

# Zvezdani spektri i temperatura zvijezda

---

**Verović, Grgur**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:817055>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-08**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno-matematički fakultet

# **Zvezdani spektri i temperatura zvijezda**

Završni rad

Grgur Verović

Split, rujan 2024.



Zahvalan sam na Božjoj providnosti. Rad posvećujem ocu, majci i bratu Anti. Mentorici izv. prof. dr. sc. Željani Bonačić Lošić zahvaljujem na smjernicama koje mi je pružila pri izradi ovog rada.

## Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

### Zvjezdani spektri i temperatura zvijezda

Grgur Verović

Sveučilišni preddiplomski studij Fizika

#### Sažetak:

Spektar zvijezda, iako blizak spektru crnog tijela, sadrži specifične apsorpcijske linije koje ovise o kemijskom sastavu, temperaturi i tlaku u atmosferi zvijezda. Apsorpcijske linije razlikuju zvjezdani spektar od idealnog spektra crnog tijela i omogućuju detaljnu klasifikaciju zvijezda na temelju njihovih spektralnih karakteristika. Tako, zvijezde možemo svrstati u različite spektralne tipove, od najvrućih do najhladnijih, pri čemu svaki tip ima specifične spektralne linije koje su ključne za identifikaciju elemenata prisutnih u zvjezdanoj atmosferi. Opisana je primjena Planckovog zakona na zvjezdano zračenje, koji daje idealizirani opis zračenja crnog tijela. Iako stvarni spektar zvijezda odstupa od ovog modela zbog prisutnosti spektralnih linija, Planckov zakon ostaje koristan alat za procjenu površinske temperature zvijezda. Primjenom ovog modela moguće je, na temelju oblika spektra, odrediti približnu temperaturu zvijezde te pratiti kako temperatura utječe na boju zvijezde. Rad pruža razumijevanje povezanosti spektra zvijezda, njihove temperature i mjesta na Hertzsprung-Russellovom (H-R) dijagramu, kao i važnost ovih alata u modernoj astrofizici.

**Ključne riječi:** zvijezda, crno tijelo, zvjezdani spektar, temperatura zvijezde, Hertzsprung-Russell dijagram

**Rad sadrži:** 23 stranica, 7 slika, 1 tablicu, 0 grafova, 5 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** izv. prof. dr. sc. Željana Bonačić Lošić

**Ocjenjivači:** izv. prof. dr. sc. Željana Bonačić Lošić  
prof. dr. sc. Ante Bilušić  
doc. dr. sc. Željka Sanader Maršić

**Rad prihvaćen:** 12.9.2024.

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

## Basic documentation card

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

### Stellar spectra and temperature of stars

Grgur Verović

University undergraduate study programme Physics

#### Abstract:

The spectrum of stars, although close to the spectrum of a black body, contains specific absorption lines that depend on the chemical composition, temperature, and pressure in the star's atmosphere. These absorption lines distinguish the stellar spectrum from the ideal black body spectrum and enable detailed classification of stars based on their spectral characteristics. Thus, stars can be grouped into different spectral types, from the hottest to the coolest, with each type having specific spectral lines that are key for identifying the elements present in the stellar atmosphere.

The application of Planck's law to stellar radiation is described, providing an idealized model of black body radiation. While the actual stellar spectrum deviates from this model due to the presence of spectral lines, Planck's law remains a useful tool for estimating the surface temperature of stars. By applying this model, it is possible to determine the approximate temperature of a star based on the shape of its spectrum and to observe how temperature affects the color of the star.

This paper provides an understanding of the connection between a star's spectrum, its temperature, and its position on the Hertzsprung-Russell (H-R) diagram, emphasizing the importance of these tools in modern astrophysics.

**Keywords:** star, black body, stellar spectrum, star temperature, Hertzsprung-Russell diagram

**Thesis consists of:** 23 pages, 7 figures, 1 tables, 0 graphs, 5 references. Original language: Croatian

**Supervisor:** Assoc. Prof. Dr. Željana Bonačić Lošić

**Reviewers:** Assoc. Prof. Dr. Željana Bonačić Lošić  
Prof. Dr. Ante Bilušić  
Assist. Prof. Dr. Željka Sanader Maršić

**Thesis accepted:** September 12, 2024.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

## Sadržaj

1	Uvod .....	1
1.1	Povijesni uvod.....	1
2	Zvijezde kao crno tijelo .....	3
2.1	Crno tijelo .....	3
2.2	Spektralne linije .....	7
2.3	Ionizacija.....	8
2.4	Zvijezde .....	9
3	Dopplerov učinak.....	12
4	Spektroskopija .....	14
4.1	Spektralna klasifikacija zvijezda.....	14
4.2	Svojstva zvijezda .....	16
5	Hertzsprung-Russel dijagram.....	18
6	Zaključak .....	22
7	Literatura .....	23

# 1 Uvod

Zvijezde su oduvijek bile predmet znanstvenog istraživanja i divljenja. Jedan od najvažnijih alata za razumijevanje zvijezda i njihovih svojstava je analiza njihovih spektara. Zvezdani spektri, raspon elektromagnetskog zračenja koje emitiraju zvijezde, služe kao otisci prstiju, otkrivajući ključne informacije o fizičkim uvjetima unutar i oko zvijezda.

Svjetlost koju zvijezde emitiraju nije jedinstvena, već je sastavljena od različitih valnih duljina koje zajedno čine zvezdani spektar. Analizom ovih spektara možemo odrediti kemijski sastav zvijezda, kao i njihovu temperaturu, brzinu vrtnje, magnetska polja i druge važne karakteristike. Svaka zvijezda ima jedinstveni spektar.

Spektar zvijezda je dovoljno blizak standardnom spektru crnog tijela koji se stoga može koristiti kako bi se dobila procjena površinske temperature zvijezda. Međutim, spektar zvijezda nije pravi spektar crnog tijela zbog prisutnosti apsorpcijskih linija koje su u spektrima različitih zvijezda različite. Zvijezde možemo svrstati u različite skupine na temelju izgleda njihovih spektralnih linija. U ovom radu ću se pobliže upoznati sa spektralnim tipovima zvijezda i primijeniti Planckov model crnog tijela na zračenje zvijezda.

Zvijezde visoke temperature emitiraju svjetlost koja je pomaknuta prema kraćim valnim duljinama, što rezultira plavkastim spektrom, dok zvijezde niže temperature zrače više u crvenom dijelu spektra. Stefan-Boltzmannov zakon i Wienov zakon zračenja omogućuju nam kvantitativno povezivanje temperature zvijezde s intenzitetom i položajem maksimuma zračenja u spektru, čime se pružaju precizne metode za mjerenje temperature zvijezda. [1]

## 1.1 Povijesni uvod

Njemački optičar Joseph von Fraunhofer (1814.) prvi je otkrio i detaljno opisao tamne linije u spektru Sunca koje su po njemu nazvane Fraunhoferove linije. Bile su ključne za razumijevanje apsorpcijskih karakteristika različitih kemijskih elemenata u zvezdama. Kasnije su Gustav Kirchhoff i Robert Bunsen (1859.) razvili temelje za spektralnu analizu otkrivši da svaki kemijski element emitira svjetlost na specifičnim valnim duljinama kada se zagrije, a iste te linije pojavljuju se u apsorpcijskim spektrima zvijezda. Time su omogućili povezivanje spektralnih linija sa specifičnim kemijskim elementima.



Talijanski astronom Angelo Secchi (1860-ih) prvi je pokušao klasificirati zvjezdane spektre i podijelio zvijezde u nekoliko osnovnih klasa prema njihovim spektralnim karakteristikama. Ovo je bio prvi korak prema sistematskoj klasifikaciji zvijezda. Prve fotografije zvjezdanih spektara je snimio Henry Draper Catalogue (1880-ih) čime su olakšana daljnja istraživanja.

Na temelju rada Henry Draper Cataloguea, Annie Jump Cannon (1890-ih) je razradila detaljnu klasifikaciju zvjezdanih spektara. Razvila je sistem klasifikacije koji se temelji na slovima (O, B, A, F, G, K, M), a koji je i danas u upotrebi. Ovaj sistem klasifikacije povezan je s površinskom temperaturom zvijezda.

Početak 20. stoljeća astronomi Ejnar Hertzsprung i Norris Russell razvijaju dijagram (HR dijagram) koji prikazuje odnos između apsolutne magnitude (svjetline) zvijezda i njihove spektralne klase (temperature). Razvitkom kvantne mehanike tokom 20. stoljeća postalo je jasno kako atomske i molekularne strukture unutar zvijezda proizvode specifične spektralne linije, a to je dodatno pojasnilo vezu između temperature zvijezda i njihovih spektara.

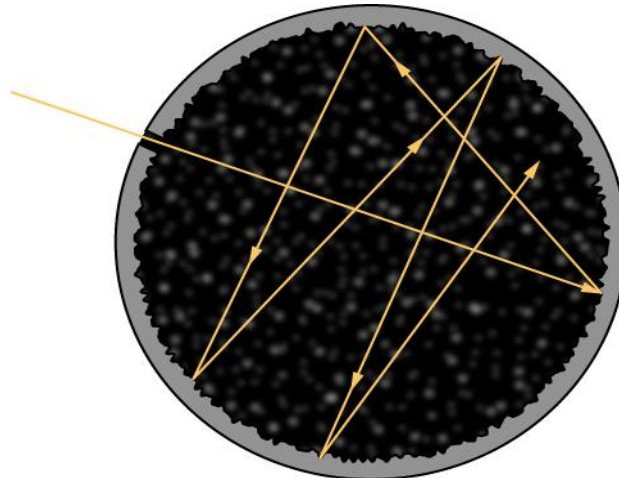
Napredak u tehnologiji teleskopa i spektrometara omogućio je preciznije mjerenje i analizu zvjezdanih spektara. Astronomske satelitske misije poput Hubbleovog svemirskog teleskopa proširile su naše razumijevanje spektara u različitim dijelovima elektromagnetskog spektra, od ultraljubičastog do infracrvenog zračenja. [2]

## 2 Zvijezde kao crno tijelo

Crno tijelo je idealizirani fizikalni koncept koji opisuje tijelo koje apsorbira svo elektromagnetsko zračenje koja pada na njega, ne reflektirajući niti propuštajući zračenje. Takvo tijelo, kada je u termodinamičkoj ravnoteži, emitira zračenje čiji spektar ovisi samo o njegovoj temperaturi (Planckov zakon), a taj se spektar naziva zračenje crnog tijela. Na sobnoj temperaturi ne emitira vidljivu svjetlost pa se čini crnim te se zbog toga i naziva crnim tijelom.

### 2.1 Crno tijelo

Dobra aproksimacija crnog tijela je zatvorena šupljina (npr. metalna sfera ili kutija) s malim otvorom koja je toliko neprozirna da odbija svo zračenje. Kada svjetlost uđe u šupljinu kroz otvor ona se višestruko reflektira unutar šupljine prije nego što eventualno izađe kao što vidimo na slici 1. Svakim sudaranjem zračenja i stijenki šupljine dio zračenja se apsorbira. Kada je šupljina u termalnoj ravnoteži (temperatura svih dijelova šupljine je jednaka), unutar šupljine postoji termalno zračenje koje ispunjava sav prostor. Ovo zračenje nazivamo crnim zračenjem, a dio koji izlazi kroz šupljinu nazivamo zračenje crnog tijela.



Slika 1. Aproksimacija crnog tijela. (Slika preuzeta iz [2])

Max Planck je pretpostavio (poslije eksperimentalno dokazano) da zračenje šupljine dolazi od atomskih oscilacija unutar stijenki šupljine te da te oscilacije mogu imati samo diskretne vrijednosti energije. Tada bi i izmjena energije bila diskretna. Energija je dana izrazom:

$$E_n = nhf, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

gdje je:

$f$  - frekvencija Planckovog oscilatora

$n$  - prirodni broj koji određuje kvantno stanje (kvantni broj)

$h$  - Planckova konstanta ( $6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ )

Svaka diskretna energija odgovara jednom kvantnom stanju oscilatora. Kvantna stanja određujemo preko kvantnog broja  $n$ . Vidimo da razlika između dva susjedna energijska stanja odgovara energiji  $hf$  te je to ujedno i najmanja energija koja se može emitirati ili apsorbirati. Oscilator može primiti energiju apsorpcijom zračenja ili predati energiju emisijom zračenja. Apsorbcijom oscilator prelazi u viša a emisijom u niža energijska stanja.

Zračenje unutar šupljine sastoji se od fotona, koji slijede Bose-Einsteinovu statistiku. Srednja energija jednog kvantnog oscilatora na frekvenciji  $\nu$  pri temperaturi  $T$  može se izračunati pomoću Bose-Einsteineove distribucije:

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \quad (1.2)$$

gdje je:

$\langle E \rangle$  – srednja energija jednog oscilatora

$k_B$  – Boltzmannova konstanta ( $1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ )

$T$  – apsolutna temperatura

Da bismo izračunali ukupno zračenje, moramo uzeti u obzir broj mogućih stanja (modova) elektromagnetskih valova unutar šupljine. Gustoća stanja  $g(\nu)$  u frekvencijskom intervalu  $d\nu$  daje broj modova u tom intervalu:

$$g(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu, \quad (1.3)$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti u vakuumu ( $3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ).

Ukupna energija zračenja po jedinici volumena unutar šupljine u frekvencijskom intervalu  $d\nu$  je produkt gustoće  $g(\nu)$  i srednje energije  $\langle E \rangle$ :

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{k_B T} - 1} d\nu \quad (1.4)$$

U gornji izraz se uvrsti relacija frekvencije i valne duljine  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ , odnosno  $d\nu = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$  i dobijemo Planckov zakon:

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \quad (1.5)$$

gdje su:

$I(\lambda, T)$  – spektralna raspodjela intenziteta zračenja (energija koju zrači crno tijelo po jedinici površine)

$\lambda$  – valna duljina zračenja

$T$  – apsolutna temperatura crnog tijela

Temperatura crnog tijela može se odrediti analizom valne duljine na kojoj spektar zračenja doseže svoj maksimum. Ovaj maksimum može se dobiti derivacijom Planckovog zakona.

$$\frac{dI(\lambda, T)}{d\lambda} = 0 \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{d\lambda} \left( \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \right) = 0 \quad (1.7)$$

Uvodimo pokratu  $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$ , pa Planckov zakon postaje:

$$I(x) = \frac{2(k_B T)^5}{h^4 c^3} \cdot \frac{x^5}{e^x - 1} \quad (1.8)$$

Uvjet za maksimum zračenja postaje:

$$\frac{dI(x)}{dx} = 0 \quad (1.9)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{x^5}{e^x - 1} \right) = 0 \quad (1.10)$$

Derivacijom dobijemo:

$$5 \cdot (1 - e^{-x}) - x = 0 \quad (1.11)$$

Rješenje ove jednadžbe se pronalazi numerički i ono iznosi  $x \approx 4.965$ .

Valna duljina na kojoj je zračenje maksimalno  $\lambda_{max}$  se sada može izraziti preko dobivenog  $x$ -a:

$$\lambda_{max}T \approx \frac{hc}{k_B} \cdot \frac{1}{x} \quad (1.12)$$

Te konačno dobijemo Wienov zakon:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \quad (1.13)$$

gdje je:

$\lambda_{max}$  - valna duljina na kojoj je intenzitet zračenja najveći

$b$  - Wienova konstanta ( $2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ )

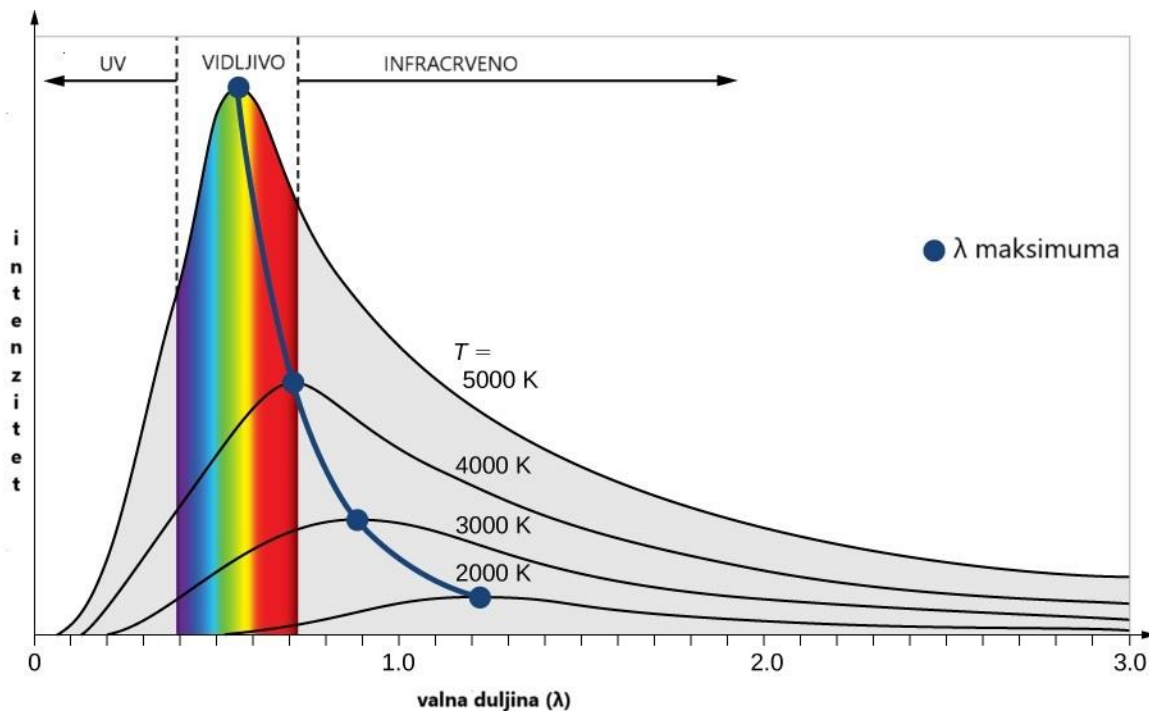
$T$  - apsolutna temperatura crnog tijela

Iz ovog zakona možemo izračunati temperaturu crnog tijela ako znamo valnu duljinu maksimalnog zračenja:

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} \quad (1.14)$$

Ako je poznat intenzitet zračenja  $I(\lambda, T)$  za određenu valnu duljinu  $\lambda$ , možemo izračunati temperaturu  $T$  rješavanjem Planckovog zakona za  $T$ . Međutim, zbog složenosti izraza, ovo se obično radi numerički, a ne analitički. U praksi temperature crnog tijela procjenjuju se analizom njihovog spektra pomoću Wienovog zakona.

Spektar zračenja crnog tijela može se dobiti analizom svjetlosti koja zrači iz rupe crnog tijela. Intenzitet zračenja  $I(\lambda, T)$  ovisi o valnoj duljini  $\lambda$  emitiranog zračenja i temperaturi  $T$  na kojoj se nalazi crno tijelo kao što je prikazano na slici 2. Raspodjela intenziteta zračenja po valnim duljinama je eksperimentalno utvrđivana krajem 19. stoljeća. Općenito zračenje različitih materijala približno prati krivulju zračenja crnog tijela, dok je kod zvijezda to odstupanje još zanemarivije.



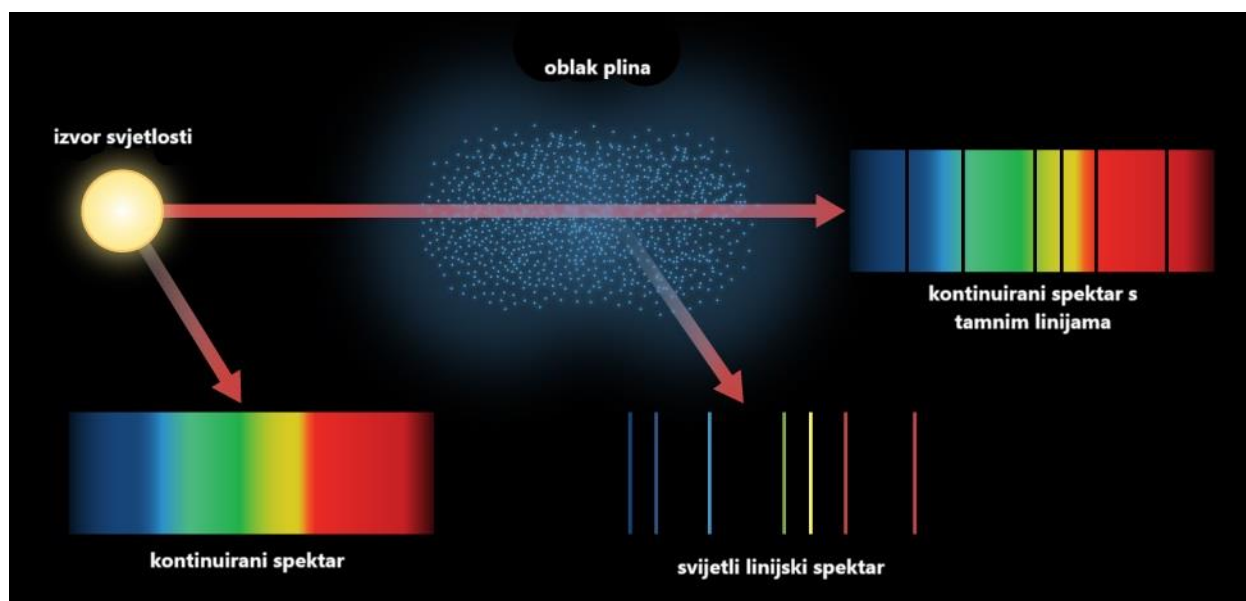
Slika 2. Spektar zračenja crnog tijela. (Slika preuzeta iz [2])

## 2.2 Spektralne linije

Kada snop svjetlosti (koji se sastoji od fotona svih vidljivih valnih duljina) obasjava plin atoma vodika tada foton valne duljine 656 nm ima dovoljnu energiju za podizanje elektrona iz druge u treću orbitu atoma vodika. Fotoni s ovom valnom duljinom će biti apsorbirani u atome čiji se elektroni nalaze na drugoj orbiti. Dakle snop svjetlosti će ostati bez fotona odgovarajuće valne duljine. Za podizanje elektrona s treće na četvrtu ili petu orbitu apsorbirat će se ostali fotoni odgovarajućih energija. Fotoni koji nemaju odgovarajuću energiju za prelazak iz orbite u orbitu neće biti apsorbirani odnosno oni ostaju tvoriti snop svjetlosti. Kako atomi vodika apsorbiraju svjetlost određenih valnih duljina rezultat su tamne linije u spektru. Kada bi isključili izvor svjetlosti svi elektroni koji su se podigli na višu razinu bi se vratili natrag na nižu razinu i pritom bi se emitirali fotoni čija je energija jednaka energetskej razlici među orbitama. Znanstvenici su došli do otkrića da je građa orbita različita za različite atome pa su samim time i spektralne linije različite za različite atome. Tokom godina su se promatrali spektri zračenja različitih atoma te se sa saznanjima spektralnih linija promatrajući zračenje zvijezda može odrediti njihov kemijski sastav. Prilikom prelaska atoma iz pobuđenog u osnovno stanje opet se emitiraju fotoni međutim

tamne linije se povratno ne popune fotonima. Naime, atomi plina emitiraju svjetlost u svim smjerovima. Možemo reći da je nakon reemitiranja zanemarivo mali dio svjetlosti popunio tamne linije u spektru.

Dakle spektar zračenja se razlikuje ovisno o tome promatramo li ga u vakuumu ili u plinu. U vakuumu je kontinuiran dok u plinu postoje apsorpcijske linije. Može se razlikovati još s obzirom na izvor svjetlosti. Gledamo li spektar kroz plin iza izvora svjetlosti tada atomi plina uzrokuju apsorpcijske linije u kontinuiranom spektru. Ukoliko gledamo pobuđeni oblak plina bez izvora svjetlosti iza njega vidimo emisijske linije našeg spektra. Na slici 3 ispod vidimo tri različita spektra koja smo prethodno opisali. [3]



Slika 3. Tri vrste spektra (kontinuirani, apsorpcijski i emisijski). (Slika preuzeta iz [2])

### 2.3 Ionizacija

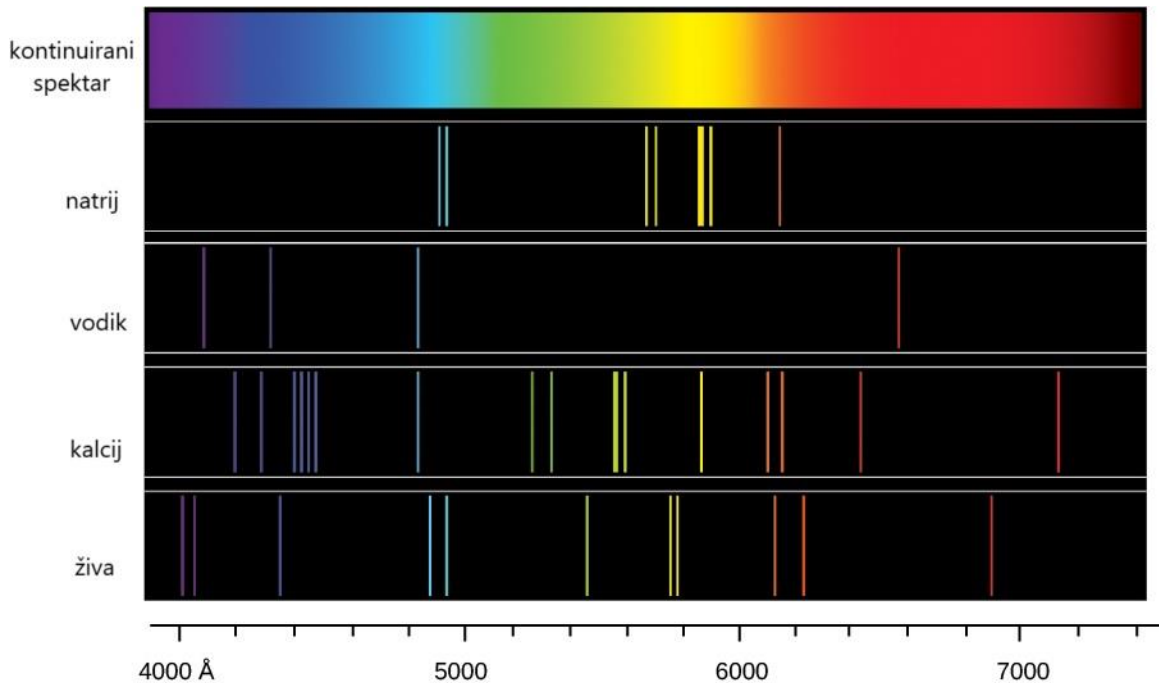
Ako atom apsorbira dovoljnu količinu diskretne energije elektron se može potpuno odvojiti od atoma a ne samo pobuditi na višu razinu. Tu pojavu nazivamo ionizacijom, a ionizirane atome ionima. Energija ionizacije označava minimalnu energiju potrebnu za odvajanje elektrona od atoma. Pozitivno ionizirani atomi sada privlače negativne elektrone te na kraju atom ponovno postane neutralno nabijen. Tijekom apsorpcije elektrona atom emitira jedan ili više fotona. Količina emitiranih fotona ovisi o orbitalnoj razini na kojoj se elektron smjestio. Eksperimentalno je dokazano da je s većom temperaturom plin ioniziraniji. Brzina ponovnog spajanja iona i

elektrona osim o temperaturi ovisi i o gustoći plina, pa će tako u gušćem plinu prije doći do rekombinacije. Osim naboja ionizacija mijenja i strukturu energijskih razina atoma. Znamo da različite energijske razine imaju različite spektralne linije, odnosno spektralne linije elemenata se razlikuju od spektralnih linija njihovih iona. Pomoću eksperimentalnih podataka iz spektralnih linija možemo odrediti o ionima kojeg elementa se radi i na kojoj se temperaturi nalazi izvor. [3]

## 2.4 Zvijezde

Astronomska promatranja spektra zvijezda su kroz povijest davala kontinuirani spektar. Iz kontinuiranog spektra većina se fizikalnih svojstava zvijezda ne može otkriti. Engleski znanstvenik William Wollaston je izumio spektrometar koji je pomoću leće fokusirao spektar Sunčevog zračenja na ekran. Uočio je nedostajanje određenih nijansi boja. Pretpostavio je da su te tamne linije granica između različitih boja. Njemački fizičar Joseph Fraunhofer je 1815. pronašao na stotine takvih tamnih linija u Sunčevom spektru. Ovim novim eksperimentalnim otkrićima je pobijena Wollastonova pretpostavka o tamnim linijama kao granici između boja jer su se pojavljivale i unutar granica boja. Kasnije su se počeli analizirati spektri umjetnih izvora svjetlosti. Promatranjem spektra iza različitih plinova uočilo se da oni nisu transparentni za određene valne duljine. Kod svih plinova je uočeno ovo ponašanje međutim za različite plinove su nedostajale različite valne duljine spektra, odnosno različiti elementi formiraju različite spektralne linije te se analizom spektra može odrediti od kojih je elemenata plin sastavljen, kao što je prikazano na slici 4 gdje vidimo karakteristične emisijske linije različitih elemenata.





Slika 4. Spektralne linije različitih elemenata. (Slika preuzeta iz [2])

Poznavanjem elemenata od kojih su zvijezde sastavljene omogućeno je njihovo daljnje proučavanje. Neki elementi su prvo pronađeni spektroskopski, a zatim na Zemlji. Najpoznatiji primjer takvog elementa je helij koji je pronađen u Sunčevom spektru.

Ranije smo opisali kako je boja zvijezde povezana Wienovim zakonom s njenom temperaturom. Poznavanjem valnih duljina boja pomoću relacije (1.14) možemo zaključiti da plavu boju emitiraju zvijezde viših temperatura dok crvenu boju emitiraju zvijezde nižih temperatura. Wienovim zakonom je utvrđeno da se temperature zvijezda kreću od otprilike 2000 K pa preko 40 000 K, a temperatura Sunca iznosi oko 6000 K. Proučavanjem spektra zvijezda smatralo se da se one zbog raznolikosti spektralnih linija sastoje od različitih elemenata. Spektralne linije se razlikuju zbog različite temperature, a ne elemenata zvijezda. Većinu zvijezda tvore isti kemijski elementi. Vodik koji je najzastupljeniji element ne možemo vidjeti spektralne linije zvijezda s najvišim te najhladnijim temperaturama. U okolini zvijezda viših temperatura atomi vodika su u potpunosti ionizirani. Ionizirani vodik ne daje apsorpcijske linije zbog potpune odvojenosti protona i elektrona. U okolini hladnijih zvijezda elektroni mogu prelaziti iz stanja u stanje ali i dalje nema apsorpcijskih linija. Naime, svi atomi vodika su u nepobuđenom stanju te mogu apsorbirati samo fotone koji bi podigli elektrone s osnovne na višu energijsku razinu. Fotoni s potrebnom energijom

se nalaze u ultraljubičastom dijelu spektra, a tih fotona je zanemarivo malo u zračenju hladne zvijezde. Dakle, spektar zračenja vrućih ili hladnih zvijezda proizvoditi će zanemarive spektralne linije. Spektar tih zvijezda gotovo u potpunosti odgovara spektru zračenja crnog tijela. Apsorpcijske linije vodika su najznačajnije u spektru zvijezda srednjih temperatura (oko 10 000 K). Svaki element zvijezde ima odgovarajuću temperaturu pri kojoj su njegove apsorpcijske linije najizraženije. [3]

### 3 Dopplerov učinak

Dopplerov učinak označava učinak koji se događa prilikom gibanja valova. Christian Doppler je 1842. izmjerio učinak na valovima zvuka, a primijenio ga je na sve valove. Nas zanima primjena učinka na valovima vidljivog spektra elektromagnetskog zračenja. Giba li se izvor svjetlosti prema promatraču valna duljina se smanjuje. Odnosno giba li se od promatrača valna duljina se produljuje. Plavim pomakom nazivamo smanjivanje valne duljine (gibanje izvora od promatrača) jer se boje pomaknu prema plavom kraju spektra. Analogno tome produljenje valne duljine nazivamo crvenim pomakom. Povijesno gledajući Dopplerov efekt se prvo primjenjivao na zvuk i na vidljivi dio spektra te su zbog toga u terminologiji ostali izrazi vezani za vidljivi dio spektra a primjenjuju se i za opis promjena valnih duljina u nevidljivom dijelu spektra. [3]

Dopplerov pomak opisujemo izrazom:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad (1.15)$$

gdje je:

$\lambda$  - valna duljina izvora svjetlosti,

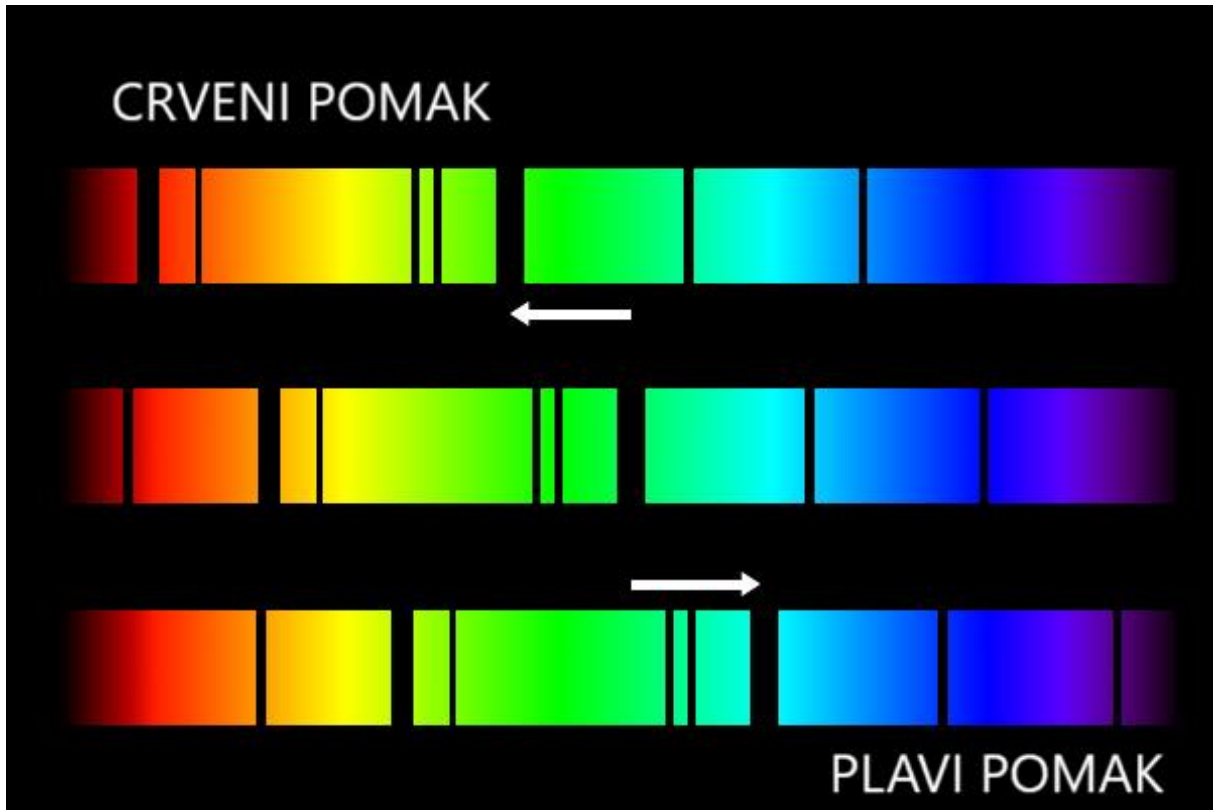
$\Delta\lambda$  - razlika valne duljine izvora svjetlosti i valne duljine koju mjeri promatrač,

$v$  – relativna brzina promatrača i izvora.

Brzina  $v$  je pozitivna ako se izvor svjetlosti udaljava a negativna ako se približava promatraču. Iz izraza (1.15) možemo pronaći brzinu kojom se izvor svjetlosti približava ili udaljava od promatrača:

$$v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}. \quad (1.16)$$

Spektralne linije elemenata su pronađene na Zemlji u stacionarnim uvjetima odnosno bez prisustva Dopplerovog učinka. Pitamo se možemo li onda saznati od kojih se elemenata sastoji neka zvijezda ako ne možemo zanemariti njihovo gibanje u odnosu na Zemlju? Uzorak spektralnih linija ostaje isti, samo je na spektru pomaknut ulijevo ili udesno. Dakle, gustoća linija ostaje ista te Dopplerov učinak ne predstavlja problem pri određivanju elemenata od kojih dolazi izvor svjetlosti što možemo vidjeti na slici 5.



Slika 5. Crveni i plavi pomak u odnosu na spektar u mirovanju. (Slika preuzeta iz [4])

Promatranjem pomaka spektralnih linija zbog Dopplerovog učinka, uz razumijevanje koje valne duljine zvijezda emitira na temelju svoje temperature, astronomi mogu točno odrediti brzinu kretanja zvijezde.

## 4 Spektroskopija

### 4.1 Spektralna klasifikacija zvijezda

Vidjeli smo da temperatura zvijezde određuje koje su apsorpcijske linije prisutne u njenom spektru. S obzirom na površinsku temperaturu zvijezde su podijeljene u deset spektralnih klasa od one s najvišom prema onoj s najnižom temperaturom (O, B, A, F, G, K, M, L, T, Y). Zadnje tri klase su naknadno nadodane za hladnije zvijezde. Potreba za nadodavanjem tih klasa se javila zbog otkrivanja zvijezda i objekata hladnijih od onih koje su bile smještene u klasi M. U klase L, T i Y ubrajamo i te objekte jer da bi bili zvijezda trebaju cjelokupnu energiju zračenja crpiti iz fuzije vodika. U planete ih ne ubrajamo zbog fuzije deuterija za koju imaju dovoljnu masu. Osim mase potrebne za fuziju deuterija različita im je i formacija postanka.

Ove objekte koji nisu ni zvijezde ni planeti nazivamo smeđim patuljcima. Većina zračenja smeđeg patuljka je zbog njegove hladne temperature u infracrvenom dijelu spektra te ga je teško pronaći običnim teleskopima. Tehnološkim napretkom dosad je otkriveno nešto više od 3000 takvih objekata. Temperature su im ispod 2400 K, a onim najhladnijim se temperature kreću oko temperature ljudskog tijela (300 K).

SPEKTRALNA KLASA	BOJA	T [K]	SVOJSTVA	PRIMJERI
O	PLAVA	>30 000	neutralne i ionizirane linije helija, slabe linije vodika	10 Lacertae
B	PLAVO-BIJELA	10 000 – 30 000	neutralne linije helija, jake linije vodika	Rigel, Spica
A	BIJELA	7500 – 10 000	najjače vodikove linije, slabe ionizirane kalcijeve linije, slabe ionizirane metalne linije	Sirius, Vega

F	BIJELO-ŽUTA	6000 - 7500	jake linije vodika, jake linije ioniziranog kalcija, slabe linije natrija, mnoge linije ioniziranog metala	Canopus, Procyon
G	ŽUTA	5200 - 6000	slabije linije vodika, jake linije ioniziranog kalcija, jake linije natrija, mnoge linije metala	Sunce, Capella
K	NARANČASTA	3700 - 5200	vrlo slabe linije vodika, jake linije ioniziranog kalcija, jake linije natrija, mnoge linije neutralnih metala	Arcturus, Aldebaran
M	CRVENA	2400 - 3700	jake linije neutralnih metala i molekularne trake titanijevog oksida	Betelgeuse, Antares
L	CRVENA	1300 - 2400	linije metalnog hidrida, linije alkalnih metala (natrij, kalij, rubidij)	Teide 1
T	MAGENTA	700 – 1300	metanske linije	Gliese 229B
Y	INFRACRVENA	<700	linije amonijaka	WISE 1828+2650

Tablica 1. Spektralna klasifikacija zvijezda. [2]

## 4.2 Svojstva zvijezda

Određivanje veličine, sastava te gibanja zvijezde nam je omogućeno proučavanjem njezinog spektra. Veličinu zvijezde određujemo gustoćom čestica u fotosferi. Divovske zvijezde imaju veliku fotosferu pa je gustoća čestica zvijezde u njima mala. Proizlazi da je i tlak fotosfere nizak, a on utječe na spektar. Zvijezde nižeg tlaka fotosfere pokazuju uže spektralne linije za razliku od onih višeg tlaka fotosfere. Usporedbom dvije zvijezde koje se nalaze na približno istoj temperaturi usporedbom spektra pronalazimo koja ima veće, a koja manje dimenzije. Vidimo da ovom metodom možemo samo usporediti koja je zvijezda veća ili manja ali prave dimenzije ostaju nepoznate. Ako su poznati luminozitet (ukupno izlazna energija) i površinska temperatura zvijezde, njen radijus se može izračunati koristeći Stefan-Boltzmannov zakon:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \quad (1.17)$$

gdje je:

$L$  – luminozitet

$R$  – radijus zvijezde

$\sigma$  – Stefan-Boltzmannova konstanta ( $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ ).

Iz gornjeg jednadžbe lako izrazimo polumjer:

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}, \quad (1.18)$$

pomoću kojeg geometrijskim jednadžbama dalje možemo izračunati površinu te ukupni volumen. Pomoću izraza (1.15) određujemo primicanja ili odmicanja stelarnog objekta koji je u našoj liniji promatranja te tu brzinu nazivamo radijalnom brzinom. Transverzalno gibanje zvijezde ne možemo odrediti ovom metodom. Takvo gibanje je jako sporo pa tako najvećem transverzalnom pomaku treba 200 godina da bi se pomakao za širinu Mjeseca. Odnosno za našeg životnog vijeka ne možemo zamijetiti važnije transverzalne pomake. Podaci transverzalnih pomaka se bilježe te se iz njih zaključuje koje su položaje zvijezde na nebu zauzimale i koje će zauzeti u budućnosti. Vlastito gibanje zvijezda iz tog razloga mjerimo u kutnim sekundama ( $1/3600$  stupnja). Kako bi znali pravu brzinu zvijezde u svemiru moramo znati njenu radijalnu brzinu, transverzalnu brzinu, vlastito gibanje te udaljenost od Zemlje. Tangencijalnu brzinu računamo:

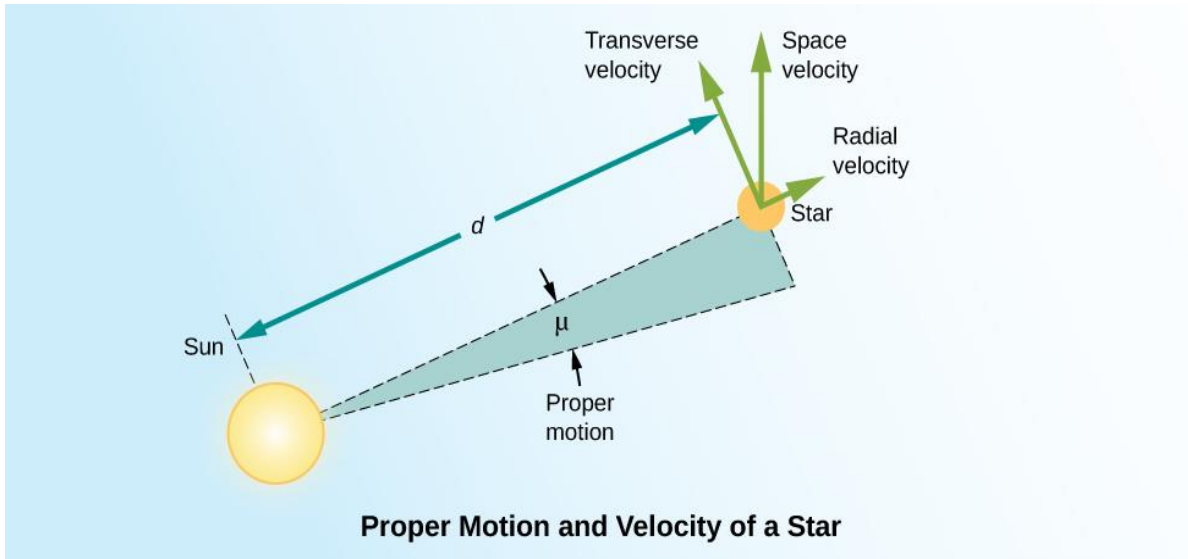
$$v_t = 4.74 \cdot \mu \cdot d, \quad (1.19)$$

gdje je:

$\mu$  – vlastito gibanje u kutnim sekundama

$d$  – udaljenost u parsecima (pc)

4.74 – faktor pretvorbe kutnih sekunda po godini u radijane po godini, a zatim u km/s



Slika 6. Grafički prikaz gibanja zvijezde. (Slika preuzeta iz [2])

### LEGENDA:

Proper motion – vlastito gibanje

Transverse velocity – tangencijalna brzina

Radial velocity – radijalna brzina

Space velocity – brzina u svemiru

Proper Motion and Velocity of a Star – vlastito gibanje i brzina zvijezde

Sa slike 6 vidimo da je brzina u svemiru preko Pitagorina poučka dana kao:

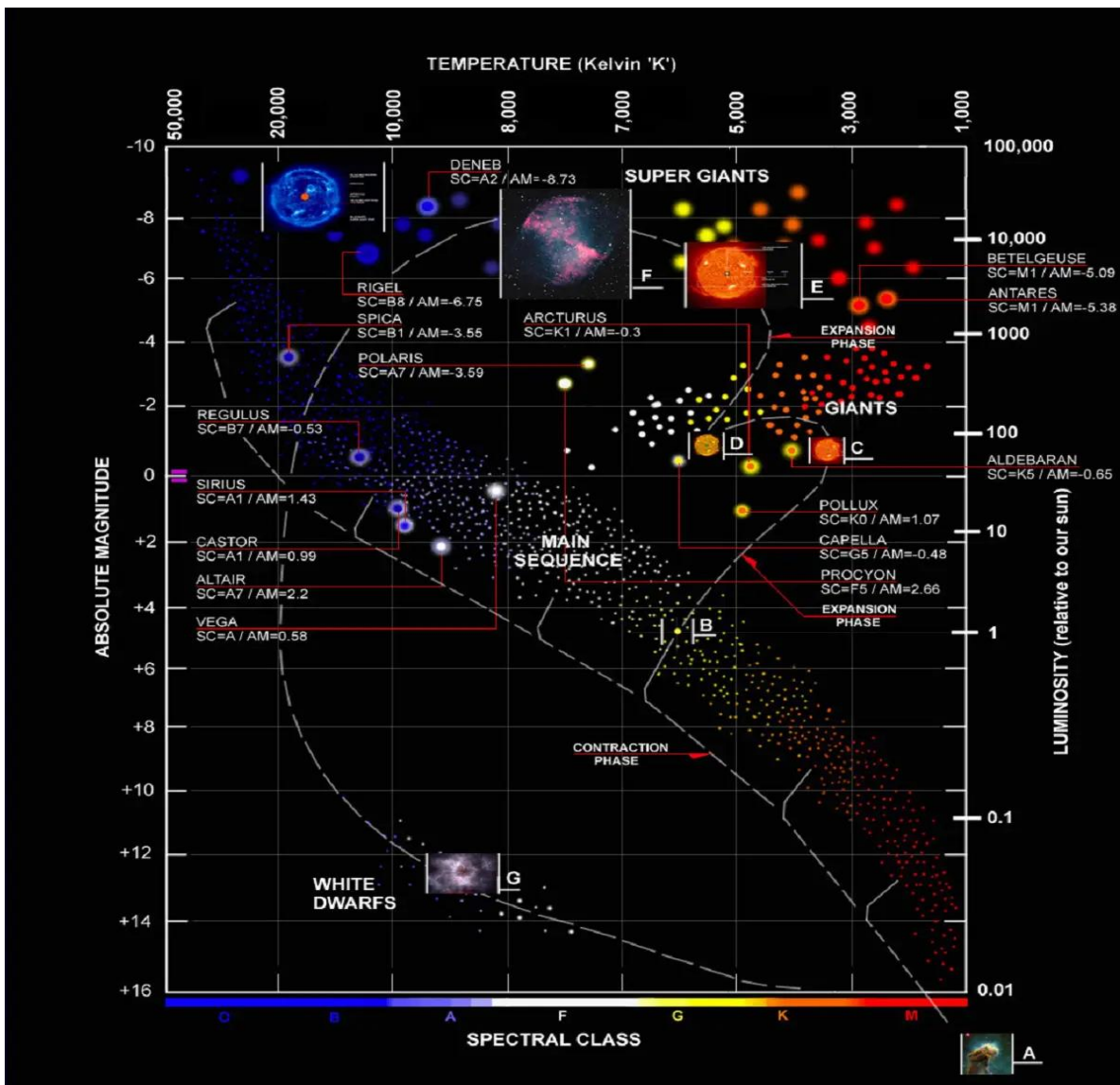
$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}. \quad (1.20)$$

Osim radijalne brzine Dopplerov učinak možemo iskoristiti kako bi pronašli brzinu zvijezdine rotacije. Svjetlosti koja dolazi s dijela zvijezde koji rotira prema nama se valne duljine spektra skraćuju, a s dijela zvijezde koja rotira od nas se valne duljine produljuju. Samim time će se zadebljati i apsorpcijske linije. Bržom rotacijom apsorpcijske linije su šire te analizom njihovog širenja možemo doći do brzine rotacije zvijezda. [2]



## 5 Hertzsprung-Russel dijagram

Hertzsprung-Russel (H-R) dijagram prikazan na slici 7 neovisno su razvili Ejnar Hertzsprung i Henry Norris Russell početkom 20. stoljeća, revolucionirajući naše razumijevanje strukture i evolucije zvijezda. Ovaj dijagram je jedan od najvažnijih alata u astrofizici za proučavanje svojstava i evolucije zvijezda. To je dijagram raspršenosti koji pokazuje odnos između sjaja zvijezde (ili apsolutne magnitude) i njezine površinske temperature (ili spektralne klase).



Slika 7. Hertzsprung-Russellov dijagram. (Slika preuzeta iz [5])

## LEGENDA:

main sequence – glavna sekvenca

giants - divovi

super giants - superdivovi

white dwarfs – bijeli patuljci

Vodoravna os predstavlja temperaturu površine zvijezde, koja se smanjuje slijeva nadesno. Temperatura se često prikazuje u Kelvinima i odgovara spektralnoj klasi (O, B, A, F, G, K, M). Vertikalna os predstavlja sjaj zvijezde, koji se povećava odozdo prema gore. Sjaj se može mjeriti u jedinicama u odnosu na sjaj Sunca ili preko apsolutne magnitude.

## GLAVNA PODRUČJA H-R DIJAGRAMA

**Glavna sekvenca.** Zvijezde na glavnoj sekvenci, koja čini dijagonalni pojas na H-R dijagramu, predstavljaju najdužu i najstabilniju fazu u životu zvijezde. U toj fazi zvijezde koriste nuklearnu fuziju za spajanje vodika u helij, čime proizvode energiju koja održava njihov sjaj. Temperatura zvijezde određuje njezinu boju: vruće zvijezde na lijevoj strani dijagrama su plave, dok su hladnije zvijezde na desnoj strani crvene. Većina zvijezda provodi veći dio svog životnog vijeka u ovoj fazi, uključujući i naše Sunce. Analizom položaja zvijezda na glavnoj sekvenci astronomi mogu pratiti njihovu evoluciju i energetski ciklus, kao i procijeniti njihovu masu, starost i sjaj.

**Divovi i superdivovi.** Iznad glavnog niza nalaze se zvijezde koje su evoluirale izvan faze glavne sekvence. Ove zvijezde su mnogo veće i svjetlije, jer su prošle kroz faze u kojima troše sve svoje vodikove rezerve i počinju koristiti druge elemente poput helija za nuklearnu fuziju. Ovaj proces uzrokuje širenje zvijezde, te one postaju crveni divovi ili superdivovi. Zvijezde poput ovih obično se nalaze u kasnijim fazama života i ubrzano troše svoju preostalu energiju, prije nego što se uruše u bijele patuljke ili eksplodiraju kao supernove. Ovi dijelovi H-R dijagrama pružaju uvid u dramatične promjene koje se događaju u zvjezdanim jezgrama.

**Bijeli patuljci.** Bijeli patuljci, smješteni u donjem lijevom kutu H-R dijagrama, su ostaci zvijezda koje su prošle kroz faze divova ili superdivova, ali nisu bile dovoljno masivne da završe kao supernove. Oni su izuzetno gusti, imaju visoke temperature, ali emitiraju malo svjetla zbog svoje male veličine. Iako su maleni, njihova ekstremna gustoća omogućava astronomima da proučavaju

sudbinu manjih zvijezda poput našeg Sunca. Analiza bijelih patuljaka na H-R dijagramu pomaže u razumijevanju krajnjih faza zvjezdanih života i procesa hlađenja koji traje milijardama godina.

## UPOTREBA H-R DIJAGRAMA

**Zvjezdana evolucija.** Jedna od najvažnijih upotreba H-R dijagrama je praćenje evolucije zvijezda. Zvijezde se neprestano kreću kroz različite faze tijekom svog životnog vijeka, počevši od glavnog niza, pa sve do faze crvenih divova, bijelih patuljaka ili supernova, ovisno o njihovoj početnoj masi. Astronomi koriste H-R dijagram za vizualizaciju ovih promjena i razumijevanje mehanizama koji pokreću zvjezdanu evoluciju. Zvijezde različitih masa slijede različite putanje na H-R dijagramu, što omogućava detaljne studije o tome kako se zvijezde razvijaju i kako njihove promjene utječu na njihov okoliš.

**Određivanje svojstava zvijezde.** H-R dijagram omogućava astronomima da saznaju ključne karakteristike zvijezda jednostavno promatrajući njihov položaj. Na primjer, zvijezde na različitim dijelovima dijagrama imaju različite temperature, sjaj i veličine, što astronomima omogućava procjenu njihovih masa i radijusa. Zvijezde bogatije metalima često su hladnije i manje svjetle od onih s nižim metalicitetom, što utječe na njihov položaj na dijagramu. Ovo znanje pomaže u razumijevanju raznolikosti zvijezda i njihovih evolucijskih staza, kao i u predviđanju budućih faza njihovog razvoja.

**Zvjezdani klasteri.** Iscrtavanje svih zvijezda unutar zvjezdanog klastera na H-R dijagramu daje uvid u starost tog skupa. Mlađi klasteri imaju zvijezde koje su još uvijek na glavnom nizu, dok stariji klasteri pokazuju zvijezde koje su napustile glavni niz i evoluirale u divove ili patuljke. Posebno je korisno promatrati **točku skretanja** - mjesto gdje zvijezde napuštaju glavni niz, što astronomima omogućuje procjenu starosti skupa. Ovo je jedan od najučinkovitijih metoda za datiranje zvjezdanih populacija.

## POSEBNE ZNAČAJKE

**Točka skretanja.** Ova značajka na H-R dijagramu koristi se za procjenu starosti zvjezdanih skupova. Što je zvijezda masivnija, to brže evoluira kroz svoj životni ciklus. Kada zvijezde počnu napuštati glavni niz, nastupa točka skretanja, koja pomaže astronomima da utvrde koliko je klaster star. Stariji klasteri će imati nižu točku skretanja, jer masivnije zvijezde brzo napuštaju glavni niz.

**Traka nestabilnosti.** Zvijezde unutar trake nestabilnosti, poput **cefeida**, variraju u sjaju i koriste se za precizno mjerenje udaljenosti u svemiru. Pulsacije ovih zvijezda usko su povezane s njihovom apsolutnom svjetlošću, pa se koriste kao standardne svijeće za određivanje udaljenosti do galaksija. Njihovo mjesto na H-R dijagramu pomaže u razlikovanju zvijezda koje su stabilne od onih koje prolaze kroz ove promjene u sjaju.

**Zvijezde s različitim metalnošću.** Zvijezde s visokim metalnim sadržajem imaju različite karakteristike na H-R dijagramu u usporedbi sa zvijezdama niskog metaliciteta. Zvijezde s više metala često su hladnije i manje svjetle. Ovo je važno jer metalicitet zvijezde može ukazati na starost i kemijsku evoluciju zvijezde i zvjezdanih populacija. Ova promatranja omogućuju astronomima da bolje razumiju kako se zvijezde formiraju i kako se razvijaju s vremenom.

## 6 Zaključak

U ovom radu detaljno smo analizirali zvjezdane spektre i njihov odnos s temperaturom zvijezda, pri čemu se naglašava važnost spektralne klasifikacije u razumijevanju osnovnih svojstava zvijezda. Zvjezdani spektar pruža ključne informacije o fizičkim uvjetima unutar zvijezde, poput temperature, kemijskog sastava i brzine rotacije. Korištenjem Planckovog zakona, Wienovog pomaka i Stefan-Boltzmannovog zakona, zaključili smo da temperatura zvijezde izravno utječe na položaj i oblik njenog spektra, što nam omogućuje precizno određivanje zvjezdane temperature kroz analizu spektralnih linija. H-R dijagram je prikazan kao nezamjenjiv alat u astrofizici koji omogućuje vizualizaciju i usporedbu zvijezda različitih temperatura i luminoziteta.

Istraživanje zvjezdanih spektara i njihove temperature otvorilo je vrata dubljem razumijevanju kompleksnih procesa koji se odvijaju unutar zvijezda. Spektralna analiza ne samo da nam pruža podatke o trenutnom stanju zvijezda, već i omogućuje predviđanje njihovog budućeg razvoja. U ovom kontekstu, napredak u tehnologiji promatranja i analize spektara, poput visoko-preciznih spektrometara i računalnih modela, pruža nove mogućnosti za istraživanje zvijezda različitih tipova i u različitim fazama evolucije.

Daljnje istraživanje može se usmjeriti na detaljniju analizu neobičnih spektralnih karakteristika koje mogu ukazivati na prisutnost egzoplaneta, binarnih sustava, ili čak nepoznatih zvjezdanih objekata. Također, usporedba zvjezdanih spektara iz različitih regija galaksije može otkriti informacije o galaktičkoj evoluciji i distribuciji elemenata u svemiru.

Na kraju, iako smo u ovom radu obrađivali samo teorijske aspekte zvjezdanih spektara i temperature, njihovo eksperimentalno potvrđivanje kroz promatranja i simulacije ostaje ključni aspekt u daljnjem razvoju astrofizike. Stoga, uz sve što smo dosad naučili, i dalje ostaje mnogo prostora za istraživanje i otkrivanje novih fenomena koji će dodatno obogatiti naše razumijevanje svemira.

## 7 Literatura

[1] B. W. Carroll, D. A. Ostlie, An introduction to modern astrophysics, Pearson Addison-Wesley, 2007.

[2][https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy\\_Cosmology/Book%3A\\_Astronomy\\_\(OpenStax\)](https://phys.libretexts.org/Bookshelves/Astronomy_Cosmology/Book%3A_Astronomy_(OpenStax))

[3] R. A. Serway, C.J. Moses and C. A. Moyer, Modern Physics, Thomson, Brook/Cole, 2005.

[4]<https://www.wtamu.edu/~cbaird/sq/2013/06/27/have-astronomers-ever-observed-a-violet-shift-like-they-have-blue-shifts-and-red-shifts/>

[5]<https://www.meteorologiaenred.com/hr/dijagram-hertzprung-Russella.html#>