

# Analiza potreba darovitih učenika srednjih škola u projektnim zadacima

---

**Krstulović, Filip**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:578902>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-05**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet

**Analiza potreba darovitih učenika srednjih škola  
u projektnim zadacima**

Diplomski rad / Master thesis

Filip Krstulović

Split, rujan 2024.

Zahvaljujem se mentoru Mili Dželaliji za pomoć pri pisanju rada. Zahvaljujem cijelom fakultetu, kao i obitelji, na podršci kroz sve godine studiranja.

## Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

### **Analiza potreba darovitih učenika srednjih škola u projektnim zadacima Zadacima** Filip Krstulović

Sveučilišni diplomski studij Matematika i fizika, nastavnički smjer

#### **Sažetak:**

Nastava u Republici Hrvatskoj, kao i u svijetu, često se temelji na prosječnim učenicima, pri čemu su učenici s posebnim potrebama, a posebno daroviti učenici, često zanemareni. Cilj ovog rada je odgovoriti na pitanje o najznačajnijim osobinama nastavnika, učenika i odgojno-obrazovne institucije pri uspješnom izvođenju projektnih zadataka. Na primjeru Bellovog teorema proveden je upitnik koji je poslan svim splitskim školama Republike Hrvatske. Upitnik je preveden na engleski jezik kako bi profesori van Hrvatske mogli sudjelovati pri odgovaranju na upitnik. Ispitanici su trebali poredati osobine po značajnosti, gdje je ocjena „1“ bila najznačajnija osobina. Ispitanici su odgovorili da je atmosfera i povezanost učenika s profesorima najznačajnija osobina, kao i stručnost i priprema nastavnika za projektni rad. Ispitanici su istaknuli važnost učenikovog odnosa s obitelji i njihove motivacije prema rješavanju problema. Projektni zadaci će pripremiti učenike za život, te probleme kada budu radili za znanstvene radove ili u bilo kojem drugom području. Takvi zadaci će im pomoći da steknu kompetentnost u svom profesionalnom svijetu.

**Ključne riječi:** Bellov teorem, baza vektorskog prostora, analiza upitnika za projektne zadatke, usporedba engleskih i hrvatskih rezultata

**Rad sadrži:** 49 stranica, 39 slika, 2 tablica, 9 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** prof. dr. sc. Mile Dželalija

**Ocjenjivači:** prof. dr. sc. Mile Dželalija, doc. dr. sc. Lucija Krce, doc. dr. sc. Ivana Weber

#### **Rad prihvaćen:**

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

<b>Basic documentation card</b>
---------------------------------

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

**Analysis of the Needs of Gifted High School Students in Project Assignments**  
Filip Krstulović

University graduate study programme Mathematics and Physics, orientation Education

**Abstract:**

The educational system is based on average students. The issue lies with the students that are above average, those that are uninterested in the standard curricula and want to learn more about the topic. Project-based assignments are designed to help students gain interest in learning more about the subject and its topics. The analysis was conducted with participants who completed a survey regarding the most significant traits of a student, teacher, and school. The survey said that it's extremely important to know how to lead the class as well as to motivate students to do their own research on the topics discussed in the project-based assignments. Participants said that one of the key components of the project-based assignments is the knowledge of how to teach. A teacher can be an expert in their field, but their knowledge is only as good as they communicate. Students should be able to find the information on their own, either by going to the library or searching on the Internet. Finding and filtering information is an essential skill in their future endeavors in real life. These tasks will enable the students to think on their own. The problems that they'll be given once they become scientists will require problem-solving and an excellent understanding of the topic they're researching.

**Keywords:** Bell's theorem, vector space, analysis of a form in regards to project-based assignment in education, comparison between English and Croatian answers.

**Thesis consists of:** 49 pages, 39 figures, 2 tables, 9 references. Original language: Croatian.

**Supervisor:** Prof. Dr. Mile Dželalija

**Reviewers:** Prof. Dr. Mile Dželalija, Assist. Prof. Dr. Lucija Krce, Assist. Prof. Dr. Ivana Weber

**Thesis accepted:**

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Teorijska podloga.....</b>	<b>2</b>
2.1	Svjetlost kao val.....	2
2.2	Polarizacija i polarizatori .....	3
2.3	Valno-čestični dualizam .....	5
<b>3</b>	<b>Bellov teorem.....</b>	<b>7</b>
3.1	Valna funkcija za polarizirane valove .....	7
3.1.1	Kako izgleda funkcija vala na analizatoru kada prođe kroz polarizator? .....	7
3.1.2	Baza vektorskog prostora .....	9
3.1.3	Problem s kvantizacijom energije .....	9
<b>4</b>	<b>Primjer organizacije nastavnog sata .....</b>	<b>11</b>
4.1	Uvodni dio .....	11
4.2	Priprema za nastavnički sat Bellov teorem.....	11
<b>5</b>	<b>Kako osmisлити projektne radove.....</b>	<b>16</b>
5.1	Zašto Bellov teorem?.....	16
<b>6</b>	<b>Analiza upitnika za projektne radove.....</b>	<b>18</b>
6.1	Analiza ankete – hrvatski upitnik .....	24
6.2	Analiza ankete – engleski upitnik.....	28
<b>7</b>	<b>Zaključak upitnika.....</b>	<b>33</b>
<b>8</b>	<b>Zaključak.....</b>	<b>39</b>
<b>9</b>	<b>Prilog: Pisane pripreme za nastavni sat fizike – polarizacija svjetlosti.....</b>	<b>40</b>
9.1	Polarizacija svjetlosti .....	43
9.2	Pokus sa analizatorom i polarizatorom.....	44
9.3	Potpuna polarizacija – pokus sa bazenom, laserom i analizatorom.....	44
<b>10</b>	<b>Literatura.....</b>	<b>48</b>

# 1 Uvod

Pod pojmom učenike s posebnim potrebama, smatramo učenike koje ili trebamo dati više vremena da mogu pratiti standardnu nastavu ili učenike koji su izuzetno talentirani i pokazuju sposobnost ili potencijal u nekim određenim područjima, kao što su primjerice fizika ili matematika. Kroz ovaj diplomski rad, intenzivnije ćemo se baviti problemima učenika s talentom. Takve učenike ćemo nazvati darovitim učenicima.

Prepoznavanje darovitih učenika nije lagano budući da ne postoji univerzalno svojstvo darovitih učenika. Neki učenici mogu biti introvertirani pa zbog toga rade sve sami i ne pokazuju svoje znanje na satu osim na usmenim ili pismenim ispitima, dok s druge strane daroviti učenici mogu biti ekstrovertni. Takvi učenici su suprotnost introvertiranim učenika.

Kao što je rečeno, iako ne postoji univerzalno svojstvo darovitih učenika, možemo prepoznati kroz sljedeća svojstva: kreativni su, brzo apsorbiraju informacije, imaju motivaciju za učenje i rješavanje dodatnih zadataka, veoma su strastveni u radu. Također takvi učenici mogu biti empatični prema ostalim učenicima. Autorica Winner (2005.) ističe tri neobična obilježja koja koristi za opisivanje darovite djece, a radi se o „*prijevremenoj razvijenosti, inzistiranju da sviraju po svom i posjedovanju žari za svladavanjem*“ [1]. Zbog svega navedenog, daroviti učenici lako izvršavaju poteškoće koje imaju njihovi vršnjaci. Kako darovitim učenicima škola nije izazov, dosađuju se te, u najgorem slučaju, prestaju voljeti predmet za kojeg imaju talent. Zbog toga je važno motivirati darovite učenike posebno odabranim zadacima u kojima mogu pronaći svoje znanje te ga unaprijediti. Takvi zadaci nazivaju se problemskim zadacima.

Problemski zadaci su zadaci koji zahtijevaju od učenika najveću razinu znanja, a to je kreativnost. Oni su ključni alat za razvoj kritičkog razmišljanja i rješavanja problema. Takvi problemi potiču učenike da primijene svoja prijašnja znanja i vještina, te da prodube svoje razumijevanje gradiva. Ovakvi zadaci zahtijevaju od učenika da identificiraju i analiziraju problem, te ga najčešće u timu rješavaju. Ovakvi zadaci su značajni kada učenici završe školovanje. U njihovom profesionalnom životu neće moći pronaći rješenje unutar kratkog vremena. Trebat će postaviti sve dane činjenice, pitati svoje kolege i prijatelje da nakon analize dođu do zaključka. Uz poznavanje i razumijevanje srži problema, morat će odabrati najefikasnije rješenje za dani problem.

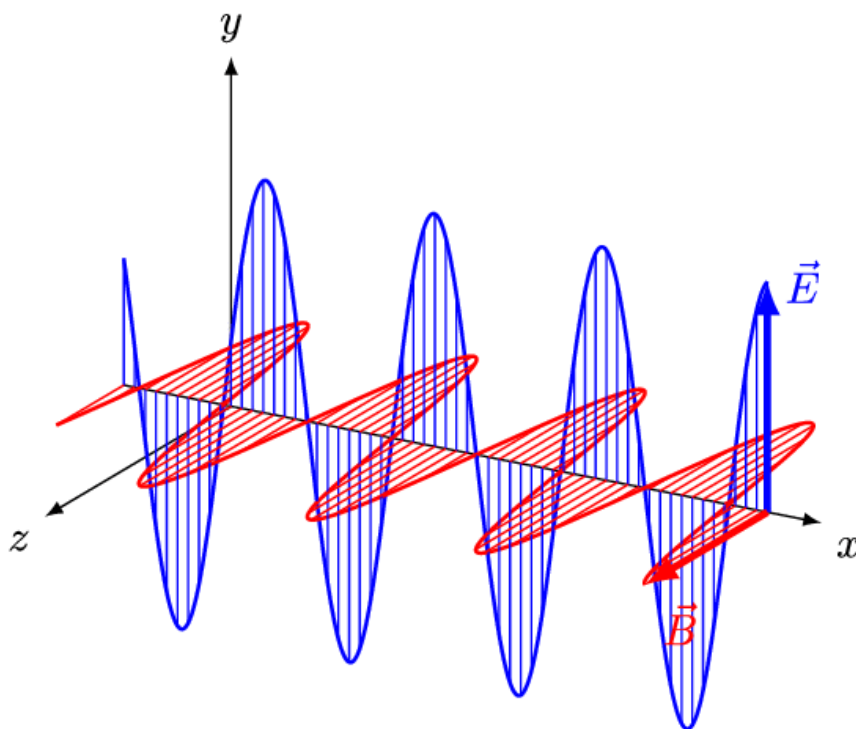
Kroz ovaj diplomski rad, obradit ćemo problem Bellovog teorema, s pomoću polarizatora. Učenicima ćemo im temeljit uvod u formalizaciju kvantne mehanike, te približit ćemo pojmove koji nisu mogući u klasičnoj fizici, kao što su kvantna isprepletenost i načelo neodređenosti.

## 2 Teorijska podloga

Kako bi se obradio Bellov teorem, s darovitim učenicima treba napraviti osvrt na elektromagnetske valove, polarizaciju svjetlosti i valno-čestični dualizam.

### 2.1 Svjetlost kao val

Elektromagnetski val je periodična promjena električnog i magnetskog polja koja titraju u fazi [2]. Elektromagnetski valovi su transverzalni valovi, jer je smjer širenja vala okomit na ravninu titranja električnog i magnetskog polja (Slika 1). Elektromagnetski valovi mogu se širiti u vakuumu, a brzina im je jednaka brzini svjetlosti.



Slika 1. Oscilacije električnog i magnetskog polja elektromagnetskog vala. Plavom sinusoidom je prikazano električno polje, a crvenom magnetsko polje. Apscisa koordinatnog sustava je smjer širenja vala [2].

Prilikom određivanja smjera širenja elektromagnetskog vala, koristit ćemo pravilo desne ruke na sljedeći način: ispruženi prsti trebaju pokazivati smjer titranja električnog polja. Savinimo prste desne ruke tako da slijede smjer titranja magnetskog polja. Tada će palac pokazivati smjer širenja elektromagnetskog vala (smjer elektromagnetskog vala je jednak smjeru vektorskog produkta  $\vec{E} \times \vec{B}$ ).



Elektromagnetski val prostorom se širi kao val određene valne duljine  $\lambda$ , te djeluje na tvar kao čestica određene energije - foton. Energija elektromagnetska vala jednaka je umnošku Planckove konstante ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$ ) i frekvencije elektromagnetskog vala ( $f$ ):

$$E = h \cdot f. \quad (2.1)$$

Frekvencija elektromagnetskog vala ostaje ista neovisno o sredstvima kroz koje sredstvo elektromagnetski val prolazi. No, tada se mijenja valna duljina ( $\lambda$ ) i brzina vala ( $v$ ). Iz tih veličinama određujemo brzinu vala:

$$v = \lambda \cdot f. \quad (2.2)$$

Nadalje, električno i magnetsko polje mijenjaju se po sljedećem obliku, uz  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ ,  $\varphi$  početni kut, te  $k$  je valni broj:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}, \quad (2.3)$$

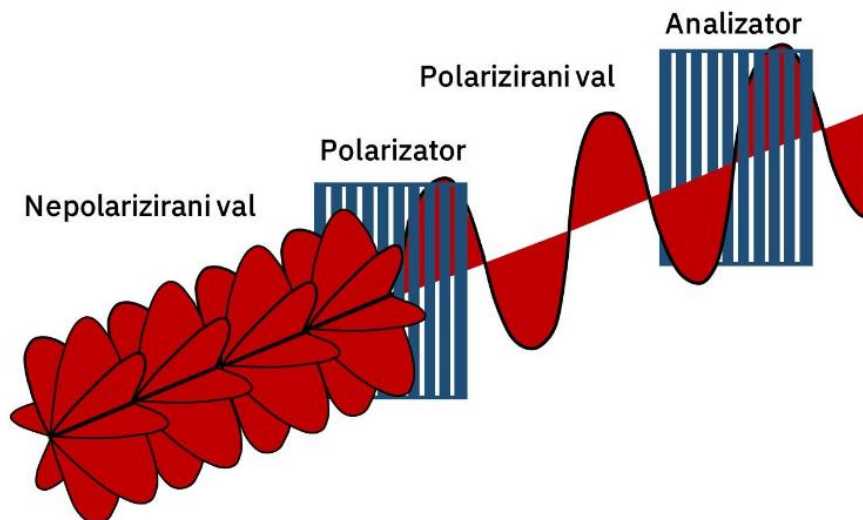
$$E(x, t) = E_{max} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi), \quad (2.4)$$

$$B(x, t) = B_{max} \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t + \varphi). \quad (2.5)$$

## 2.2 Polarizacija i polarizatori

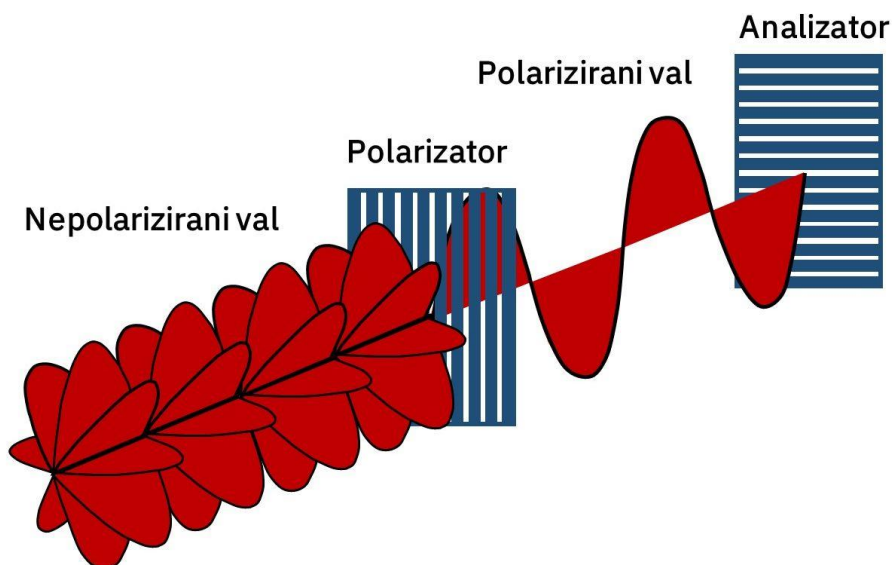
Polarizacija svjetlosti je pojava nesimetričnog titranja električnoga i magnetskoga polja koje šireći se čini svjetlost. Nastaje međudjelovanjem svjetlosti i tvari: refleksijom, dvolomom ili raspršenjem.

Svjetlost koju emitira svjetiljka iz mobilnog telefona je nepolarizirana svjetlost. Nepolarizirana svjetlost je svjetlost koja se sastoji od elektromagnetskih valova čija električna i magnetska polja titraju u svim smjerovima i različitim jakostima. Kad bismo željeli izdvojiti samo jedan smjer, koristili bi polarizator, kao što je prikazano na slici 2.



Slika 2. Prolazak nepolariziranog vala kroz polarizator i analizator. Na sredini je prikazan polarizirani val. Analizator je uređaj koji se koristi za otkrivanje smjera polarizacije vala [3].

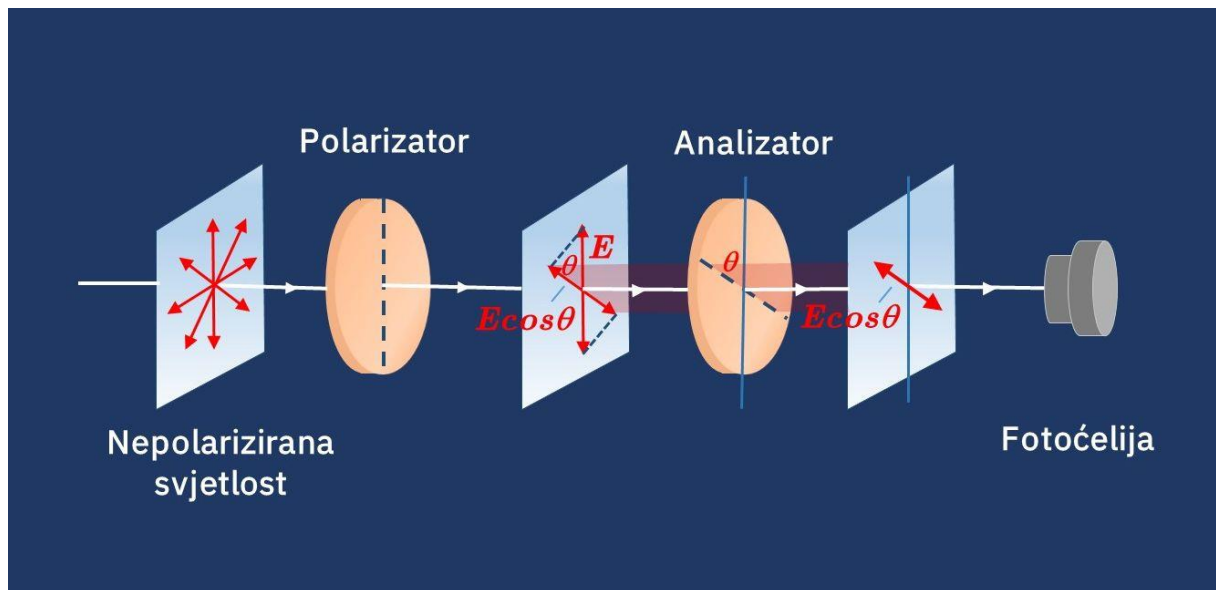
Polarizatori djeluju kao filteri za svjetlost. S pomoću dva polarizatora možemo konstruirati uređaj kroz koji svjetlost ne može proći kroz drugi polarizator. To postizemo na način da ih postavimo međusobno okomito, kao što je prikazano na slici 3.



Slika 3. Ukršteni polarizatori ne dopuštaju da se svjetlost dalje širi [3].

Naravno da je moguće polarizator okrenuti na proizvoljni kut. Tada, za odrediti jakost intenziteta svjetlosti ( $I$ ) koja je prošla analizator, koristimo Malusov zakon, koji nam daje odnos između intenziteta svjetlosti ( $I_0$ ) o kutu između osi polarizatora i analizatora:

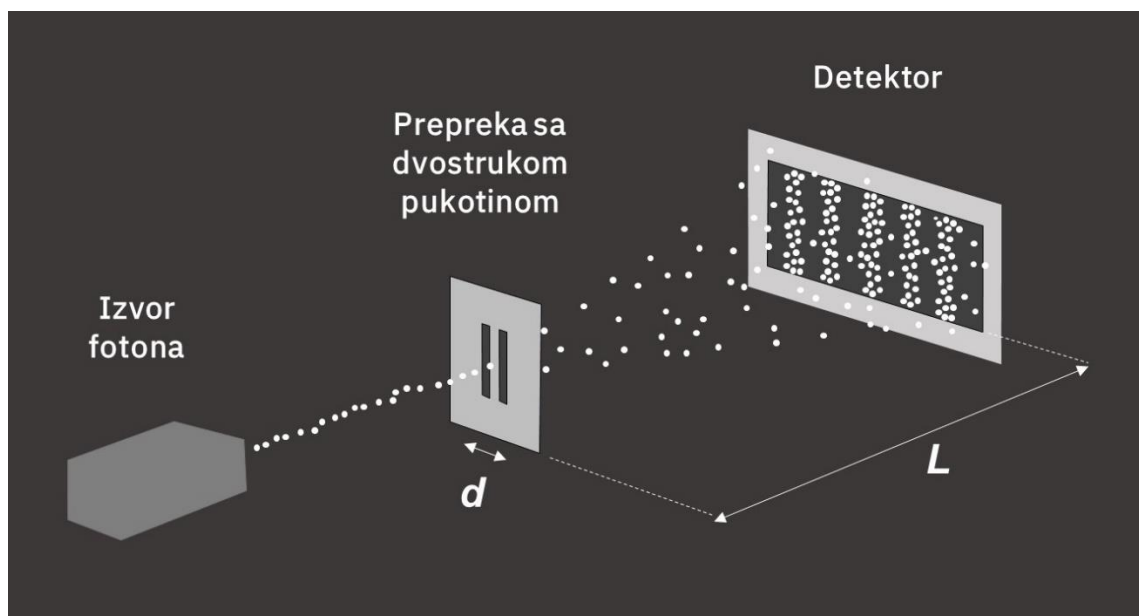
$$I = I_0 \cdot \cos^2 \theta. \quad (2.5)$$



Slika 4. Malusov zakon [3].

### 2.3 Valno-čestični dualizam

Youngov pokus je eksperiment u kojem se svjetlost iz točkastog izvora propušta kroz dvostruki prorez, kao što je prikazano na slici 5. Youngov eksperiment imao je za cilj istražiti prirodu svjetlosti, odnosno dokazati da se svjetlost ponaša kao val. Prije toga, svjetlost se najčešće smatrala strujom čestica.

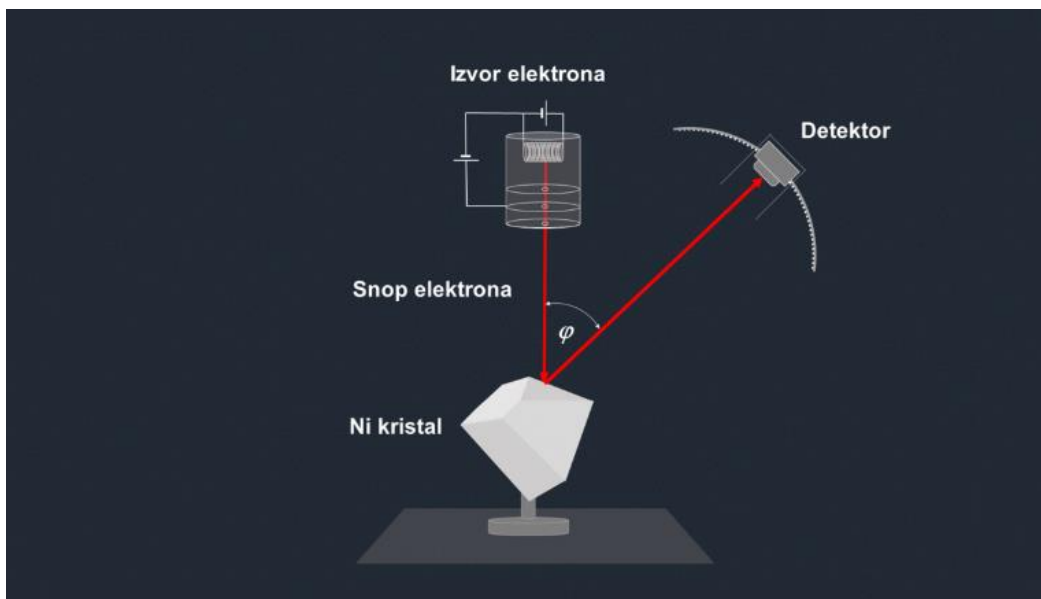


Slika 5. Youngov pokus. Interferencija monokromatske svjetlosti [4].

Na zaslonu detektora vidimo bijele i tamne pruge koje se događaju zbog interferencije nastale kroz dvije pukotine na prepreci između izvora fotona i detektora. Youngov eksperiment pokazuje da svjetlost ima valna svojstva.

Drugim riječima, svjetlost ima i valna i čestična svojstva ovisno o situaciji. Kad bi smo gledali Youngov eksperiment samo s pomoću klasične fizike, bilo bi nemoguće objasniti kako čestice znaju kada „trebaju“ interferirati (valna svojstva), a kada ne trebaju (čestična svojstva).

Da bi se provjerilo imaju li čestice valna svojstva, proveo se Davisson-Germerov pokus gdje se takva hipoteza potvrdila [5]. Postavku pokusa možemo pogledati na slici 6. U eksperimentu se koristio izvor elektrona koje smo ubrzavali pomoću električnog napona. Taj snop elektrona je bio usmjeren prema niklovoj kristalnoj ploči. Ovaj snop je djelovao poput snopa čestica, jer su se elektroni do tada smatrali isključivo česticama. Izmjerilo se da je raspršenje nije ravnomjerno, već je bilo maksimuma i minimuma što upravo odgovara valnim svojstvima čestica.



Slika 6. Davisson-Germerov pokus [6].

Drugim riječima, svako tijelo ima valnu duljinu koja je povezana sa njegovom količinom gibanja ( $p$ ) sljedećom relacijom:

$$\lambda = \frac{h}{p}. \quad (2.6)$$

### 3 Bellov teorem

Bellov teorem uvodi nas u područje kvantne fizike jer u eksperimentima dolazi do kvantnih paradoksa. Teorem pokazuje da nijedna teorija koja se temelji na klasičnim konceptima lokalnosti i realizma ne može u potpunosti objasniti rezultate kvantne mehanike. John Stewart Bell postavlja dvije mogućnosti sustava: ili su vrijednosti spina svake čestice definirane od početka, te se te vrijednosti razotkrivaju mjerenjem (lokalnost) ili u trenutku mjerenja dolazi do nelokalne interakcije između dva sustava (čestica). Na zanimljiv način možemo uvesti valne funkcije (vektor ket), uvesti pojam baze kao i neke fenomene kvantne mehanike s pomoću dva i tri polarizatora. Više o ovome će se spomenuti u poglavlju 4.

#### 3.1 Valna funkcija za polarizirane valove

Valnu funkciju za bilo koji val možemo zapisati sa:

$$E(z, t) = E_0 \cdot \cos(k \cdot z - \omega \cdot t + \varphi), \quad (3.1)$$

gdje je  $E_0$  amplituda vala,  $\omega$  kutna frekvencija,  $t$  vrijeme,  $k$  je valni broj zadan kao u relaciji (2.3) te  $z$  je smjer u kretanja vala.

##### 3.1.1 Kako izgleda funkcija vala na analizatoru kada prođe kroz polarizator?

Zbog jednostavnosti promatrat ćemo polarizatore koji samo propuštaju ili horizontalne dijelove valova ili vertikalne. Ukoliko imamo horizontalnu polarizaciju, tada možemo vektor električnog polja zapisati matrično:

$$E = \begin{bmatrix} \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Ukoliko imamo vertikalnu polarizaciju, tada vektor električnog polja možemo zapisati na sljedeći način:

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t + \varphi_y) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

gdje su  $f_x, f_y$  neke frekvencije, a  $t$  je vrijeme.  $\varphi_x, \varphi_y$  su fazni pomaci. Kako postoje valovi koji osciliraju više od  $[-1,1]$ , a funkcija  $\cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ , dodat ćemo amplitudu polariziranog vala, sa oznakama  $E_x, E_y$ , pa izrazi (3.2) i (3.3) postaju:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ E_y \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t + \varphi_y) \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

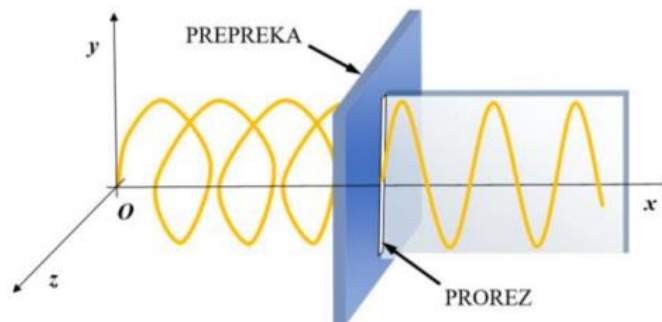
Napokon, umjesto da sve pišemo matricom, možemo prvi red označiti sa ketom, u oznaci:  $|\rightarrow\rangle$  kao horizontalno polarizirani val, te  $|\uparrow\rangle$  kao vertikalno polarizirani val [7]. Drugim riječima, horizontalno polarizirani val ima sljedeći oblik:

$$E = E_x \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x) | \rightarrow > +0 | \uparrow >. \quad (3.6)$$

Vertikalno polarizirani ima sljedeći oblik:

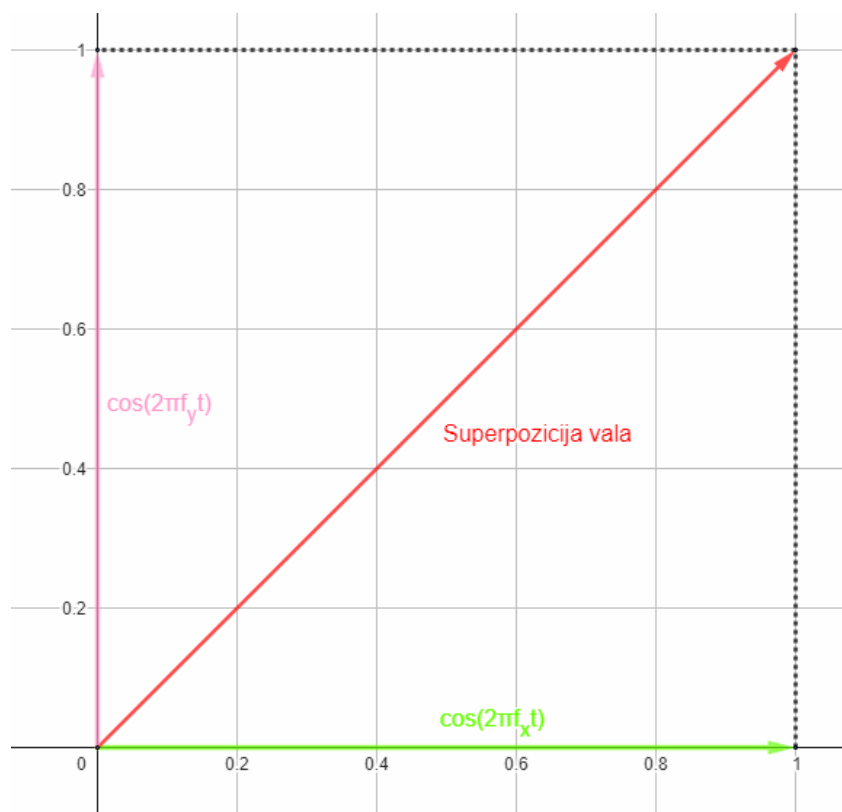
$$E = 0 | \rightarrow > +E_y \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t + \varphi_y) | \uparrow >. \quad (3.7)$$

Pogledajmo sliku 7 zbog jednostavnosti praćenja dosadašnje teorije:



Slika 7. Vertikalno polariziran val [8].

Kad bi imali dva različita vala, zbrajanje takvih dva daju novi val. Ovo nazivamo superpozicija valova. U svakom dijelu prostora ćemo zbrojiti njihove vertikalne i horizontalne komponente:



Slika 8. Superpozicija dva vala u određenom trenutku  $t$ . Crtež napravljen u programu GeoGebra [9].

Računski, svaki val možemo zapisati kao na sljedeći način (slika 8):

$$E = \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t) |\rightarrow \rangle + \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t) |\uparrow \rangle. \quad (3.8)$$

Generalnije, ako imamo fazni pomak i amplitude vala:

$$E = E_x \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x) |\rightarrow \rangle + E_y \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t + \varphi_y) |\uparrow \rangle. \quad (3.9)$$

### 3.1.2 Baza vektorskog prostora

Ukoliko rotiramo koordinatni sustav, možemo imati i drugačije ketove. Primjerice, ako rotiramo koordinatni sustav za  $45^\circ$ , onda ćemo imati  $|\nearrow \rangle$  i  $|\nwarrow \rangle$ . Sada možemo definirati baze vektora. Baza vektora je skup svih ketova s pomoću kojima možemo zapisati bilo koji drugi vektor u danom prostoru. Primjerice, ako gledamo „standardne“ vektore (iz skupa  $V^3$ ), kao što je:  $\vec{a} = (3,4,6) = 3 \cdot \hat{i} + 4 \cdot \hat{j} + 6 \cdot \hat{k}$ , ili  $\vec{b} = (x,y,z) = x \cdot \hat{i} + y \cdot \hat{j} + z \cdot \hat{k}$ , svaki vektor u prostoru  $V^3$  možemo zapisati kao zbroj vektora  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ . To još možemo reći da smo vektor  $\vec{b}$  zapisali kao linearnu kombinaciju vektora  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ . Stoga  $\{i, j, k\}$  čine jednu od baza prostora  $V^3$ .

Baza prostora nije jedinstvena, a bazu prostora ćemo koristiti onu koja nam je lakša pri rješavanju zadatka. Zašto nam je ovo bitno? Neka nam je baza prostora  $\{|\rightarrow \rangle, |\uparrow \rangle\}$ . Kako polarizatori, klasično gledajući, apsorbiraju energiju u danom smjeru, tada u energiji dan izrazom (3.9) možemo točno vidjeti koliko je val polariziran gledajući njihove amplitude  $E_x$  i  $E_y$ . Primjerice,  $E_y = 0$  kod horizontalnog polarizatora, jer će on apsorbirati sve vertikalne komponente valova. Kad bi polarizator okrenuli dijagonalno, da bi pročitali istu informaciju, bilo bi idealno imati bazu  $\{|\nearrow \rangle, |\nwarrow \rangle\}$ .

### 3.1.3 Problem s kvantizacijom energije

Energija je kvantizirana, to jest, može poprimiti samo sljedeće iznose  $\forall n \in \mathbb{N}$ :

$$E_n = n \cdot h \cdot f. \quad (3.10)$$

Zamislimo da je dijagonala na slici 10 duljine 1. Kako je dijagonala kvadrata  $\sqrt{2}$  puta veća od njene stranice, dobili bi sljedeći vektor (iz relacije (3.8)) nakon racionalizacije nazivnika:

$$E = \frac{\sqrt{2}}{2} |\rightarrow \rangle + \frac{\sqrt{2}}{2} |\uparrow \rangle. \quad (3.11)$$

S druge strane, klasično gledajući sliku 9, imamo da je energija jednaka:

$$E = h \cdot f \cdot (1)^2 = h \cdot f \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + h \cdot f \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2. \quad (3.12)$$



Slika 9. Pitagorin poučak, klasična fizika. Crtež napravljen u programu GeoGebra [9].

Kako vrijedi da  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$ , imamo kontradikciju s (3.10). Takav oblik energije nije moguć, pa imamo problem. Drugim riječima, ako gledamo foton kojeg puštamo kroz polarizator, mogu se dogoditi samo jedna od dva sljedeća slučaja:

1. Foton cijelom svojom energijom prođe;
2. Foton ne prođe kroz polarizator.

Klasično gledajući, ovo nema smisla. Kad bi foton svojom potpunom energijom prošao kroz polarizator, to bi značilo da je polarizator okrenut  $0^\circ$  od ravnine, to jest, kada je kosinus kuta jednak 1. Ovaj fenomen ćemo pokazati eksperimentalno. Za foton koji prođe kroz polarizator kažemo da se foton kolapsirao u neko određeno stanje. Generalnije, kažemo da se sustav kolapsira u jedno od stanja nakon mjerenja.

Sljedeće pitanje se postavlja prirodno: što onda predstavljaju faktori:  $(E_x \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_x \cdot t + \varphi_x))^2$  i  $(E_y \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_y \cdot t + \varphi_y))^2$ ? Klasično, to predstavlja energiju vala u horizontalnom, odnosno vertikalnom smjeru. Ovdje ćemo razmatrati da ti faktori govore o vjerojatnosti da val ne prođe kroz polarizator s cijelom svojom energijom.



## 4 Primjer organizacije nastavnog sata

### 4.1 Uvodni dio

Potpoglavlje 4.2.4 bit će priprema za sat potrebnog za provedbu Bellovog eksperimenta. Bit će u obliku pitanje-odgovora, gdje N predstavlja nastavnika, a U predstavlja točan odgovor učenika. Ne možemo očekivati da će učenici odgovoriti točno iz prvog pokušaja, pa su nam najbitniji očekivani i točni odgovori kako bismo znali kako voditi sat. Sa tekstom *kurziv* će biti označen komentar.

Primjer...

N: Kako biste riješili jednadžbu  $\int x \cdot dx = \sin x$  ?

U: Izračunali biste integral s lijeve strane.

N: Koliko ste dobili?

U:  $f(x) = \frac{x^2}{2} + C$ .

N: Što nakon toga?

U: Nacrtajmo funkcije  $f(x)$  i  $\sin x$ , te ako postoji njihovo sjecište, to će biti rješenje za  $x$ .

*U ovisnosti o  $C$ , ima beskonačno mnogo rješenja, a za  $C = 0$ ,  $x_1 \approx 1.40$ ,  $x_2 = 0$ .*

### 4.2 Priprema za nastavnički sat Bellov teorem

N: U sljedećem eksperimentu ćemo vidjeti postoje li neke varijable fotona koji predodređuju hoće li proći kroz polarizator, ili ne. Što možete reći o fotonima?

*Nakon što nabrajaju, želimo da kažu:*

U: Fotoni su elektromagnetski valovi.

N: Zna li što držim u ruci? *Nastavnik treba držati polarizator.*

U: Polarizator.

N: Možete li mi ponoviti, čemu nam služi polarizator?

U: Budući da je svjetlo elektromagnetski val, ono se širi i oscilira u svim smjerovima. S pomoću polarizatora, možemo propustiti samo određene titraje elektromagnetskog vala. Intenzitet svjetla će se smanjiti.

N: Sada ćemo izmjeriti intenzitet svjetla LED žarulje na analizatoru.

*Za prvi pokus mjerit ćemo intenzitet svjetla proizvedenog iz LED žarulje kada je analizator paralelan sa polarizatorom, okomi i kada je pod kutem od  $45^\circ$ .*

$\vartheta / ^\circ$	$I_0 / \text{lm}$	$I_1 / \text{lm}$	$I_0 - I_1 / \text{lm}$
0	$I_0$	$I_0$	0
45	$I_0$	$\frac{I_0}{2}$	$\frac{I_0}{2}$
90	$I_0$	0	$I_0$

Tablica 1. Pokazuje namješteni međusobni kut između polarizatora i analizatora ( $\vartheta$ ), intenzitet LED žarulje  $I_0$ , izmjereni intenzitet svjetla na analizatoru  $I_1$ , te njihovu razliku  $I_1 - I_0$ .

N: Kako možemo provjeriti jesmo li dobro izmjerili?

U: Koristeći formulu  $I = I_0 \cdot \cos^2 \vartheta$ .

Sada samo nadodamo stupac nakon razlike intenziteta.

$\vartheta / ^\circ$	$I_0 / \text{lm}$	$I_1 / \text{lm}$	$I_0 - I_1 / \text{lm}$	$I'_1 / \text{lm}$
0	$I_0$	$I_0$	0	0
45	$I_0$	$\frac{I_0}{2}$	$\frac{I_0}{2}$	$\frac{I_0}{2}$
90	$I_0$	0	$I_0$	$I_0$

Tablica 2. Pokazuje namješteni međusobni kut između polarizatora i analizatora ( $\vartheta$ ), intenzitet LED žarulje  $I_0$ , izmjereni intenzitet svjetla na analizatoru  $I_1$ , njihovu razliku  $I_1 - I_0$ , i teoretski dobiven intenzitet svjetla po (2.5) formuli.

N: Za  $\vartheta = 0^\circ$ , koliki je intenzitet svjetlosti?

U: Intenzitet je  $I_0$ .

N: Što je za  $\vartheta = 90^\circ$ ?

U: Intenzitet je 0.

N: Koliko će biti intenzitet kada bi  $\vartheta = 22.5^\circ$ ?

U: Kako je za  $90^\circ$  intenzitet 0, a za  $0^\circ$  imamo puni intenzitet LED žarulje i  $22.5^\circ = \frac{50^\circ}{2}$ , intenzitet bi trebao biti  $\frac{3}{4} I_0$ .

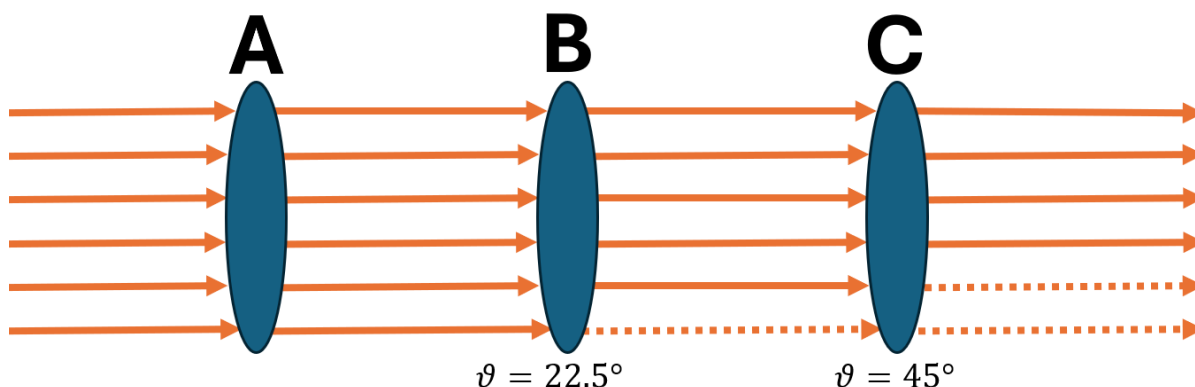
N: Pogledajmo...

Teoretski bismo trebali dobiti  $\frac{17}{20} I_0$ . To se dobije iz  $\cos^2 \vartheta$ .  $\frac{17}{20} = 85\%$

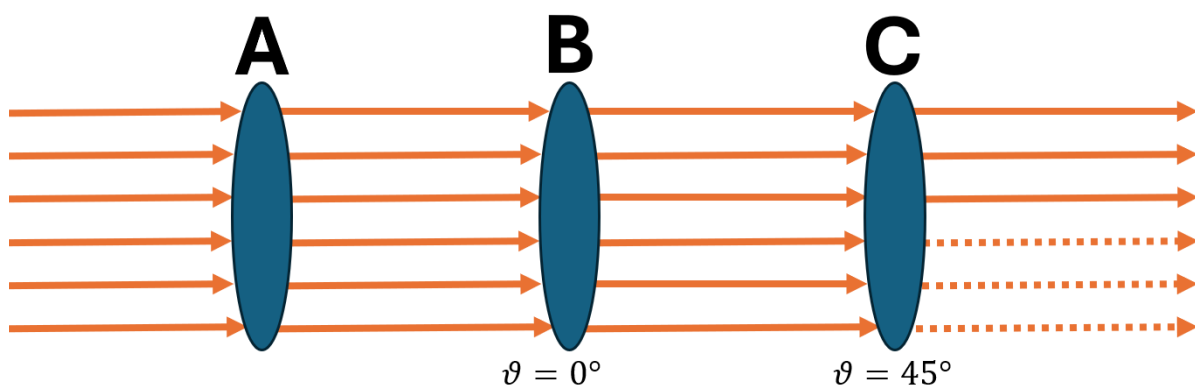
N: Vratimo kut na  $\vartheta$  na  $45^\circ$ . Koliki nam je tada bio  $I_1$ ?

U:  $\frac{I_0}{2}$ .

N: Stavimo sada novi polarizator između polarizatora i analizatora, tako da je kut između dva polarizatora jednak  $22.5^\circ$ . Imamo sljedeći slučaj kao na slici 10.



Slika 10. Slika pokusa sa dva polarizatora (A i B) polarizatora i analizatorom (C). Kut polarizatora B naprema polarizatoru A je  $22.5^\circ$ , te kut analizatora naprema polarizatoru A je  $45^\circ$ . Slika je napravljena koristeći program PowerPoint 2024.



Slika 11. Slika pokusa sa dva polarizatora (A i B) polarizatora i analizatorom (C). Kut polarizatora B naprema polarizatoru A je  $0^\circ$ , te kut analizatora naprema polarizatoru B je  $45^\circ$ . Slika je napravljena koristeći program PowerPoint 2024.

N: Što možete primijetiti iz ovog eksperimenta?

U: Iako u oba slučaju, kut između analizatora i polarizatora C je  $45^\circ$ , jačina svjetlosti je veća ukoliko imamo polarizator B između polarizatora i analizatora A i C.

N: Točno to... 15% fotona će biti blokirano nakon što prođu polarizator B, te će još 15% biti blokirani nakon analizatora. S druge strane, u slučaju kada je polarizator B na 0, tada će biti 50% blokiranih fotona... imam  $15\% + 15\% = 50\%$ . Kako je to moguće?

U: Nije.

N: Pogledajmo zašto nam ove brojke sugeriraju da ne postoje varijable fotona koje predodređuju koji će proći kroz polarizator ili analizator, a koji će biti blokirani.

N: Da pokažemo da ne postoje skrivene varijable fotona, koristit ćemo čest način dokazivanja u matematici, a to je s pomoću kontradikcija. Jeste li ikad radili dokaz s pomoću kontradikcije?

U: Nismo.

N: Ideja kontradikcije je pretpostaviti da je hipoteza suprotna našoj tvrdnji istinita, a zatim dokazati da to vodi do zaključka koji općenito ne vrijedi.. Ovaj način dokazivanja se najčešće koristi kada trebamo ispitati istinitost tvrdnji, jer tvrdnja može biti ili istinita, ili neistina. Pa ako dobijemo neku očiglednu neistinu, znamo da je naša pretpostavka kriva pa je neistina od neistine – istina.

N: Sada pretpostavimo da imamo 100 fotona. Prema hipotezi, svaki od 100 fotona ima skrivenu varijablu koja ga predodređuje hoće li biti blokiran ili ne. Koliki je bio intenzitet svjetla nakon prolaska svjetla kroz polarizator A?

U:  $I_0$ .

N: Koliko je onda fotona prošlo kroz polarizator A?

U: Svi su prošli, 100%.

N: Opet gledajući naš eksperiment, 85% od 100 fotona će proći kroz polarizatore A i B, odnosno 15% će biti blokirani. Nacrtajmo tablicu da nam je lakše sve pratiti.

100 fotona	A	A i B	B i $\neg$ C	B i C
Prolaznost ( Postotak fotona)	100	85	13	72

N: Sa druge strane, ako imamo samo analizator C i polarizator A, koliko bi fotona trebalo proći C?

U: 50.

100 fotona	A	C
Prolaznost (Postotak fotona)	100	50

N: Sad prema pretpostavci, znamo da svaki foton ima skrivenu varijablu koja predodređuje da će proći kroz A, a ne i C. Označimo taj broj s oznakom  $P(A, \neg C)$ . Kada će foton imati danu varijablu?

U: Kada foton ili ne prođe kroz polarizator B, ili prođe kroz polarizator B ali ne prođe kroz C.

N: Tako je, pa onda imamo sljedeću nejednakost:  $P(A, \neg C) \leq P(A, \neg B) + P(A, B, \neg C)$ ,

gdje je oznaka prolazak fotona kroz A, a ne i B:  $P(A, \neg B)$  i prolazak fotona kroz A, B a ne i C:  $P(A, B, \neg C)$

N: Koliki su  $P(A, \neg C)$  i  $P(A, \neg B)$ ? Prije smo ih spomenuli.

U:  $P(A, \neg C) = 50$ ,  $P(A, \neg B) = 15$

N: Točno to, sada uvrštavajući imamo:

$$50 \leq 15 + P(A, B, \neg C)$$

N: Možete li vidjeti nešto iz ove nejednadžbe?

U:  $P(A, B, \neg C)$  mora biti manji od 15, jer  $P(A, B) = 85$ , a  $P(A, B, C) = [85 * 0.85] = 72$ , pa je  $P(A, B, \neg C) = 85 - P(A, B, C) = 85 - 72 = 13$ . Dobili smo da je  $50 \leq 15 + 13 = 28$ .

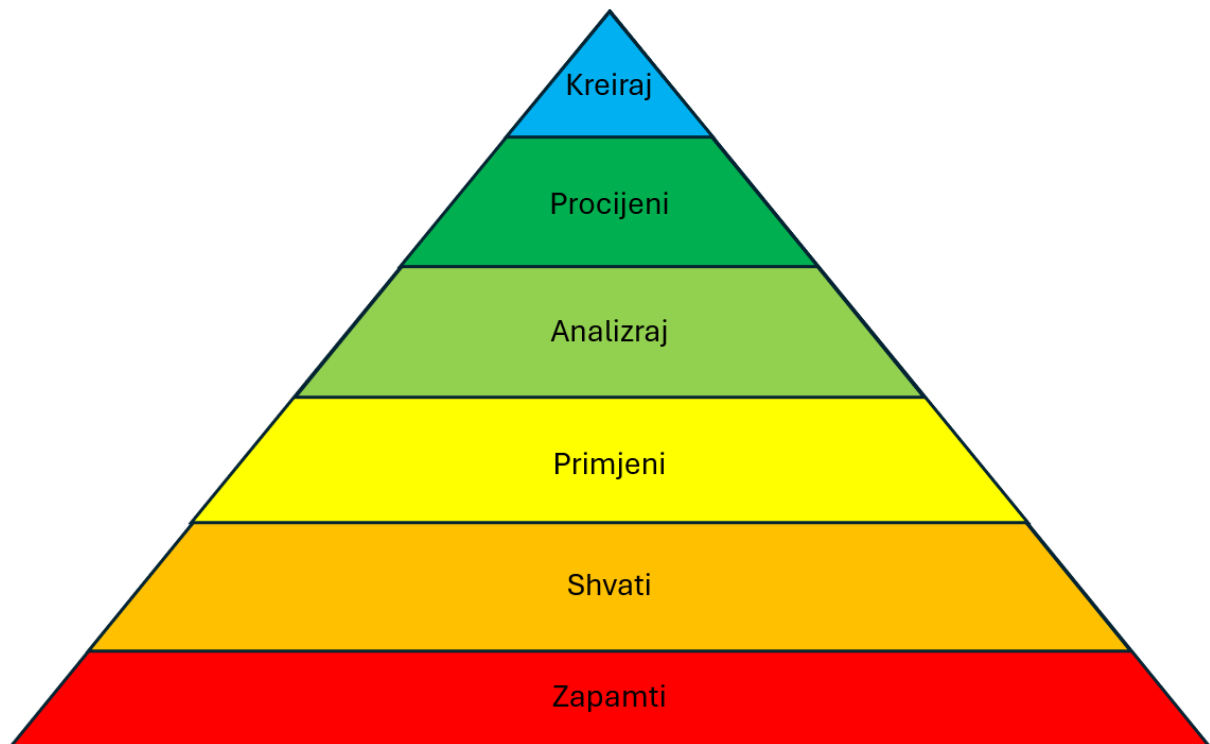
N: Točno to, naša početna pretpostavka je bila da foton ima skrivene varijable, pa kako smo dobili neistinu, s time smo dokazali da foton ne može imati skrivene varijable... ili?

U: ...

N: Što ako se skrivena varijabla fotona nakon prolaska kroz jednog od polarizatora promijeni? Možda varijable nisu statične. Ovo bi bio skuplji eksperiment za pokazati i trebali bi ići dublje u kvantnu mehaniku, stoga nećemo obraditi taj dio, ali se pokaže veoma slično da postoji kontradikcija.

## 5 Kako osmisлити projektne radove

Projektne zadaci su zadaci osmišljeni za darovite učenike.



*Slika 12. Bloomova taksonomija, razina kognitivnih razina razmišljanja. Slika je napravljena koristeći program PowerPoint 2024.*

Prema Bloomovoj taksonomiji (Slika 12), postoji 6 različitih kognitivnih razina razmišljanja. Na bazi trokuta imamo najnižu razinu kognitivnog razmišljanja, dok su kognitivna razmišljanja složenija kada potičemo učenike da analiziraju podatke, rezultate i način na koji smo došli do rješenja.

Projektne zadaci omogućuju učenicima ne samo da analiziraju rezultate, već i da procjenjuju te kreiraju načine kako doći do konačnog rješenja. Dobro osmišljeni projektne zadaci su izuzetno vrijedni jer se zadaci često rješavaju u grupama, što potiče suradnju i komunikacijske vještine.

### 5.1 Zašto Bellov teorem?

Bellov teorem ima izuzetnu važnost za razumijevanje temelja kvantne mehanike. Postavlja se pitanje je li klasična fizika dobro opisuje svijet u kojem živimo, ili samo pod određenim uvjetima. Ponajviše zbog takvih razloga, Bellov teorem će učenicima biti izuzetno zanimljiv, jer mogu vidjeti efekte kvantne mehanike u klasičnom svijetu, svijetu računala, polarizatora i projektoru. Otvara im mogućnosti novih pitanja koja će omogućiti da bolje razumiju svijet u kojem žive.

Nadalje, matematička formalizacija je veoma bitna u Bellovom teoremu. Učenici će naučiti što je to vektorski prostor na standardnom primjeru skupa  $V^3$ , kao što je vektorska baza, nejedinstvenost takve baze, ponovit će ili naučiti geometrijski smisao matrice, kao i uvesti ket vektore koje će koristiti kroz svaku jednadžbu u kvantnoj mehanici.

## 6 Analiza upitnika za projektne radove

Upitnik se sastojao od 6 pitanja, napravljen s pomoću Google Forma te su predani svim srednjim školama u Splitu i inozemstvu. Upitnik je preveden na engleski jezik kako bi profesori u inozemstvu mogli odgovoriti.

Skupljeno je 11 odgovora iz Republike Hrvatske iz sljedećih srednjih škola: Vladimir Nazor, III. gimnazija Split, Elektrotehnička škola Split, Obrtno tehnička škola Split i Prirodoslovna škola Split. Iz inozemstva, stiglo su 6 odgovora iz Visoke škole Carleton u Minnesoti, SAD. Ispitanici su trebali od zadanih osobina, poredati najznačajniju osobinu („1“) do najneznačajniju osobinu („>1“). Ispitanicima je dan sljedeći primjer da ne bi odgovorili s „5“ kao najznačajniju osobinu:

„Primjer: Ukoliko su ponuđena dva odgovora, "hrvatski" i "fizika", tada će biti dva stupca s brojevima "1" i "2". Iako su i hrvatski i fizika važni pri rješavanju projektnog zadatka iz fizike, znanje iz fizike je važnije od znanja iz hrvatskog, pa bi dali "1" za fiziku, te "2" za hrvatski.“

Također je onemogućeno da ispitanici stavljaju više odgovore u stupce, kao što je prikazano na sljedećoj slici:

ŠKOLA *	1	2	3	4	5
Oprema i tehnološka infrastruktura	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Atmosfera i povezanost nastavnika sa učenicima	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Obuka nastavnika	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Komunikacija sa roditeljima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Suradnja sa drugim školama i sveučilištima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

⚠ Molim vas, nemojte odabrati više od jednog odgovora po stupcu.

Slika 13. Slika pokazuje upozorenje ukoliko neki od ispitanika stavi da su dvije osobine jednake važnosti



Nije bilo moguće staviti da je jedna od osobina ima dvije važnosti, te je onemogućeno da se upitnik pošalje ako svaka osobina nije odgovorena, kao što je prikazano na sljedećoj slici:

ŠKOLA \*

	1	2	3	4	5
Oprema i tehnološka infrastruktura	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Atmosfera i povezanost nastavnika sa učenicima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Obuka nastavnika	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
Komunikacija sa roditeljima	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Suradnja sa drugim školama i sveučilištima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

! Ovo pitanje zahtijeva jedan odgovor po redu

Slika 14. Slika pokazuje upozorenje ukoliko neki od ispitanika ne ocijeni osobinu u upitniku  
Ispitanici su trebali odgovoriti na sljedeća 6 pitanja, pogledajte album slika ispod.

ŠKOLA \*

	1	2	3	4	5
Oprema i tehnološka infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Atmosfera i povezanost nastavnika sa učenicima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Obuka nastavnika	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Komunikacija sa roditeljima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Suradnja sa drugim školama i sveučilištima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

NASTAVNIK \*

	1	2	3	4	5	6
Autoritativnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Prilagodljivost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Priprema i organiziranost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Inovativnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Komunikacija	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Stručnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ŽIVOT UČENIKA/CE \*

	1	2	3	4	5
Imovinsko stanje učenika i njegove obitelji	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Odnos sa obitelji	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Udaljenost učenika od škole	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Bavi se sportom ili hobiem	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ima stipendiju	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

OSOBI NE UČENIKA \*

	1	2	3	4	5	6
Naklonost prema rješavanju problema	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Motivacija	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Odgovornost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Organizacijske vještine	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Komunikacijske vještine	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Konkurentnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

POVEZANOST UČENIKA \*

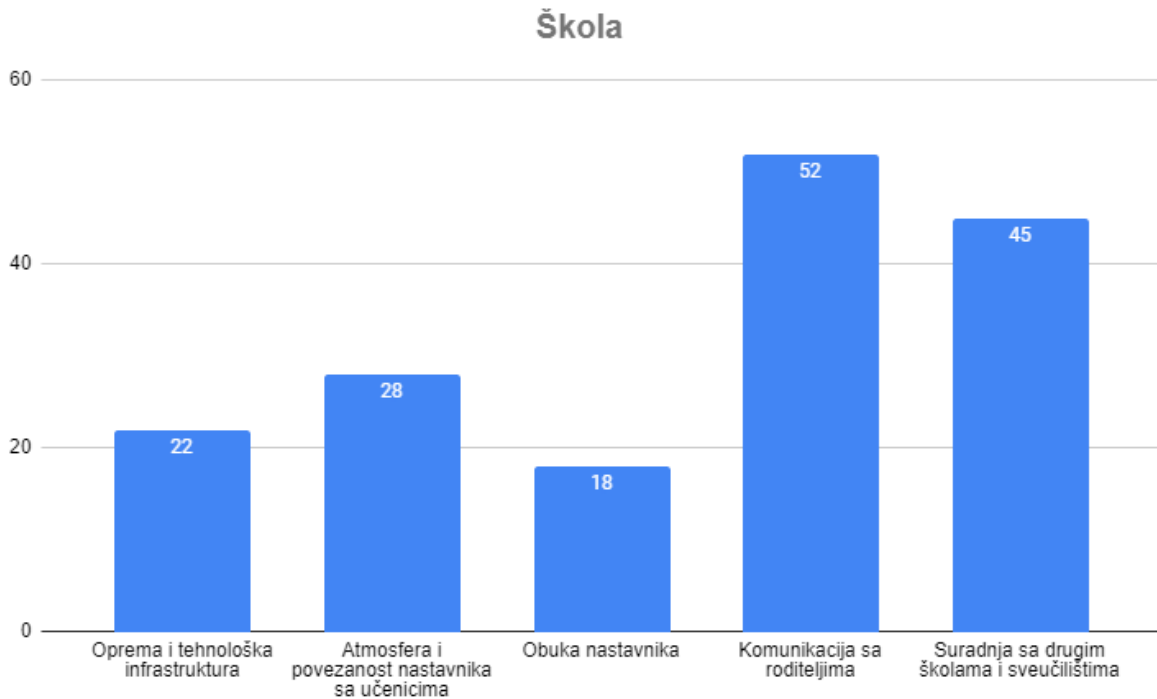
	1	2	3	4
U obitelji ima člana koji je ili završio ili završava smjer fizike	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Pristup knjižnice ili poznavanje pronalaskog internetskog sadržaja pri potražnji svojih problema	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Poznavanje ljudi koji su ili završili ili završavaju smjer fizike	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Iskustvu sa projektnim zadacima (primjerice: centar izvrsnosti)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

ZAINTERESIRANOST UČENIKA (problemski zadatak je: Bellov teorem) \*

	1	2	3	4
Učenik je zainteresiran za klasičnu fiziku	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Učenik je zainteresiran za fiziku optike	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Učenik je zainteresiran za relativističku fiziku	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Učenik je zainteresiran za kvantnu fiziku	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Slike 15-20 pokazuju upitnik na hrvatskom jeziku. Isti upitnik je preveden na engleski jezik.

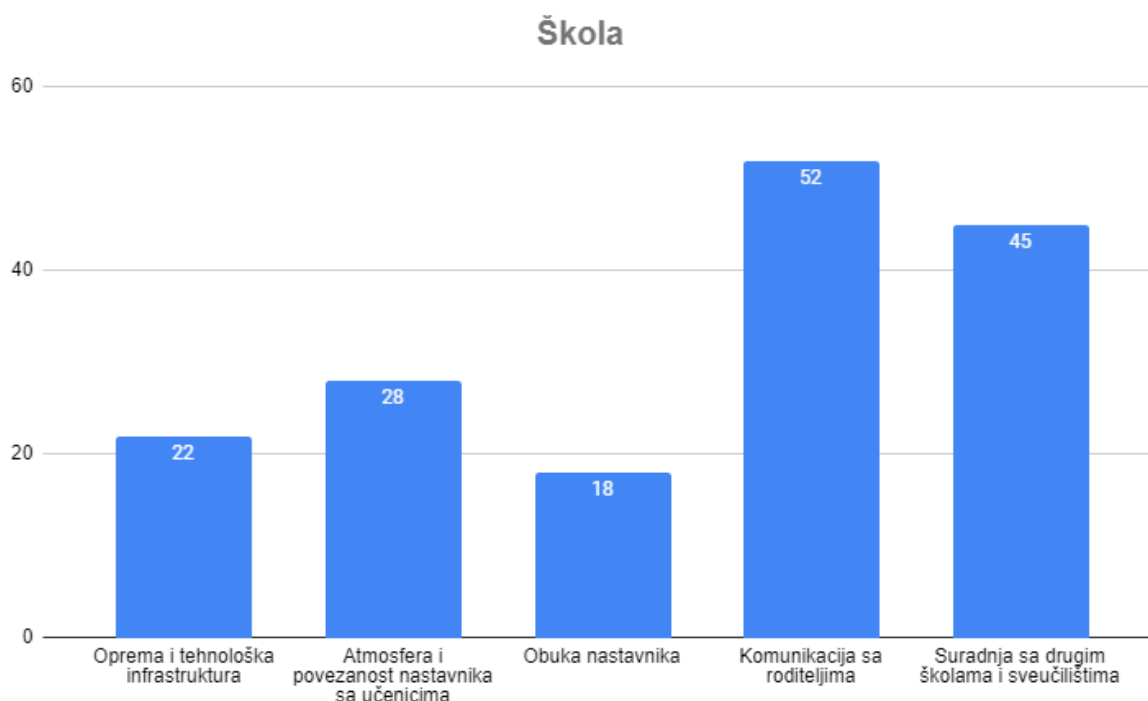
Odgovore za svaku od osobina smo zbrojili, te je najznačajnija osobina s najmanjim brojem. Primjerice ako pogledamo sliku 21, ispitanici Republike Hrvatske smatraju da je obuka nastavnika najznačajnija osobina pri odrađivanju projektnog zadatka, dok je komunikacija roditelj-škola najneznačajnija osobina od ponuđenih.



*Slike 21, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina škole je najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

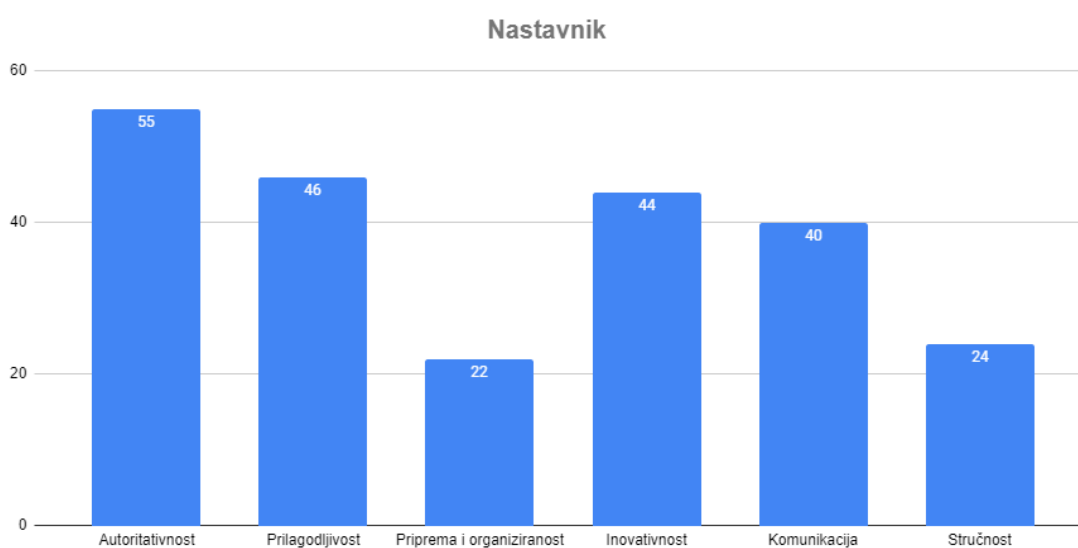
## 6.1 Analiza ankete – hrvatski upitnik

Pogledajmo odgovore prvog pitanja:



*Slike 22, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina škole najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

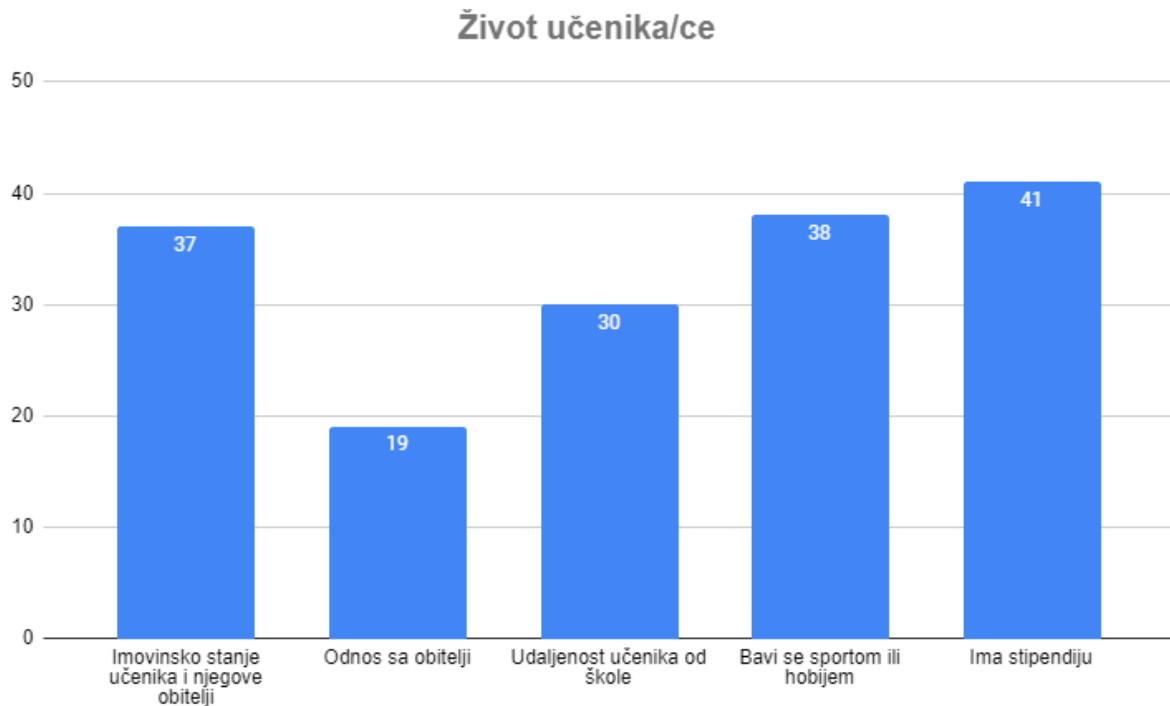
Profesori iz Republike Hrvatske su odgovorili da je obuka nastavnika najvažnija osobina (slika 22), dok je atmosfera i povezanost nastavnika s učenicima tek treća od pet osobina. Vratit ćemo se na ovo pitanja kada budemo razmatrali odgovore iz inozemstva.



*Slike 23, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina nastavnika najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

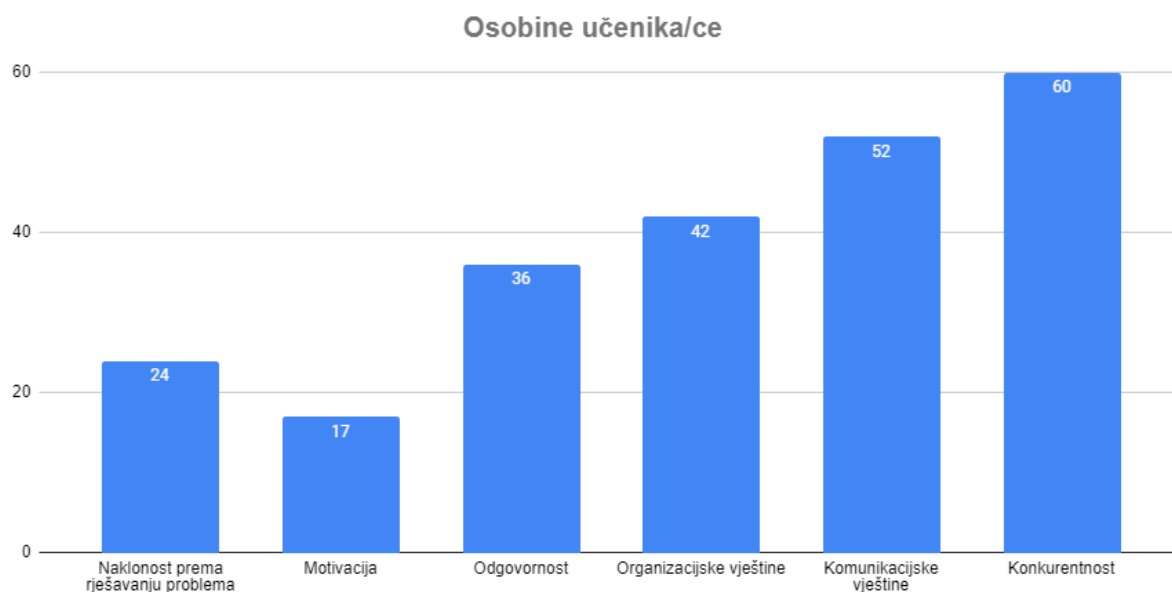
Priprema i organiziranost je bila najznačajnija, dok autoritet nastavnika je najmanje značajan. Važno je naglasiti da je stručnost nastavnika bila blizu osobine pripreme i organiziranosti (slika 23).

Kroz sljedeća četiri pitanja, više proučavamo učenika/cu.



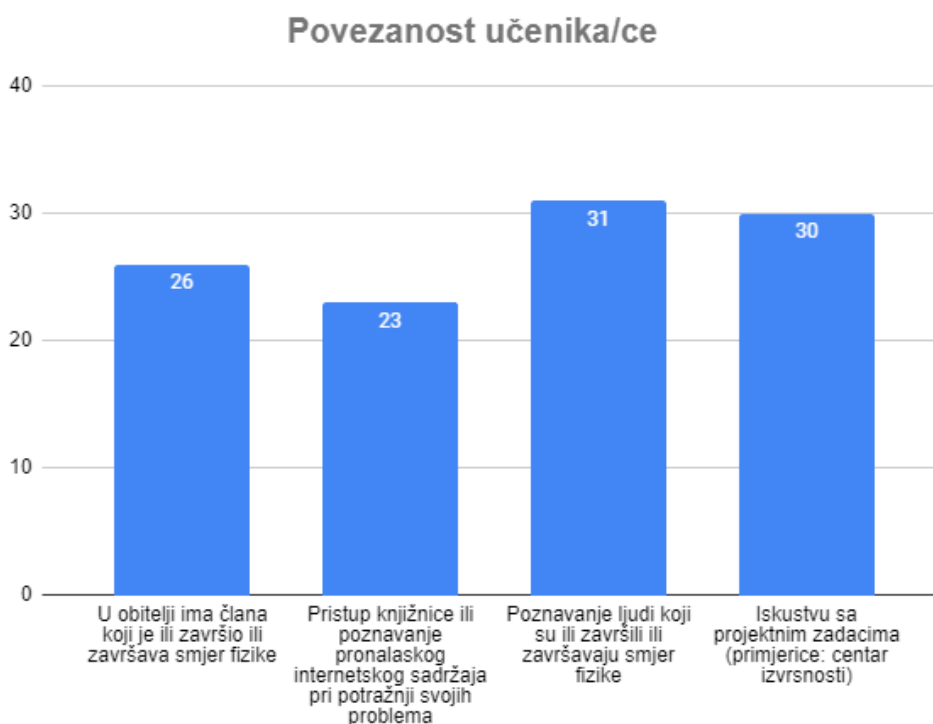
*Slika 24, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina života učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Najznačajnija osobina je odnos s obitelji, dok su tri osobine oko zadnjeg mjesta s razlikom od samo 4 boda. Ipak imamo da je stipendija studenta najneznačajnija osobina učenika/ce pri uspješnom izvršavanju projektnog zadatka (slika 24).



*Slike 25, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

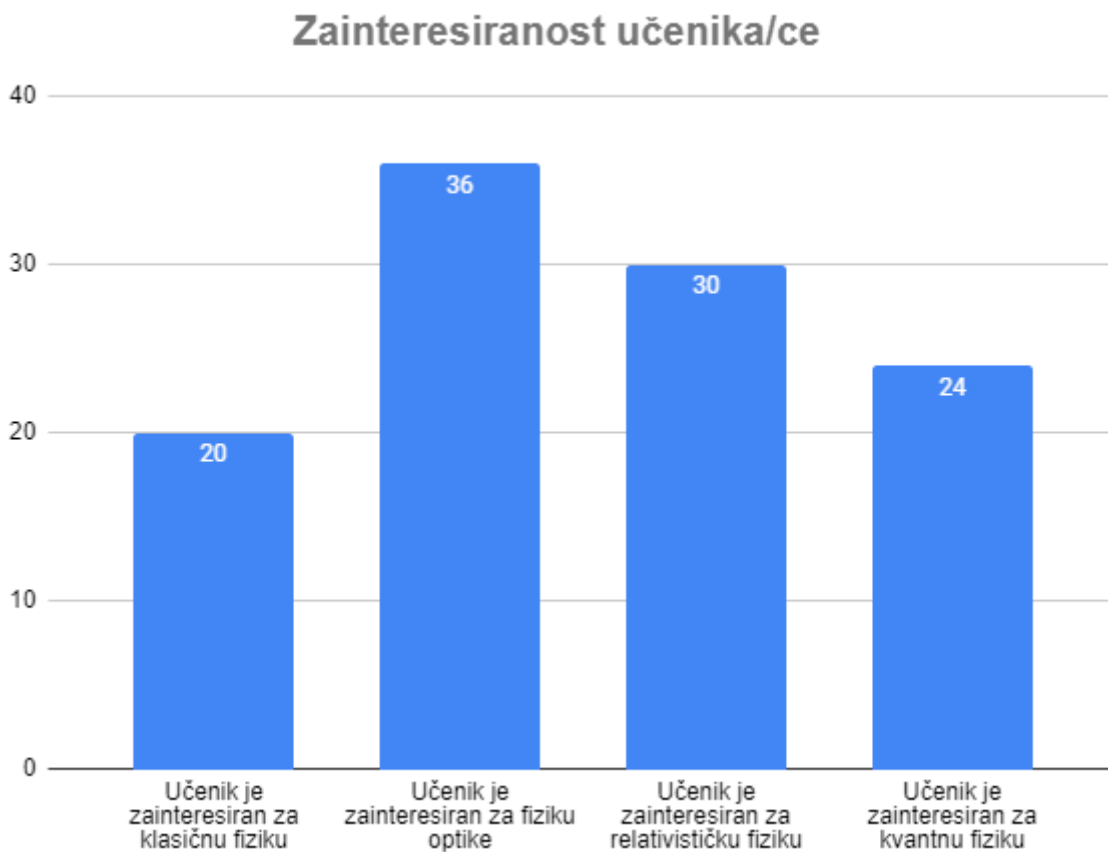
Motiviranost i naklonost prema rješavanju problema uzimaju prva dva mjesta, dok je konkurentnost prema svojim kolegama najmanje značajna osobina učenika/ce (slika 25).



*Slike 26, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina povezanosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*



Ovdje nemamo veliki razmak između najznačajnije osobine kao i najneznačajnije, ali profesori i nastavnici iz Republike Hrvatske smatraju da je najvažnije da učenik ima pristup dodatne edukacije, primjerice pristup knjižnice i znanje pronalaska internetskog sadržaja (slika 26).

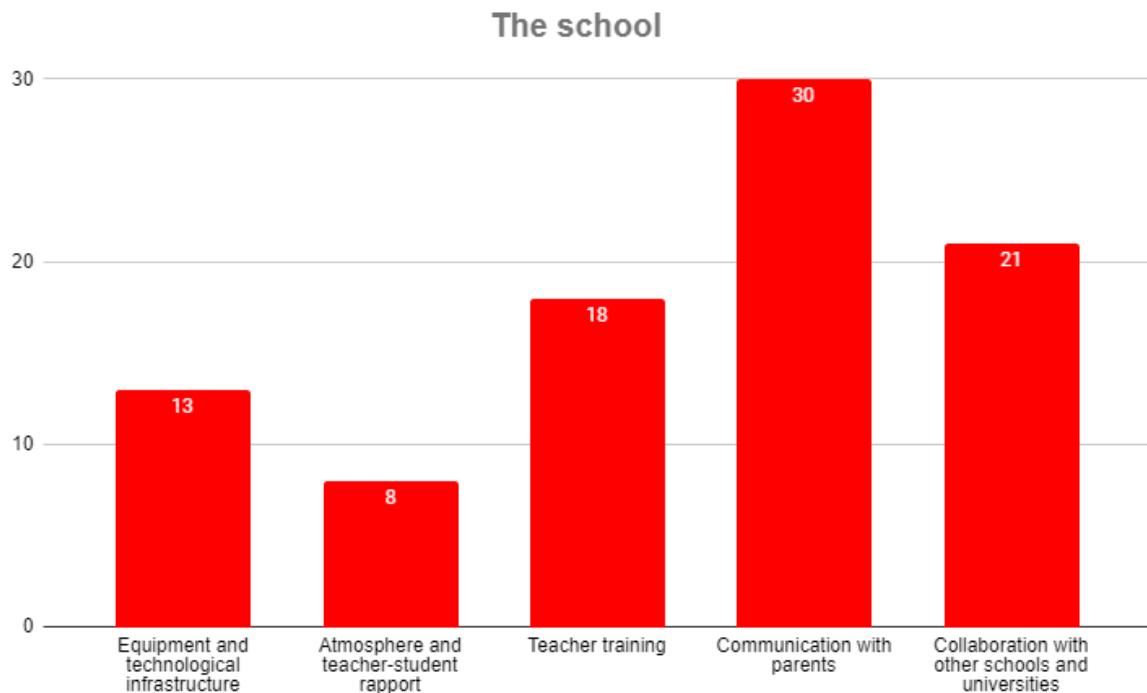


*Slika 27, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina zainteresiranosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

U ovom pitanju, dano je da se obrađuje tema Bellovog teorema, te su ispitanici odgovorili da je zainteresiranost učenika za klasičnu fiziku najvažnija od ponuđenih (slika 27).

U poglavlju 6 ćemo govoriti više o odgovorima.

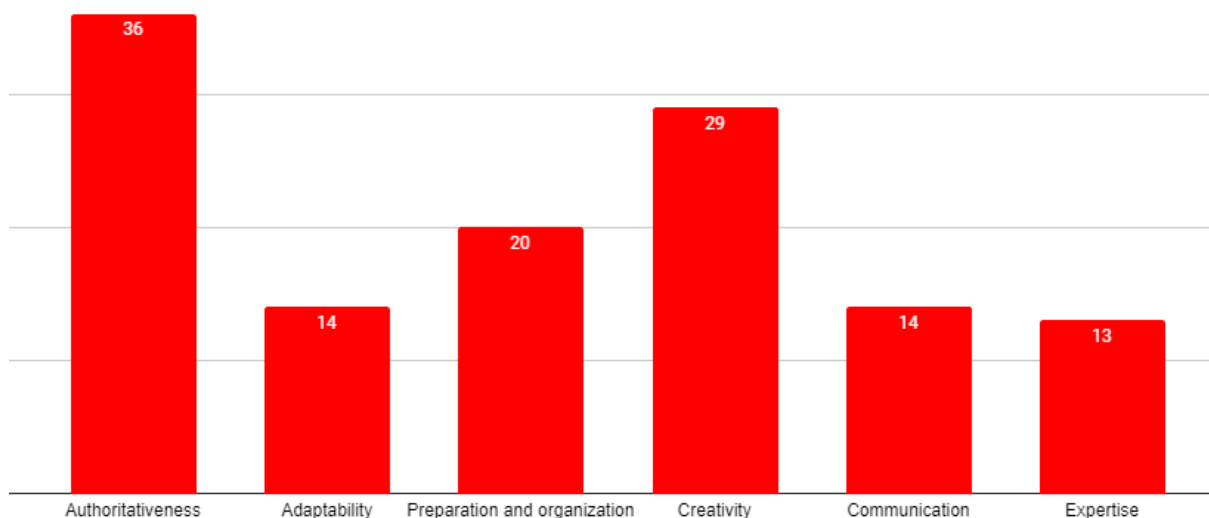
## 6.2 Analiza ankete – engleski upitnik



*Slike 28, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina zainteresiranosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Profesori u inozemstvu smatraju da je atmosfera u razredu najznačajnija osobina pri provođenju projektnog zadatka, dok u Republici Hrvatskoj, to je tek treća najznačajnija osobina. Inozemni ispitanici se slažu s ispitanicima Republike Hrvatske u vezi komunikacija škole-roditelji, da je to najneznačajnija osobina (slika 28).

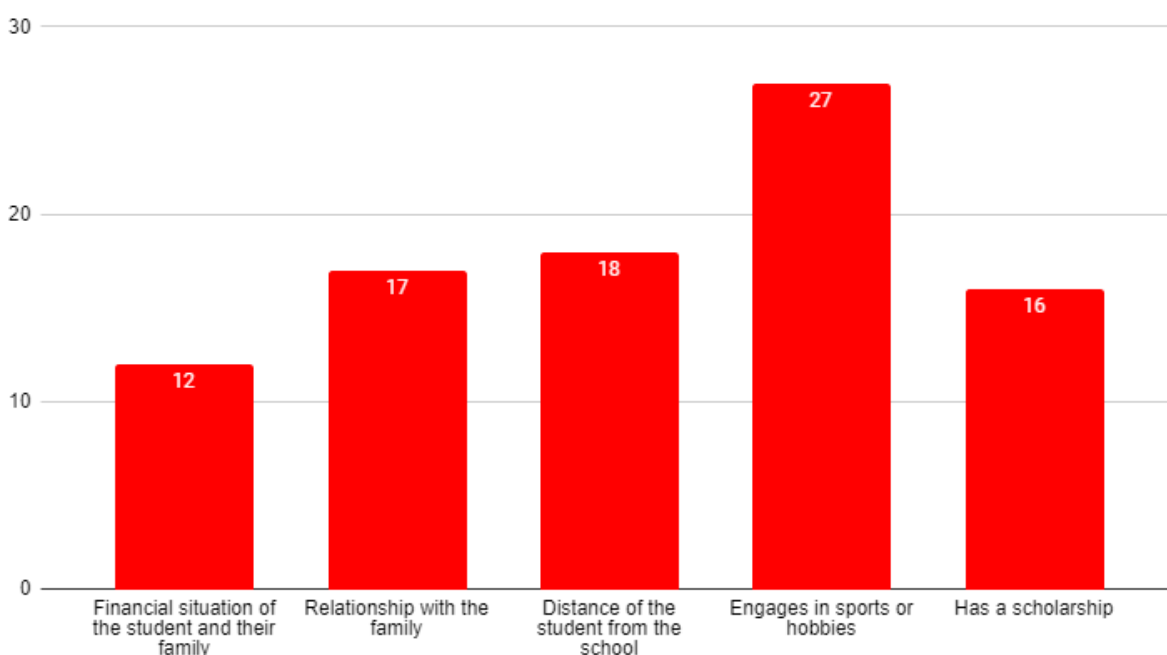
### Teacher



*Slike 29, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina nastavnika najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

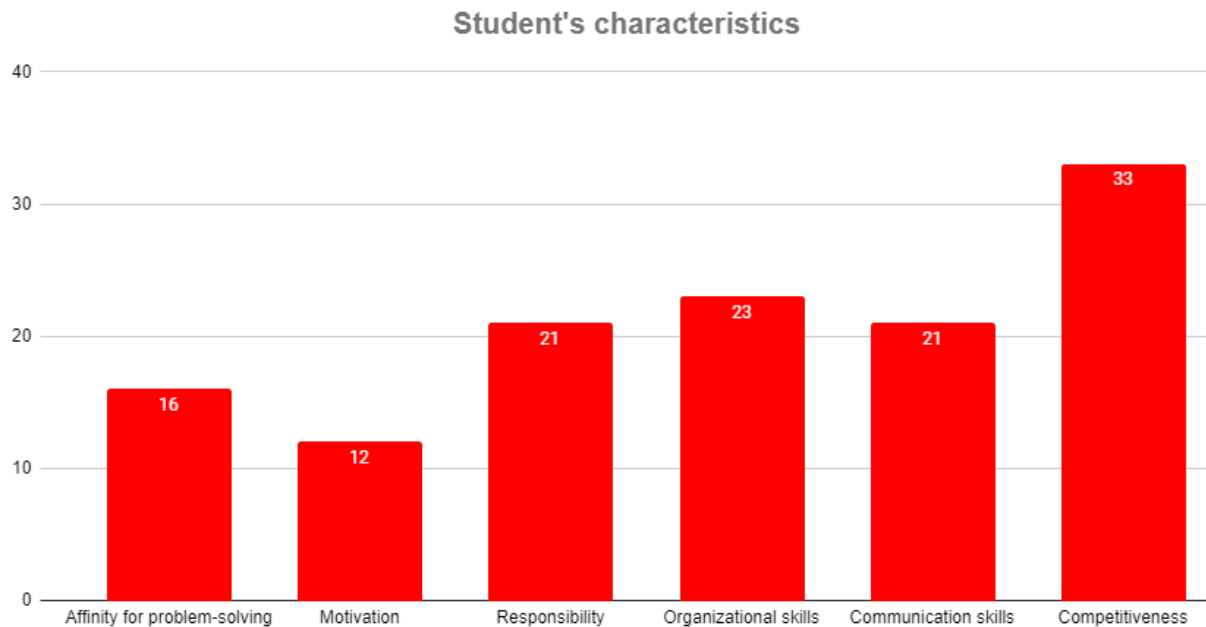
Profesori u inozemstvu smatraju da je stručnost nastavnika najznačajnija osobina pri provođenju projektnog zadatka, što je razlika od ispitanika od Republike Hrvatske, koji smatraju da je priprema i organiziranost ipak najznačajnija. Poklapaju se rezultati za najneznačajniju osobinu – autoritativnost nastavnika (slika 29).

### Student's lifestyle



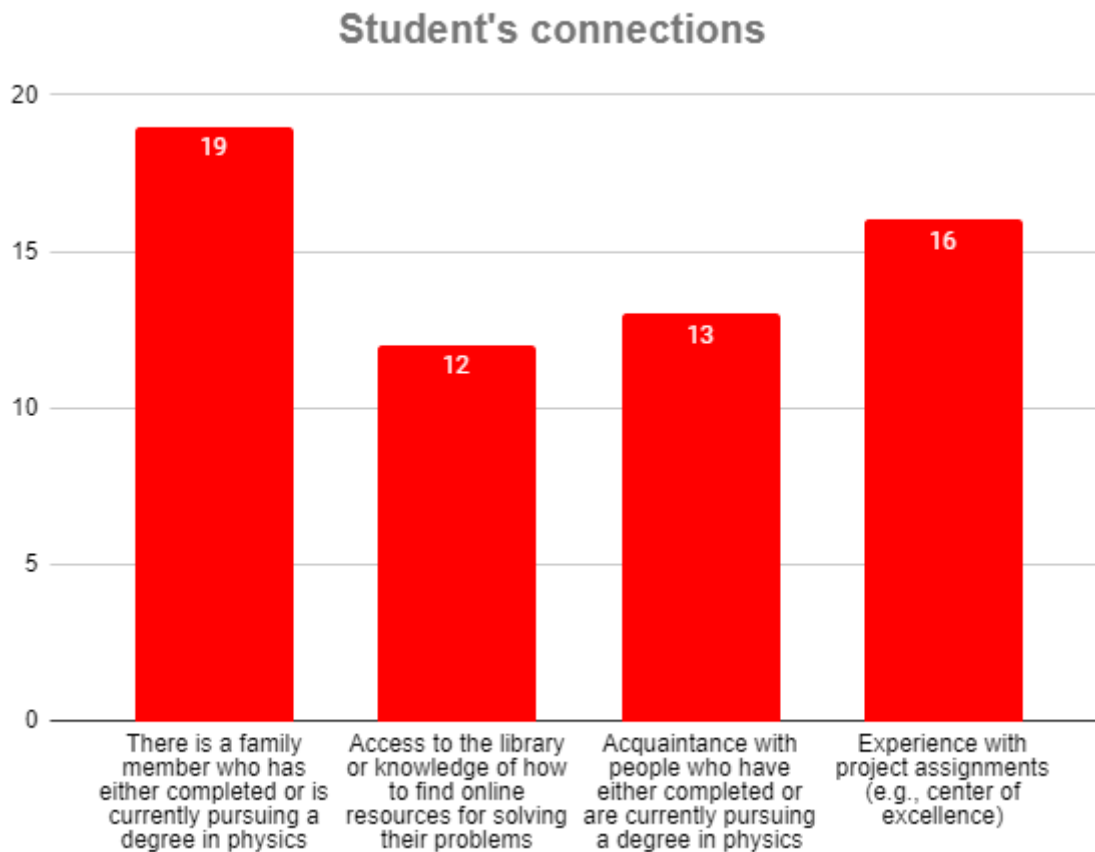
*Slike 30, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina života učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Imamo veliku razliku pri analizi odgovora života učenika/ce, imovinsko stanje učenika/ce je daleko najznačajnija osobina ako pitamo inozemne ispitanike, dok je ta osobina kod ispitanika Republike Hrvatske bila skoro najneznačajnija osobina. Inozemni ispitanici smatraju da se bavljenjem sporta i/ili hobija najneznačajnija osobina (slika 30).



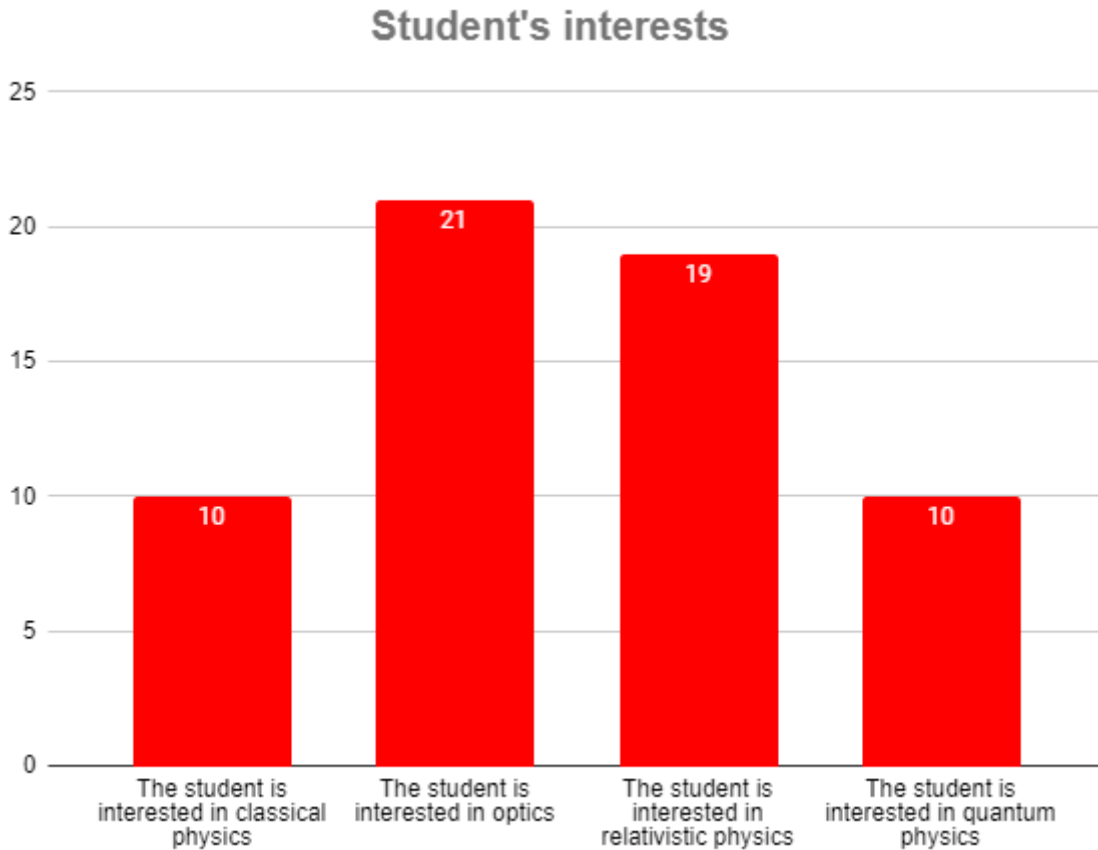
*Slika 31, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od karakteristike učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Kada je riječ o motivaciji i sklonosti rješavanju problema, inozemni kao i ispitanici Republike Hrvatske smatraju da motiviranost učenika/ce pri rješavanju projektnih zadataka najznačajnije karakteristika, dok je konkurentnost učenika/ce najneznačajnija (slika 31).



*Slike 32, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina povezanosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Prema povezanosti učenika s okolinom, inozemni odgovori se podudaraju s najznačajnijim osobinama odgovorima iz Republike Hrvatske. Ipak, inozemni odgovori misle da je najznačajnija osobina ako učenik/ca ima u obitelji člana koji je ili završio ili završava smjer fizike (slika 32).

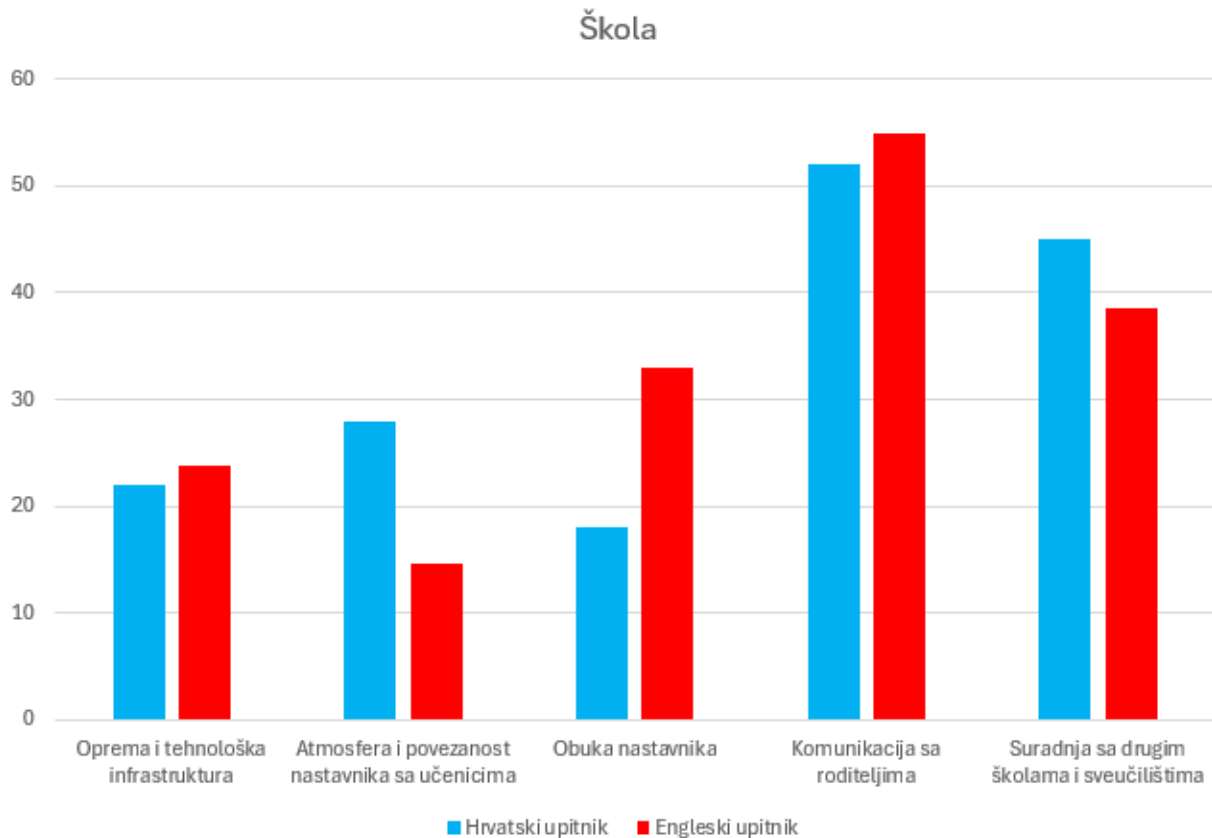


*Slike 33, pokazuje rezultate na odgovoru koja je od osobina zainteresiranosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Kod interese studenta, imamo slične rezultate s odgovorima iz Republike Hrvatske. Jedina je razlika to što kvantna i klasična fizika dijele 1. mjesto, dok pri odgovorima Republike Hrvatske, klasična fizika ipak zauzima 1. mjesto, gdje je kvantna na 2 (slika 33).

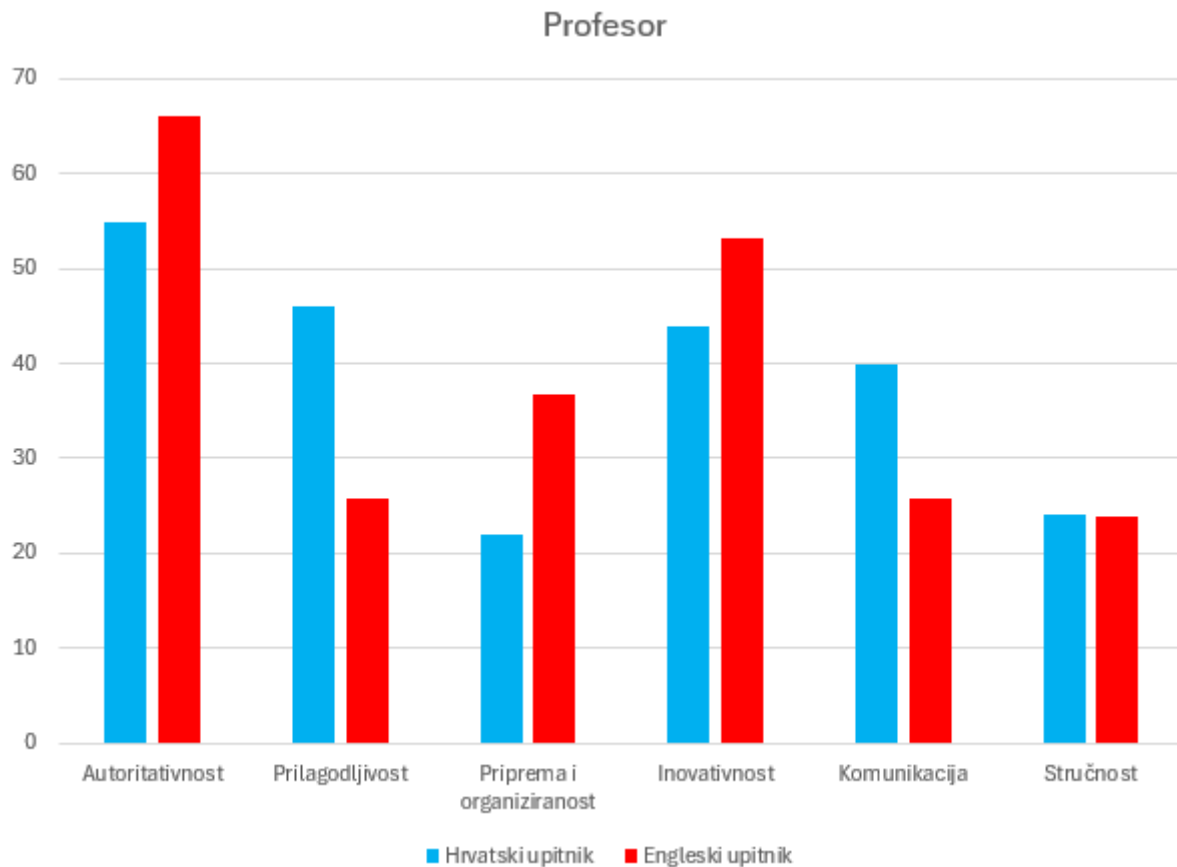
## 7 Zaključak upitnika

Kako je broj odgovora na upitniku iz inozemstva bio manji za  $\frac{\text{broj ispitanika u Republici Hrvatskoj}}{\text{broj ispitanika u inozemstvu}} = \frac{11}{6} = 1.8\dot{3}$ , svaki od odgovora iz inozemstva smo pomnožili sa tim faktorom.



*Slike 34, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od osobina škole najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

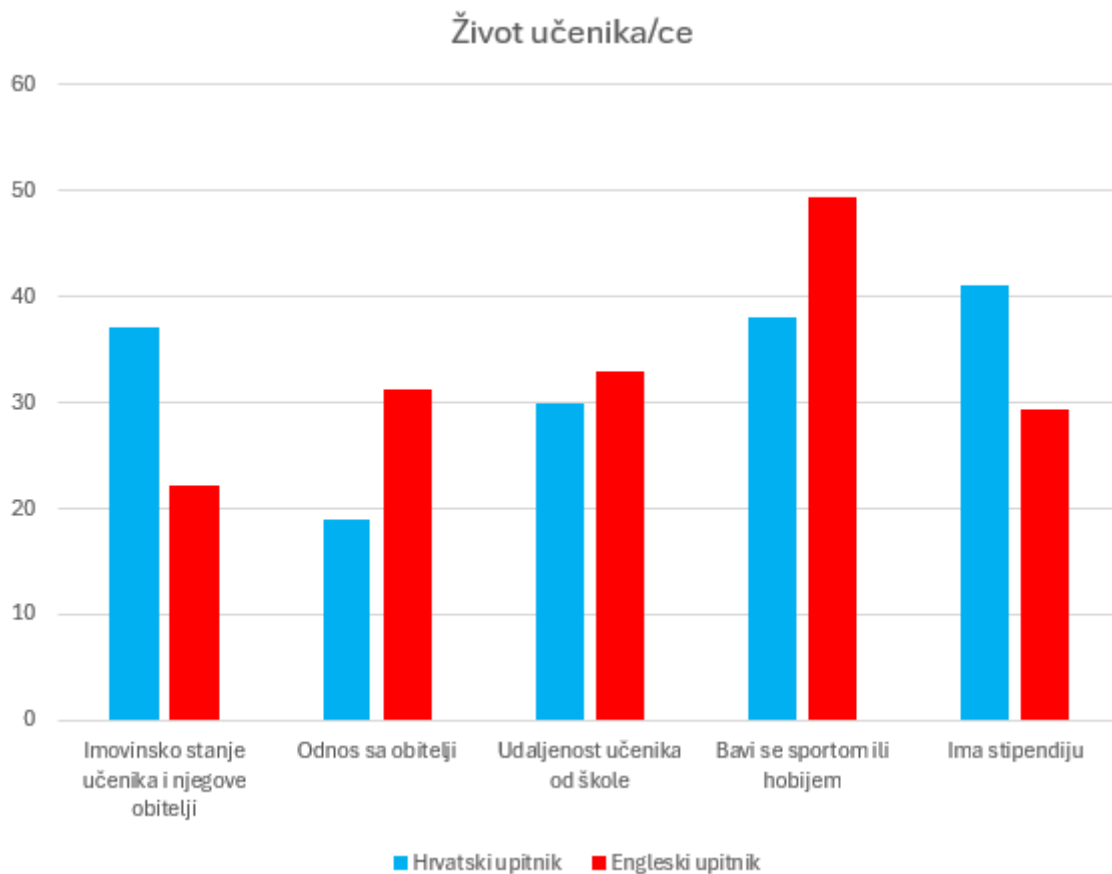
Iz slike 34 može se lako vidjeti da je atmosfera i povezanost nastavnika i učenika najbitnija osobina za uspješnu provedbu projektnih zadataka. Bitno je osigurati da se učenici osjećaju sigurno kada žele reći svoja mišljenja, da ih se sluša te da znaju da će nešto novo naučiti i/ili da će naučiti drugačiji način razmišljanja.



*Slike 35, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od osobina profesora najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

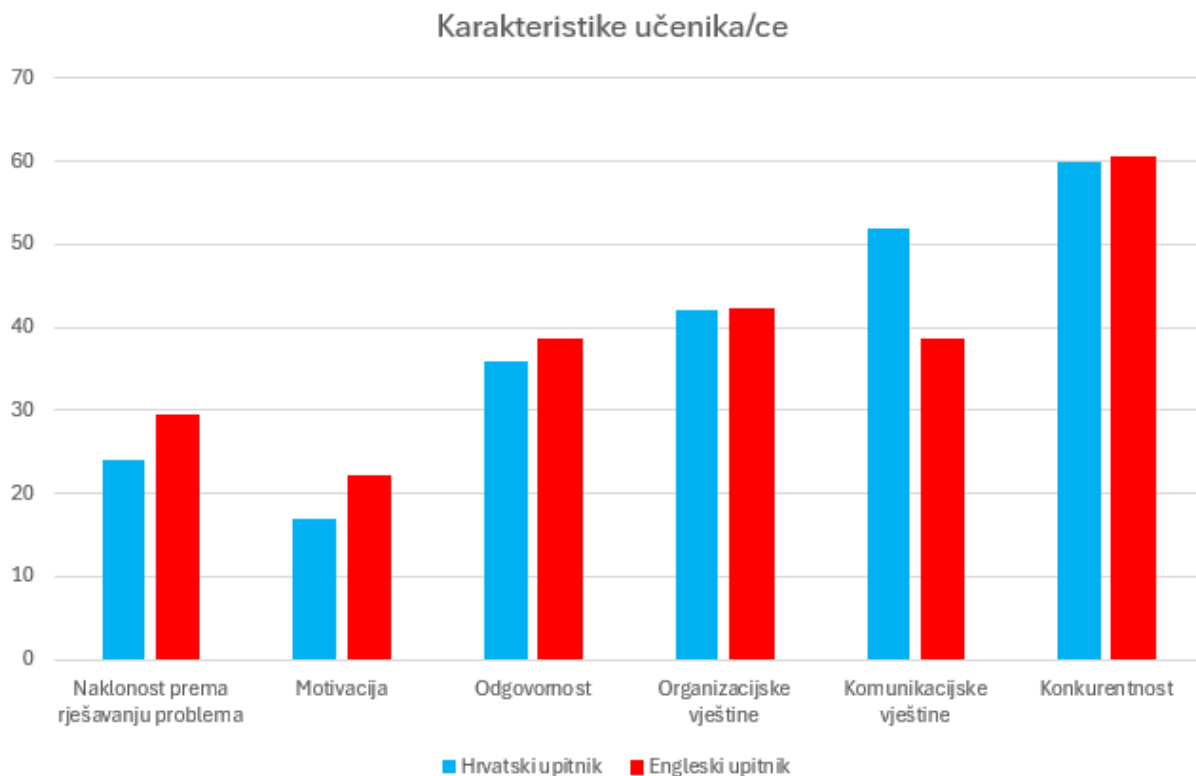
Kako bi projektni zadatak bio koristan, a učenici izbjegli dobivanje pogrešnih informacija i zaključaka, važno je da nastavnik koji vodi projekt bude stručan. Zanimljivo je da su kreativnost i inovativnost ocijenjeni vrlo nisko, iako bi motivacija učenika mogla biti potaknuta ako bi nastavnik projektne zadatke provodio na kreativan i inovativan način (slika 35).





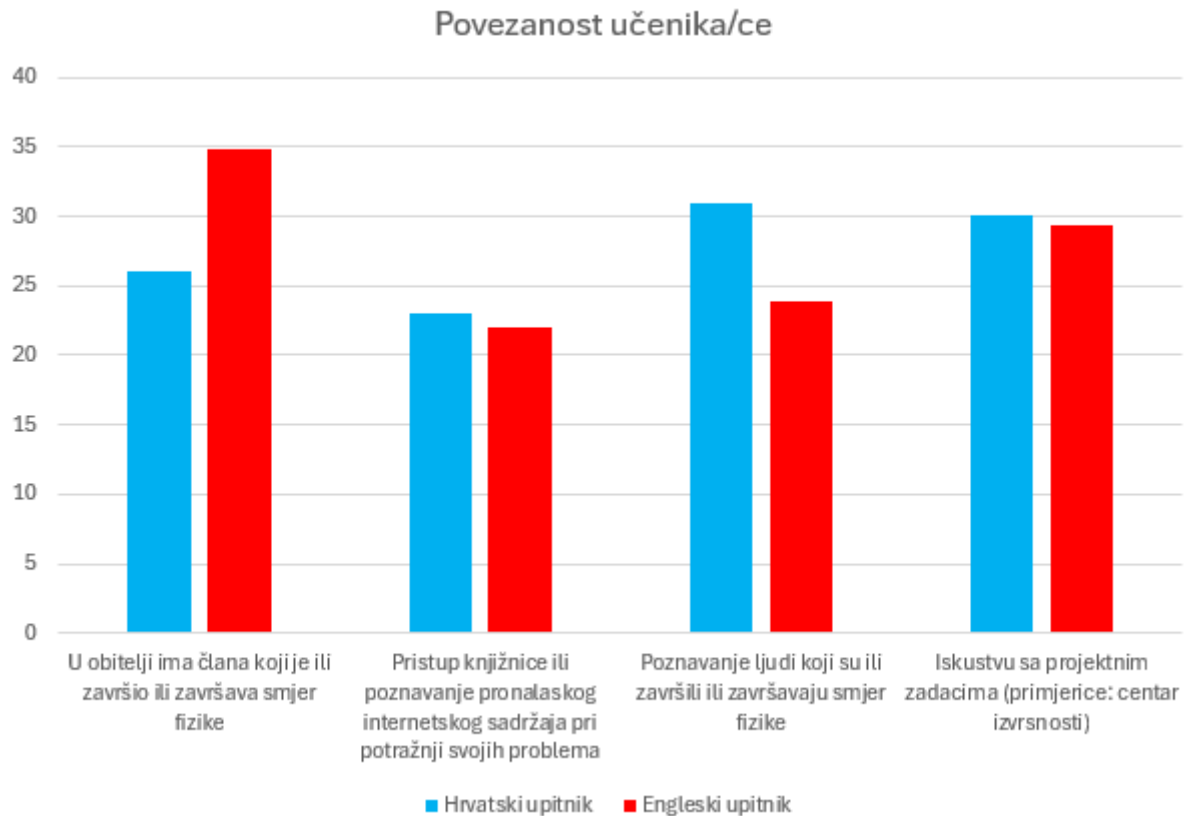
*Slike 36, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od osobina života učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Bitno je i da učenici budu u dobrim odnosima sa svojim obiteljima. Zanimljivo je da su ispitanici u engleskom upitniku ocijenili kako je imovinsko stanje učenika i njegove obitelji važnije od njihovih međusobnih odnosa (slika 36). Razlog ovome bi bilo dobro dublje istražiti, ali kako nisu besplatna sveučilišta i daljnje obrazovanje u inozemstvu, moguće da je ovo jedan od faktora zašto smo dobili ovakve rezultate.



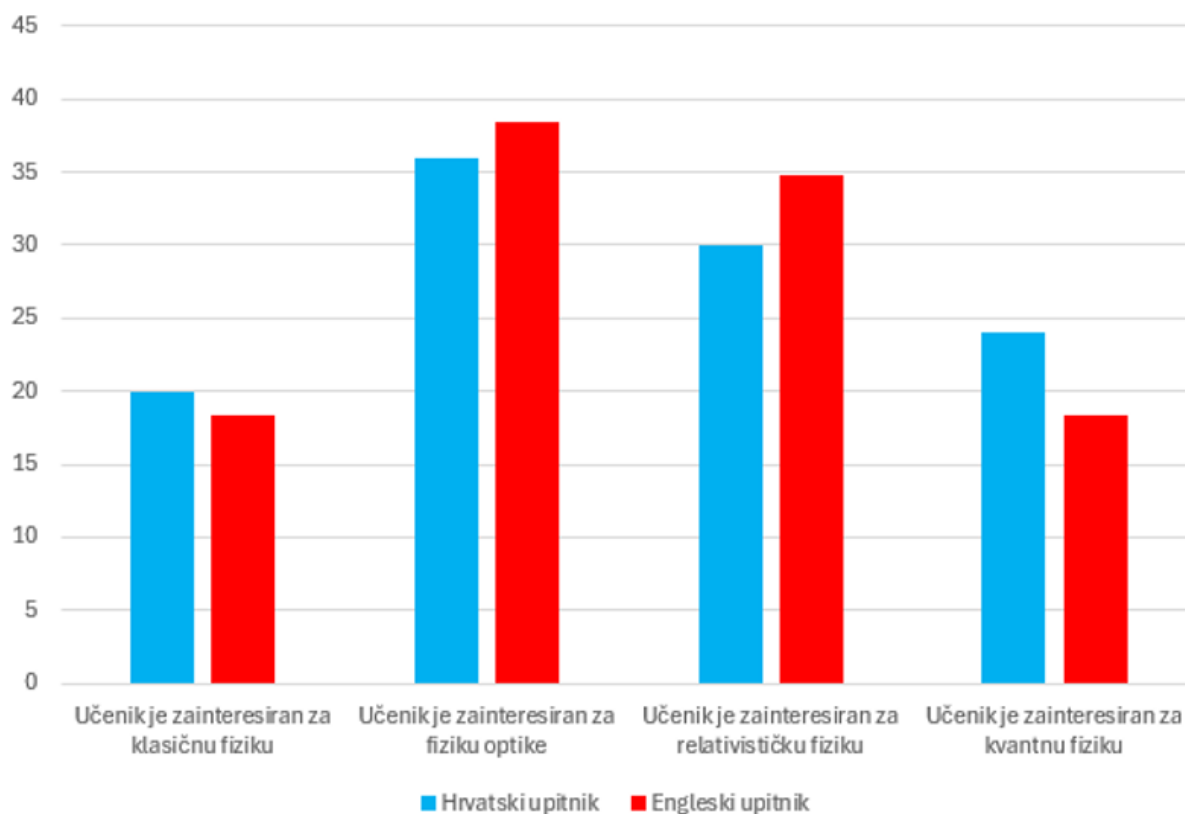
*Slike 37, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od karakteristika učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Prema odgovorima, najvažnije je da su učenici motivirani za problemsko rješavanje. Iako konkurentnost potiče kreativnost, ipak su projektni radovi grupni i timski radovi, pa ne želimo stvoriti velike negativne emocije i sraz između učenika (slika 37). Umjeren konkurentnost je dobra vrlina.



*Slike 38, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od osobina povezanosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Kako bi učenici mogli samostalno raditi na projektnim zadacima, potrebno ih je educirati o tome kako najučinkovitije i najbrže pronaći relevantne informacije. Iako prema autoru knjige „*How to teach so students remember*“ postoji 7 koraka kako naučiti studente da znaju kako se prisjetiti informacija, ljudske kognitivne sposobnosti su veoma niske. Zbog toga učenici koji imaju pristup knjižnici i/ili znaju kako naći sadržaj na internetu će lakše moći odraditi projektni zadatak od učenika koji nemaju tu mogućnost (slika 38).



*Slike 39, pokazuje rezultate hrvatskih i engleskih odgovoru na koja je od osobina zainteresiranosti učenika/ce najznačajnija pri određivanju projektnog zadatka. Što je manja brojka, to je značajnija osobina.*

Bellov teorem predstavlja poveznicu između klasične i kvantne fizike, što pokazuju i rezultati upitnika. Ispitanici su odgovorili da su najvažnije osobine učenika za uspješno razumijevanje Bellovog teorema zainteresiranost za klasičnu i kvantnu fiziku (slika 39).

## 8 Zaključak

Odgojno-obrazovne institucije trebaju omogućiti svim učenicima stjecanje novog znanja. U ovom diplomskom radu napravljena je analiza najznačajnijih faktora za uspješno izvođenje projektnih zadataka. Kao primjer teme projektnog zadatka korišteni su Bellov teorem i EPR paradoks.

U prvom dijelu diplomskog rada obrađeni su pojmovi s kojima su daroviti učenici već upoznati tijekom školske godine, a koji su ključni za razumijevanje teme Bellovog teorema. U drugom dijelu rada ulazimo u matematičku formalizaciju i osnove kvantne mehanike. Definiramo nove pojmove, iznimno važne za daljnje razumijevanje kvantne mehanike, te postavljamo problem kvantizacije, gdje se prvi put uočava nelogičnost u odnosu na klasičnu fiziku. Fotoni ili prolaze kroz polarizator ili ne prolaze – treća mogućnost ne postoji. Kasnije obrađujemo provedbu eksperimenta u obliku pripreme za sat. Na takav način, bilo koji nastavnik zna kako provesti sat. Kao i za svaki drugi nastavni sat, u ovisnosti kako učenici odgovaraju, pripremu trebamo prilagoditi satu.

Bit diplomskog rada se nalazi u 6. poglavlju gdje analiziramo odgovore ispitanika. Ispitanici su profesori fizike u srednjim školama i fakultetima. Prema njihovim odgovorima, pod pojmom 'škola' najvažnije je osigurati dobru atmosferu i povezanost između učenika i nastavnika. Najvažnija osobina nastavnika pri izvođenju projektnih zadataka, prema upitniku, je njegova stručnost i pripremljenost. Život učenika igra veliku ulogu pri provođenju projektnih zadataka. Ispitanici su istaknuli da je odnos učenika s obitelji i njihovo imovinsko stanje ključan faktor. U ovisnosti o karakteristikama učenika, ispitanici su odgovorili da je motivacija najbitnija osobina učenika. Također je iznimno korisno da učenik ima pristup knjižnici i internetskim izvorima. Na kraju, specijalno za temu Bellovog teorema, ispitanici su rekli da je najbitnije da je učenik zainteresiran za klasičnu fiziku.

Ovaj projektni zadatak o Bellovom teoremu mogao bi se provesti u centru izvrsnosti, koji darovitim učenicima omogućuje jačanje postojećih i razvijanje novih vještina i interesa.

## 9 Prilog: Pisane pripreme za nastavni sat fizike – polarizacija svjetlosti

Sveučilište u Splitu

Prirodoslovno matematički fakultet u Splitu

Predmet:	Metodička nastave fizike II
Studijska grupa:	Matematika i fizika
Akadska godina:	2022./2023.
Mentor:	Olivera Pionić, prof.

PISANA PRIPREMA ZA NASTAVNI SAT MATEMATIKE

Filip Krstulović

Split, 12.1.2023.

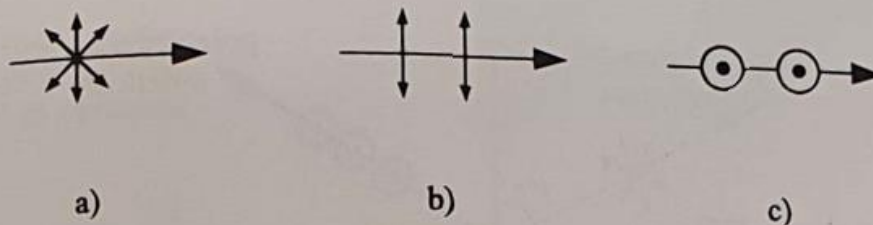
<b>Škola:</b> Elektrotehnička Škola Split	<b>Mjesto:</b> Split	<b>Razred:</b> 4.
<b>Nastavna cjelina:</b> Optika		
<b>Nastavna jedinica:</b> Polarizacija svjetlosti		
<p><b>OOI:</b></p> <p>FIZ SŠ C.4.1 FIZ SŠ D.4.1.</p> <p>Analizira valnu prirodu svjetlosti.</p> <p><b>Ishodi učenja:</b></p> <p>Učenici će</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objasniti što je to transverzalni val</li> <li>• Objasniti polarizaciju svjetlosti</li> <li>• Objasniti djelomičnu i potpuno polarizaciju</li> <li>• Izvesti formulu za Brewsterov kut</li> <li>• Rješavati konceptualne i numeričke zadatke</li> </ul>		
<p><b><u>OBLICI RADA</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• frontalni rad</li> </ul>	<p><b><u>NASTAVNE METODE</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• usmeno izlaganje</li> <li>• demonstracija pokusa</li> <li>• razgovor – rasprava;</li> <li>• operacijske (crtanje, pisanje)</li> </ul>	
<p><b><u>NASTAVNA SREDSTVA</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• udžbenik</li> </ul>	<p><b><u>NASTAVNA POMAGALA</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kreda, ploča, PowerPoint prezentacija</li> </ul>	
<p><b><u>LITERATURA:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• NCVVO</li> <li>• Fizika oko nas 4, Vladimir Paar, Anica Hrlec, Karmena Vadjla Rešetar, Melita Sambolek</li> <li>• <a href="https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/fa4cd5a4-17e1-47c2-a2db-545721e1cce5/polarizacija-svjetlosti.html">https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/fa4cd5a4-17e1-47c2-a2db-545721e1cce5/polarizacija-svjetlosti.html</a></li> </ul>		

<p>Nastavnik</p> <p>Kako polarizacijske naočale polariziraju svjetlost?</p>	<p>Učenik</p> <p>/</p>
<p>Kakva svojstva pokazuje svjetlost?</p>	<p>Valna</p>
<p>Kako dijelimo valove</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• longitudinalne</li> <li>• transverzalne.</li> </ul>
<p>O čemu to ovisi?</p>	<p>To ovisi o tome kako čestice sredstva kroz koje se val širi titraju u odnosu na smjer širenja vala.</p>
<p>Zvučni valovi su...</p>	<p>Longitudinalni, čestice se šire u svim smjerovima i svi su smjerovi nalaze u istim ravninama (ravnopravni su)</p>
<p>Koji bi bio primjer transverzalnog vala?</p>	<p>Površina na moru. Kod transverzalnih valova čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala. U ovom slučaju nisu svi pravci gibanja ravnopravni. Ako tresemo napeto uže, čestice užeta titraju okomito na njega i to je smjer koji se ističe.</p>
<p>Kakav je val ako zatresemo uže?</p>	<p>Ako tresemo napeto uže, čestice užeta titraju okomito na njega i to je smjer koji se ističe</p>
<p>Val je potpuno polariziran ako se gibanje čestica užeta odvija u jednoj ravnini.</p> <p>Ovisno kako tresemo uže polarizacija može biti:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vodoravna ili</li> <li>• okomita.</li> </ul>	
<p>Kakvi su EM valovi?</p>	<p>Transverzalni</p>
<p>Mogu li se onda oni polarizirati?</p>	<p>Da</p>



## 9.1 Polarizacija svjetlosti

Kako sve možemo dobiti svjetlost?	S pomoću žarne niti (i drugi odgovori...)
Kakva je vidljiva svjetlost koju emitira žarulja sa žarnom niti?	Vidljiva svjetlost koju emitira žarulja sa žarnom niti (i bilo koji drugi uobičajeni izvor svjetlosti) je nepolarizirana.
Od kojih valova se sastoji takva svjetlost? Rekli ste da je vidljiva svjetlost nepolarizirana, zašto?	EM valova. Njihova električna i magnetska polja titraju u različitim ravninama pri čemu se niti jedna ne ističe, tj nema preferirane ravnine.
U ovom se slučaju emitiraju valovi iz velikog broja atoma u vrućoj žarulji.  Kada elektron u atomu oscilira, atom emitira svjetlost u kratkim vremenskim intervalima, oko $10^{-8}$ sekundi.  Nepolarizirana svjetlost se sastoji od mnogih pojedinačnih valova.  Tko emitira ove pojedinačne valove?	Elektroni u atomi žarulje  Svaki ima svoj smjer titranja električnog i magnetskog polja. Polja titraju jednako u svim smjerovima okomitim na smjer širenja vala.
<b>Ako EM val ima uvijek isti smjer titranja (ravnina titranja se ne mijenja), kažemo da je val polariziran</b>  Do polarizacije dolazi zbog međudjelovanja svjetlosti i tvari.	



Slika 2.101. Oznake za nepolariziranu svjetlost (a) i polariziranu svjetlost (b) i (c)

Koji bi bio dobar primjer polariziranosti svjetla?	Dobar primjer je odsjaj od površine vode.
--	---

## 9.2 Pokus sa analizatorom i polarizatorom

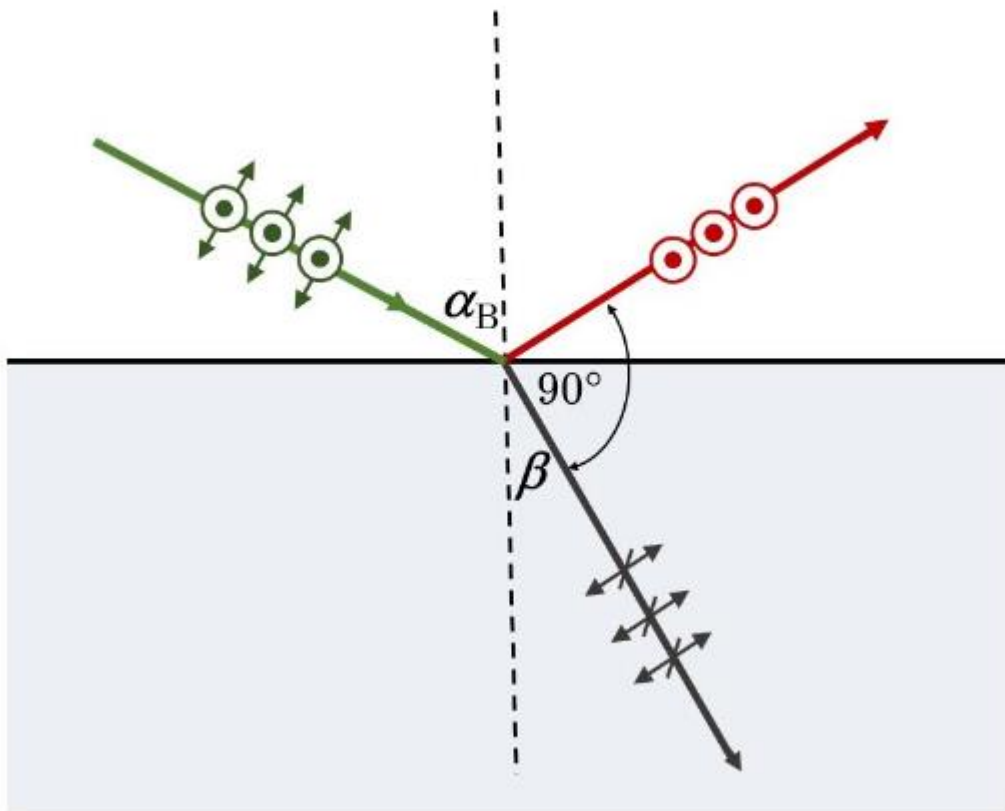
Možemo dodati još jedan polarizator između. Učenici će tada analizirati što se događa, ali ne i objasniti jer to zahtijeva veće znanje.

Što nam je radio polarizator?	Propuštao je samo jedan dio svjetla, tj. jednu ravninu
Što se dogodilo kad smo dodali analizator?	Ovisnosti o kutu, sve smo ili manje ili više vidjeli kroz analizator i polarizator

Znate li sada kako funkcioniraju polarizacijske sunčane naočale?	<ol style="list-style-type: none"><li>1. propuštaju vibracije okomite na najčešće reflektirajuće površine (tlo, površina vode),</li><li>2. blokiraju horizontalne vibracije.</li></ol>
--	--

## 9.3 Potpuna polarizacija – pokus sa bazenom, laserom i analizatorom

Sa njima nacrtati sliku, te nakon cijelog izvoda (kratak je) pitat ih, kako bi provjerili je li odbijena svjetlost potpuno polarizirana. Napraviti pokus, ako ne, onda prikazati video koji je napravljen.



$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin (90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

n vode je 1.33, dobije se da je  $\alpha_B \approx 53^\circ$

Do potpune polarizacije svjetlosti doći će za samo jednu vrijednost kuta upada. Taj kut onda ima smisla zvati Brewsterov kut  $\alpha_B$ , i on je zavisao o indeksu loma sredstva na kojem se odbijanje odvija:  $\operatorname{tg} \alpha_B = n$

U slučaju da je dioptar bio granica dvaju sredstva loma  $n_1$  i  $n_2$ , Brewsterov zakon glasi:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Z1. Granični kut totalne refleksije nekog sredstva je  $45^\circ$ . Koliki je kut polarizacije za to sredstvo?

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin 45^\circ} = 1.41$$

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n, \alpha_B = 54^\circ 44'$$

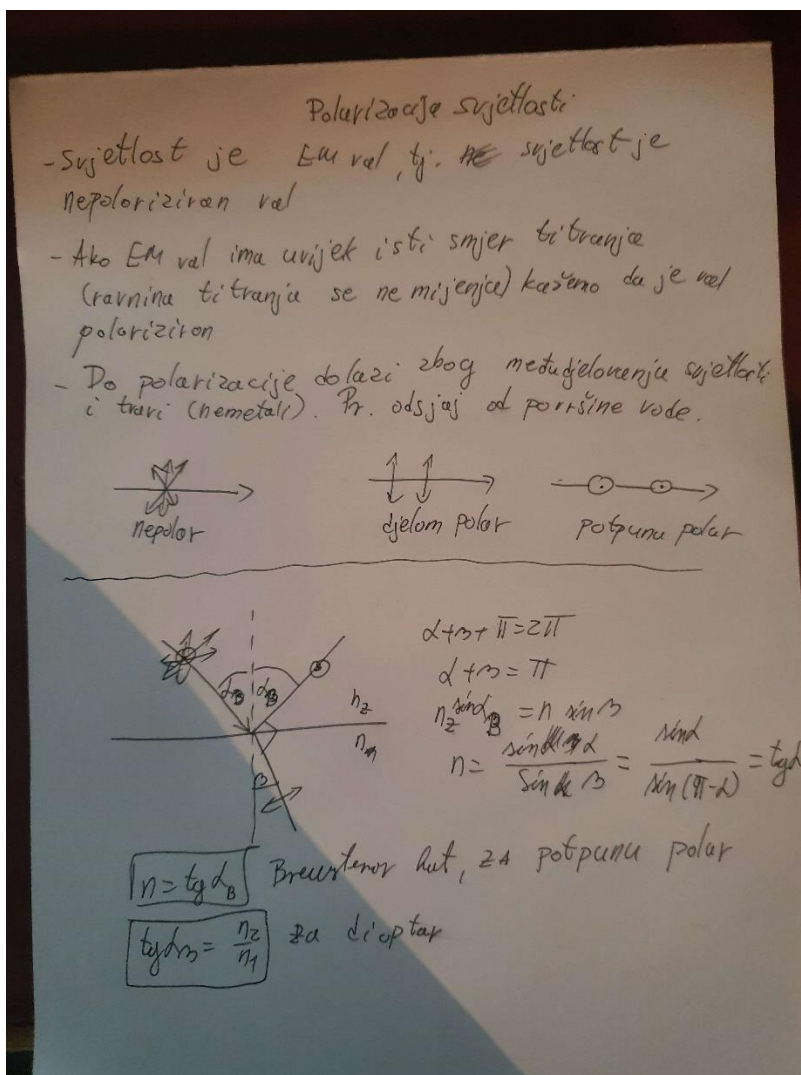
Z2 Koliki je indeks loma stakla ako je odbijena zraka potpuno polarizirana pri kutu loma od  $30^\circ$ ?

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$n = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 60^\circ = 1.73$$

Kahoot (10 minuta + analiza)

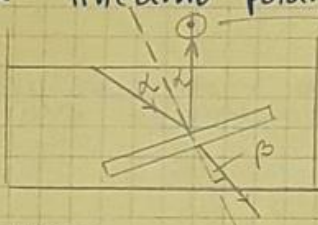
Plan ploče:



Ukoliko ostane vremena, možemo provesti sljedeće zadatke na satu:

**161** Na površini tekućine okomito izlazi svjetlosna zraka, koja se prethodno reflektirala od površine staklene ploče uronjene u tekućinu. Indeks loma stakla je 1,5. Kut što ga zatvaraju zraka koja upada na staklenu ploču i zraka koja se od nje reflektira iznosi  $97^\circ$ . Odrredi indeks loma tekućine ako je reflektirana zraka linearno polarizirana.

$2\alpha = 97^\circ$   
 $\alpha = 48^\circ 30'$   
 $n_s = 1,5$   
 $n_t = ?$




Ova zraka svjetlosti je polarizirana pa mora vidjeti  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ$  uvijek polarizacije  
 $\beta = 41^\circ 30'$

$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_s}{n_t}$  Snellov zakon loma  
 $n_t = \frac{n_s \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1,5 \cdot \sin 41^\circ 30'}{\sin 48^\circ 30'} = 1,33$

**163** Svjetlosni snop prolazi kroz tekućinu koja se nalazi u posudi od stakla indeksa loma 1,5. Snop se reflektira od dna posude pod kutom  $42^\circ 37'$  tako da je potpuno polariziran. Odrredite:  
 a) indeks loma tekućine  
 b) pod kojim najmanjim kutom mora svjetlost updati na dno posude da dođe do totalne refleksije?

$n_s = 1,5$   
 $\alpha_B = 42^\circ 37'$  Brewsterov kut - kut kod kojeg dolazi do potpune polarizacije  $\alpha + \beta = 90^\circ$   
 $n_t = ?$   
 $\beta = ?$



$\tan \alpha_B = \frac{n_s}{n_t}$   
 $\Rightarrow n_t = \frac{n_s}{\tan \alpha_B} = 1,63$

totalna refleksija na prijelazu tekućina - staklo za granizni kut  $u_g$   
 $\sin u_g = \frac{n_s}{n_t} = \frac{1,5}{1,63}$   
 $\Rightarrow u_g = 66^\circ 57' 43''$

## 10 Literatura

- [1] Winner, E. (2005) *Darovita djeca: mitovi i stvarnost*. Lekenik: Ostvarenje.
- [2] Edutorij, URL: <https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/1872721/elektromagnetski-val.html>
- [3] Edutorij, URL: <https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/1872721/polarizacija-svjetlosti.html>
- [4] Edutorij, URL: <https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/1872730/valno-cesticni-model-zracenja.html>
- [5] Wikipedia, URL: [https://en.m.wikipedia.org/wiki/Davisson%E2%80%93Germer\\_experiment](https://en.m.wikipedia.org/wiki/Davisson%E2%80%93Germer_experiment)
- [6] Edutorij, URL: <https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/1872730/valno-cesticna-priroda-tvari.html>
- [7] 3Blue1Brown, URL: [https://www.youtube.com/watch?v=MzRCDLre1b4&t=807s&ab\\_channel=3Blue1Brown](https://www.youtube.com/watch?v=MzRCDLre1b4&t=807s&ab_channel=3Blue1Brown)
- [8] Katarina Sokolić, Prirodoslovno-matematički fakultet, URL: <https://zir.nsk.hr/islandora/object/pmf:10500/datastream/PDF/view>
- [9] Geogebra, URL: <https://www.geogebra.org/calculator>