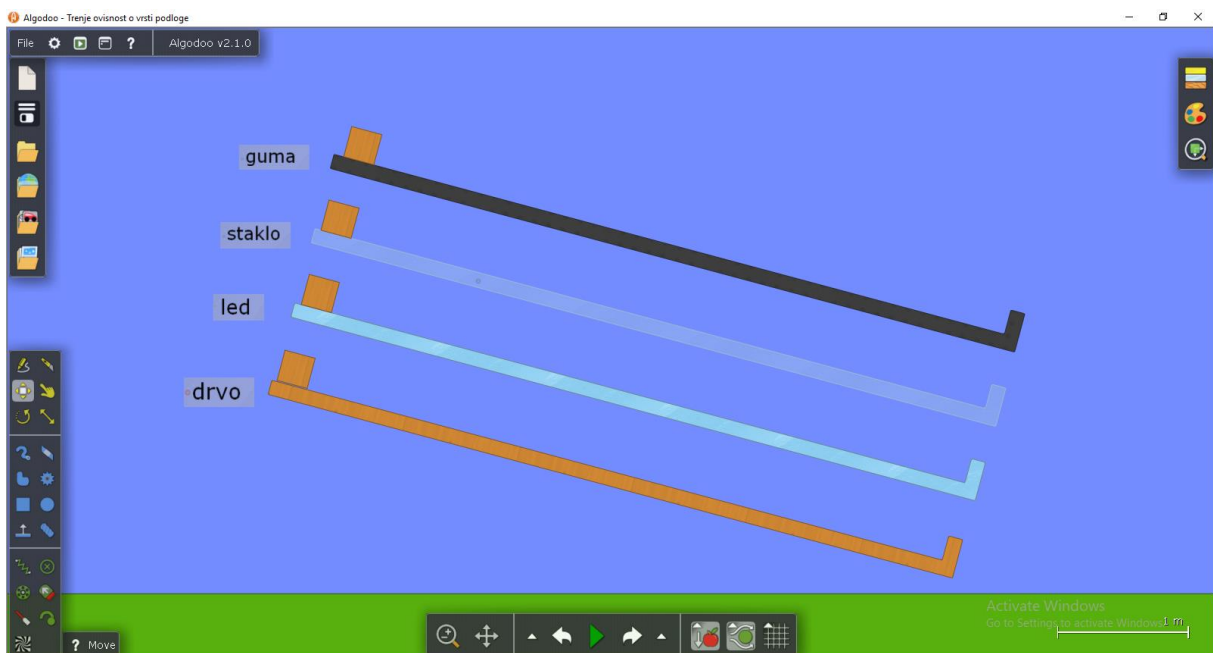
$$\begin{aligned}
 v_0 &= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} & a &= 3,967 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\
 s &= 3,15 \text{ m} & F_R &= ma \\
 t &= 1,28 \text{ s} & F_{tr} &= ma \\
 \mu &=? & \mu mg &= ma \\
 s &= v_0 t - \frac{at^2}{2} & \mu &= \frac{a}{g} = \frac{3,967 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,404 \\
 a &= 2 \frac{v_0 t - s}{t^2}
 \end{aligned}$$



Slika 4.2.12 - Zadatak 2 prikazan u Algodoo uz graf ovisnosti brzine o vremenu.

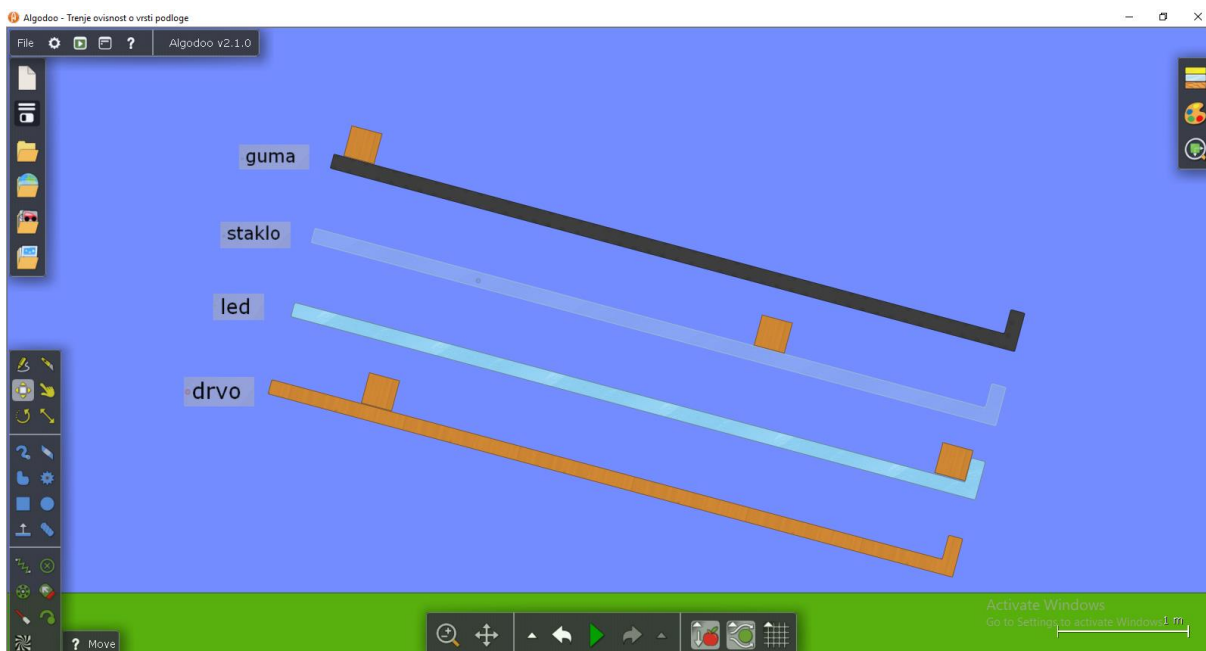
4.2.4 Ovisnost trenja klizanja o hrapavosti površine (osnovna škola)

U Algodoo smo konstruirali simulaciju prikladnu za osnovnu školu (slika 4.2.13) koja se sastoji od 4 jednaka drvena kvadra i 4 različite podloge (guma, staklo, led i drvo).



Slika 4.2.13 - Ovisnost trenja o hrapavosti površine.

Prije početka simulacije učenike je potrebno pitati: „Što mislite koji će kvadar stići prvi do ruba? Zašto?“. Pustiti da se razvija diskusija među učenicima, te ju povesti u smjeru hrapavosti podloge. Potaknuti učenike da zapišu svoja predviđanja u bilježnicu. Te na kraju pustiti simulaciju.



Slika 4.2.14 - Ovisnost trenja o hrapavosti površine.

Nakon završetka simulacije (slika 4.2.14) vidimo da je do kraja staze prvo stigao kvadar na ledenoj podlozi, drugi kvadar na staklenoj podlozi, treći kvadar na drvenoj podlozi i da se kvadar na gumenoj podlozi nije pomaknuo. „Zašto smo dobili takav ishod simulacije?“ Kroz diskusiju s učenicima treba doći do zaključka da je trenje posljedica hrapavosti dodirnih površina, konkretno da je ledena površina manje hrapava od ostalih i da će zbog toga kvadar na ledu prvi stići do ruba. Površine tijela nisu savršeno glatke, one se sastoje od malenih udubljenja i izbočina koje ulaze jedna u drugu i tako se opiru gibanju jednog tijela u odnosu na drugo tijelo.

4.3 Otpor zraka i granična brzina

U srednjoškolskoj nastavi fizike sila otpora zraka spominje se prilikom obrađivanja slobodnog pada. Pomoću Newtonove cijevi učenicima pokažemo slobodan pad olovne kuglice i pera u zraku. Olovna kuglica padne prije pera na dno cijevi. Nakon što se iz cijevi isiše se zrak olovna kuglica i pero padnu istodobno. Kroz priču spomenemo kako sila otpora zraka ovisi o površini poprečnog presjeka tijela i ravnine okomite na smjer gibanja te o brzini tijela.

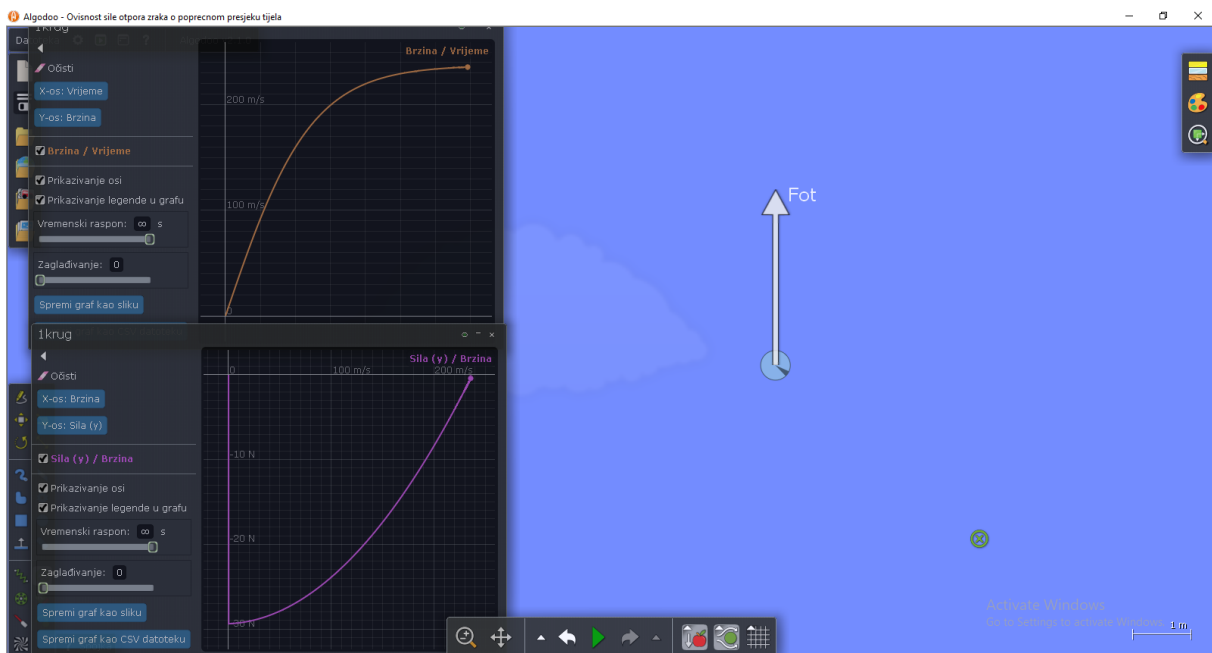
Korištenjem simulacije, učenicima možemo za svega desetak minuta zorno prikazati ovisnost sile otpora zraka o brzini tijela i o površini poprečnog presjeka tijela, ovisnost granične brzine o masi tijela te provjeriti naučene koncepte simuliranjem situacija iz FCI testa [22].

Na početku sata učenike možemo zainteresirati postavljanjem pitanja na koja ćemo odgovoriti na kraju sata. Primjerice slijedeća dva pitanja iz FCI testa [22]:

1. Dvije metalne kugle su jednako velike, ali je jedna dvostruko teža od druge. Kugle su ispuštene s krova kuće u istom trenutku. Usporedi vremena potrebna da kugle padnu na tlo:
 - a) Težoj će kugli trebati otprilike dvostruko manje vremena nego lakšoj.
 - b) Lakšoj će kugli trebati otprilike dvostruko manje vremena nego lakšoj.
 - c) Objema će trebati otprilike jednako vremena.
 - d) Težoj će kugli trebati značajno manje vremena nego lakšoj, ali ne nužno dvostruko manje.
 - e) Lakšoj će kugli trebati značajno manje vremena nego težoj, ali ne nužno dvostruko manje.
2. Dvije se metalne kugle iz prethodnog zadatka otkotrljaju s horizontalnog stola istom brzinom.
 - a) Obje će pasti na pod na otprilike jednakoj horizontalnoj udaljenosti od baze stola.
 - b) Teža će kugla pasti na pod otprilike upola bliže bazi stola nego lakša.
 - c) Lakša će kugla pasti na pod otprilike upola bliže bazi stola nego teža.
 - d) Teža će kugla pasti značajno bliže bazi stola nego lakša, ali ne nužno upola bliže.
 - e) Lakša će kugla pasti značajno bliže bazi stola nego teža, ali ne nužno upola bliže.

4.3.1 Ovisnost sile otpora zraka o brzini tijela

Simulaciju ćemo kreirati zajedno s učenicima. Alatom krug napraviti ćemo dva kruga jednakih površina, namjestiti im mase i postaviti ih na istu visinu. Jednom krugu možemo dati masu od 1 kg, a drugom 3 kg. U svojstvima objekta označiti ćemo opciju da prozor prati kretanje objekata. Kada ovladamo osnovnim alatima *Algodoou*, za kreiranje ovakve simulacije ne treba više od jedne minute. U Algodoou možemo uključiti ili isključiti opciju otpora zraka. Učenike pitamo: „*Koje će tijelo padati brže ako nema otpora zraka? Kako će tijela padati ako otpor zraka postoji?*“. Nakon raspave pokrenemo prvo simulaciju s isključenim pa potom s uključenim otporom zraka. Učenici primjećuju da ako nema otpora zraka nema razlike u gibanju dvaju tijela. U slučaju kada je uključena sila otpora zraka uočavaju da drugo tijelo postiže veću brzinu. „*Zašto tijelo veće mase ima veću brzinu?*“ Vratimo simulaciju na početak i pod opcijom vizualizacija uključimo prikaz vektora sile otpora zraka. Opcijom graf promatramo ovisnost brzine tijela o vremenu i ovisnost ukupne sile na tijelo u y smjeru o iznosu brzine tijela (slika 4.3.1). Tijekom simulacije, prateći promjenu veličine vektora sile i graf, učenici opažaju da se sila otpora zraka povećava. Na početku gibanja sila otpora zraka se polako povećava, a s povećanjem brzine raste sve više. Primjećuju i da je, kad brzina dostigne najveću vrijednost, ukupna sila na tijelo jednaka nuli. Najveća brzina koju tijelo dosegne je **granična brzina v_g** .



Slika 4.3.1 – Prikaz slobodnog pada tijela s uključenom silom otpora zraka. Gornji graf prikazuje ovisnost brzine tijela o vremenu, a donji ovisnost sile na tijelo u y smjeru o brzini tijela.

Ovisnost sile otpora zraka o brzini prikazat ćemo formulom:

$$F_{ot} = C(0,01v + 0,001v^2), \quad (4.3.1)$$

pri čemu za male brzine prevladava linearni, a za velike brzine kvadratni član. Koristili smo formulu (4.3.1) jer nam pokazuje kako je prilikom pada krutih tijela s malih visina sila otpora zraka gotova zanemariva što ćemo pokazati simuliranjem pitanja iz FCI testa. Konstanta C ovisi o gustoći zraka, površini poprečnog presjeka tijela s ravninom okomitom na smjer gibanja tijela te o glatkoći površine i obliku tijela.

Očitajmo granične brzine s grafova za tijela mase 1 kg i 3 kg. Tijelo mase 1 kg ima graničnu brzinu 147,53 m/s, a tijelo mase 3 kg 259,55 m/s. Očigledno je granična veća ako je masa veća. Istražimo kakav je taj odnos.

Za tijelo koje pada vrijedi jednažba gibanja:

$$ma = F_g - F_{ot}, \quad (4.3.2)$$

gdje je m masa tijela. Ako tijelo pada dovoljno dugo, iznos sile otpora zraka izjednačit će se s iznosom sile teže. To znači da je ubrzanje tijela $a = 0 \text{ m/s}^2$, odnosno da se brzina tijela više ne povećava. Tada vrijedi:

$$F_g = F_{ot}. \quad (4.3.3)$$

Iz toga slijedi:

$$mg = C(0,01v_t + 0,001v_t^2).$$

Budući da je kvadratni doprinos brzine pri velikim brzinama puno veći od linearnog, možemo reći da je kvadrat granične brzine proporcionalan s masom tijela, tj. da je granična brzina proporcionalna s drugim korjenom mase tijela:

$$v \propto \sqrt{m}.$$

Kada se tijelo giba kroz fluid ili ako fluid struji kraj tijela, na tijelo djeluje sila otpora fluida. Sila otpora zraka \vec{F}_{ot} suprotstavlja se relativnom gibanju tijela u odnosu na zrak, odnosno djeluje u smjeru relativnog gibanja zraka u odnosu na tijelo. Promatranje sile otpora zraka ćemo ograničiti na kruta tijela.

Iznos sile otpora zraka približno je dan formulom [23]:

$$F_{ot} = \frac{1}{2} C \rho A v^2, \quad (4.3.4)$$

pri čemu je C eksperimentalno određen koeficijent sile otpora zraka, ρ gustoća zraka, A površina poprečnog presjeka tijela s ravninom okomitom na smjer gibanja tijela i v brzina tijela u odnosu na zrak. Koeficijent otpora zraka C najviše ovisi o glatkoći površine tijela i obliku tijela, a tipične vrijednosti iznose između 0,4 i 1,1.

Znamo da nakon što padobranc i skoče iz aviona padaju ubrzano, ali zbog otpora zraka brzo postižu stalnu brzinu od oko 40 m/s. Kad otvore padobran znatno uspore i padaju stalnom brzinom od oko 5 m/s. Kada tijelo pada, sila otpora zraka \vec{F}_{ot} djeluje suprotno od sile teže \vec{F}_g i iznos joj se povećava jer se povećava brzina tijela. Promotrimo koje sve sile djeluju na tijelo i ubrzano jednadžbu gibanja za tijelo (promatrat ćemo samo sile u smjeru gibanja).

Kombinacijom formula 4.3.4 i 4.3.2, uz uvjet da je tijelo nema ubrzanje, dobivamo izraz za graničnu brzinu

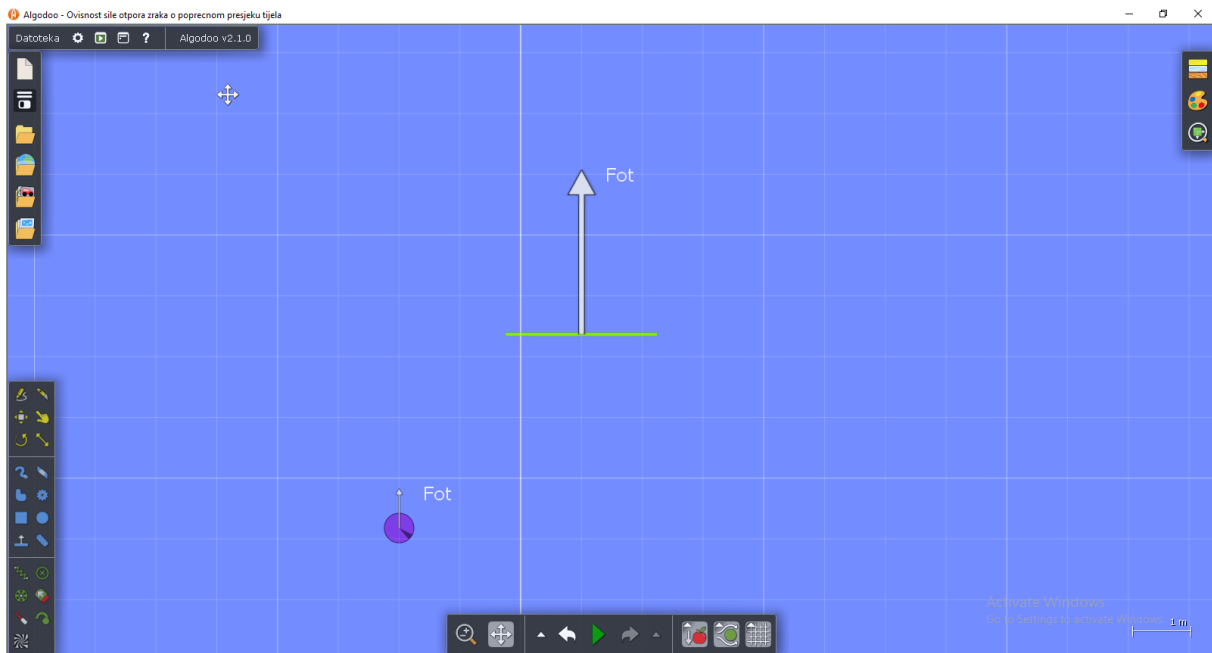
$$0 = F_g - \frac{1}{2} C \rho A v_t^2,$$

odakle je

$$v_g = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}. \quad (4.3.5)$$

4.3.2 Ovisnost sile otpora zraka o površini poprečnog presjeka tijela

Istražimo sada kako sila otpora zraka ovisi o površini poprečnog presjeka tijela s ravninom okomitom na smjer gibanja. Kreirajmo krug mase 1 kg i pravokutnik mase 1 kg s duljom stranicom okomitom na smjer sile teže. Simulacije se odvijaju u 2D okruženju, stoga je potrebno učenicima objasniti da je površina poprečnog presjeka tijela razmjerna njihovoj duljini u x smjeru. Učenike pitamo: „Ako uklonimo silu otpora zraka (isključimo tu opciju u *Algodouu*) koje će tijelo brže padati? Kako će tijela padati ako uključimo otpor zraka?“ Pokretanjem simulacije s uključenom silom otpora zraka uočavamo da krug postiže veću brzinu od pravokutnika (slika 4.3.2). Čak i pri manjim brzinama na pravokutnik djeluje znatno veća sila otpora zraka nego na krug. Možemo zaključiti da povećanjem površine presjeka raste sila otpora zraka, a granična brzina opada.



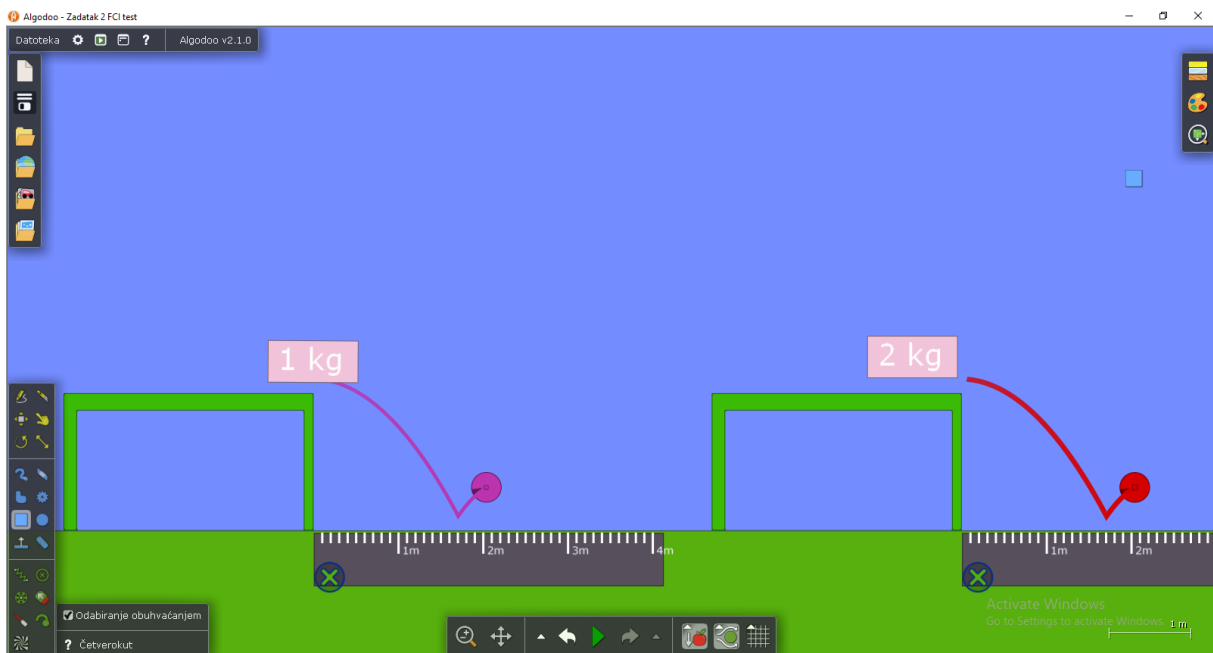
Slika 4.3.2 – Simulacija slobodnog pada s uključenom silom otpora zraka dva tijela jednakih masa, različitog oblika.

Na kraju ćemo s učenicima istražiti rješenja zadataka s početka sata. Za prvi zadatak napraviti ćemo kuću i fiksirati je za pozadinu pomoću alata za četverokute. Prvu kuglu ćemo načiniti alatom za krug, a drugu izraditi tako da prvu dupliciramo i udvostručimo joj masu. Kugle ćemo postaviti na visinu krova kuće. Položaje kugli u trenutku udara o tlo možemo proučiti tako da simulaciju usporimo, desnim klikom na tipku za početak simulacije. Pokretanjem simulacije s uključenom silom otpora zraka kugle udaraju gotovo istodobno (slika 4.3.3).

Na sličan način kreirat ćemo i drugi zadatak. Alatom za crtanje napraviti ćemo stol i pričvrstiti ga za pozadinu. Alatom krug stvoriti ćemo kuglu, dati joj masu od 1 kg i neku brzinu u x smjeru. Kuglu ćemo postaviti na rub stola, a u svojstvima označiti opciju crtalo - prati trag tijela. Alatom za četverokute postaviti ćemo ravnalo tako da možemo odrediti domet tijela. Obuhvatiti ćemo sve stvorene objekte i kopirati ih. Kopiranoj kugli promijeniti ćemo boju, a njenu masu postaviti na 2 kg. Pokretanjem simulacije vidimo da obje kugle padaju na približno jednaku horizontalnu udaljenost od baze stola (slika 4.3.4). Učenici zaključuju kako je prilikom pada tijela s malih visina sila otpora zraka gotovo zanemariva te da prilikom računanja korištenjem izraza za slobodan pad dobivamo rezultate koji jako dobro opisuju realne padove s manjih visina.



Slika 4.3.3 – Simulacija 1. zadatka iz FCI testa. Kugle s uključenom silom otpora zraka udaraju približno istodobno o tlo.



Slika 4.3.4 – Simulacija 2. zadatka iz FCI testa. Kugle s uključenom silom otpora zraka udaraju na približnoj jednakoj horizontalnoj udaljenosti od baze stola.

5. Zaključak

U ovom radu analizirali smo mogućnosti besplatnog programa za kreiranje simulacija *Algodoo* za uporabu u nastavi fizike.

Algodoo omogućava jednostavno kreiranje interaktivnih simulacija, bez potrebe poznavanja programiranja u nekom od programskih jezika. U njemu kreiramo scenu na kojoj možemo podešavati silu težu i silu otpora zraka. Na sceni stvaramo objekte koji se odlikuju fizičkim svojstvima poput mase, površine, prozirnosti, indeksa loma, koeficijenta restitucije, faktora trenja, početne brzine, itd., te pratimo njihovo gibanje. Brzinu objekta i sile koje djeluju na njega možemo prikazati vektorski, a vremensku ovisnost položaja, brzine, akceleracije, rezultantne sile ili energije tijela možemo prikazivati grafički.

U radu smo dali pregled dostupne literature s nizom korisnih primjera uporabe ovog programa u nastavi fizike. Na originalan način metodički smo obradili tri srednjoškolske nastavne teme i predstavili mogućnosti i ideje za poboljšanje nastave fizike uz korištenje *Algodooa*. Na cd-u koji je priložen uz ovaj diplomski rad nalazi se dvadeset devet simulacija koje smo koristili prilikom pisanja ovog rada.

Na temelju uvida u literaturu te vlastitih iskustava možemo zaključiti da simulacije u nastavi fizike pružaju širok spektar mogućnosti prikazivanja različitih fizikalnih fenomena te predstavljaju pravo osvježanje za današnje učenike koji svakodnevno rukuju računalima, tabletima i mobilnim telefonima. U odnosu na mogućnosti drugih velikih projekata poput *PhET*-a i *Physlet*-a, glavna prednost *Algodooa* je ta što nastavnik ili učenik sami mogu kreirati svoje simulacije, što daje posebnu dimenziju istraživačkoj nastavi i ogromne mogućnosti za razvijanje učeničke kreativnosti. Bez obzira na izrečene prednosti simulacije ne mogu zamijeniti pokus. Stoga je simulacije potrebno pažljivo uključivati u nastavni proces, kao dodatak drugim metodama poučavanja, najviše u slučajevima kada stvarni eksperimenti nisu dostupni ili izvodivi. *Algodoo* ima velik potencijal i kao sredstvo za upoznavanje s fizikom. U nižim razredima osnovne škole učenici se mogu jednostavno upoznati s nizom fizikalnih fenomena kroz igru s *Algodoo-om*. Zainteresiranim učenicima tada je jedino ograničenje mašta, uz naravno fizikalne zakone.

6. Literatura

- [1] L. C. McDermott, How we teach and how students learn-a mismatch? American Journal of Physics, 61, (1993) 295-298
- [2] Athanassios Jimoyiannis, Vassilis Komis, Computer simulations in physics teaching and learning: A case study on students' understanding of trajectory motion, Computers & Education 36 (2001) 183-204
- [3] N. D. Finkelstein, W. K. Adams, C. J. Keller, P. B. Kohl, K. K. Perkins, N. S. Podolefsky, S. Reid, When learning about the real world is better done virtually: A study of substituting computer simulations for laboratory equipment, Physical review special topics - Physics education research 1 (2005)
- [4] Ersin Bozkurt , Aslan Ilik , The effect of computer simulations over students' beliefs on physics and physics success, Procedia Social and Behavioral Sciences 2 (2010), 4587–4591
- [5] Katherine Perkins, Wendy Adams, Michael Dubson, Noah Finkelstein, Sam Reid, Carl Wieman, Ron LeMaster, PhET: Interactive Simulations for Teaching and Learning Physics, The Physics Teacher, Vol. 44, January 2006
- [6] C. E. Wieman, W. K. Adams, P. Loeblein, and K. K. Perkins, Teaching Physics Using PhET Simulations, The Physics Teacher , Vol. 48, April 2010
- [7] R. Repnik, G. Nemeč, M. Krašna, Influence of Accuracy of Simulations to the Physics Education, 2017 40th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO) 784-790
- [8] Betty Blecha, Beth Haynes, Teaching with Simulations, dostupno na: <https://serc.carleton.edu/sp/library/simulations/index.html> ,15.9.2017.
- [9] Darko Lončarić, Motivacija i strategije samoregulacije učenja - teorija, mjerenje i primjena, Učiteljski fakultet u Rijeci, Rijeka, 2014.
- [10] www.algodoo.com , 15.9.2017.
- [11] Elias Euler, Bor Gregorcic, Exploring how Physics Students use a Sandbox Software to Move between the Physical and the Formal (2017), dostupno na: <https://www.researchgate.net/publication/318902081>
- [12] Elias Euler, Bor Gregorcic, Experiencing Variation and Discerning Relevant Aspects Through Playful Inquiry in Algodoo [Internet], European Science Education Research

Association (ESERA); 2017. Dostupno na: <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:uu:diva-328806>

- [13] Samir L. da Silva, Rodrigo L. da Silva, Judismar T. Guaitolini Junior, Elias Gonçalves, Emilson R. Viana, João B. L. Wyatt, Animation with Algodoo: a simple tool for teaching and learning Physics
- [14] Samir L. da Silva & Guaitolini Junior, Judismar & Da Silva, Rodrigo & Viana (E. R. Viana, Emilson & Leal, F. (2014). An alternative for teaching and learning the simple diffusion process using Algodoo animations
- [15] J. Koreš, “Using Phun to study ‘perpetual motion’ machines,” *Phys. Teach.* **50**, 278–279 (May 2012).
- [16] Harun Çelik , Uğur Sarı , Untung Nugroho Harwanto, Evaluating and Developing Physics Teaching Material with Algodoo in Virtual Environment: Archimedes’ Principle, *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 23(4), 40-50, 2015
- [17] Bor Gregorcic, Madelen Bodin, Algodoo: A Tool for Encouraging Creativity in Physics Teaching and Learning, *Phys. Teach.* **55**, 24-28 (2017)
- [18] Bor Gregorcic, Exploring Kepler’s laws using an interactive whiteboard and Algodoo, *Physics Education*, Volume 50, Number 5 (2015)
- [19] Bor Gregorcic, Eugenia Etkina, Gorazd Planinsic, Designing and Investigating New Ways of Interactive Whiteboard Use in Physics Instruction, *PERC 2014 Proceedings* 107 (2014): 110
- [20] Jakov Labor, *Fizika 1*, Alfa, Zagreb, 2004.
- [21] Rudolf Krsnik, *Fizika 1*, Priručnik za nastavu fizike u prvom razredu gimnazije, Školska knjiga, Zagreb, 1994.
- [22] David Hestenes, Malcolm Wells, Gregg Swackhamer, (1992). Force Concept Inventory. *The Physics Teacher*. **30**. 141-158.
- [23] David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, Tenth edition, John Wiley & Sons, 2011.