

# Utjecaj korištenja kornjačine grafike u programskom jeziku Logo na usvajanje osnovnih pojmova o mnogokutima

---

Juričić, Kristina

Master's thesis / Diplomski rad

2024

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:562996>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-03**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Science](#)



SVEUČILIŠTE U SPLITU  
PRIRODOSLOVNO MATEMATIČKI FAKULTET

DIPLOMSKI RAD

**UTJECAJ KORIŠTENJA KORNJAČINE  
GRAFIKE U PROGRAMSKOM JEZIKU  
LOGO NA USVAJANJE OSNOVNIH  
POJMOVA O MNOGOKUTIMA**

Kristina Juričić

Split, travanj 2024.

# Temeljna dokumentacijska kartica

Diplomski rad

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno-matematički fakultet  
Odjel za informatiku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

## UTJECAJ KORIŠTENJA KORNJAČINE GRAFIKE U PROGRAMSKOM JEZIKU LOGO NA USVAJANJE OSNOVNIH POJMOVA O MNOGOKUTIMA

Kristina Juričić

### SAŽETAK

Geometrija je izuzetno pogodno područje za inovativne pristupe u poučavanju, posebice kroz uvođenje tehnologije i programiranja. Cilj ovog rada je istražiti utjecaj korištenja kornjačine grafike u Logo programskom jeziku u poučavanju geometrije osmih razreda s fokusom na osnovne pojmove o mnogokutima, identificirati učestale pogreške pri učenju mnogokuta te ocijeniti učinkovitost Logo programa u poticanju interaktivnog učenja geometrije. U ovom istraživanju koristile su se kvalitativne i kvantitativne metode kako bi se pružio sveobuhvatan uvid u ovu temu. Istraživanje je pokazalo da primjena kornjačine grafike u Logo programskom jeziku u poučavanju osnovnih pojmova o mnogokutima rezultira boljim razumijevanjem pojmova mnogokuta kod učenika te potiče interaktivno učenje geometrije.

**Ključne riječi:** Kornjačina grafika, programski jezik Logo, mnogokut, kut, unutarnji kut pravilnog mnogokuta, vanjski kut pravilnog mnogokuta, dijagonale mnogokuta, karakteristični trokut pravilnog mnogokuta

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu

**Rad sadrži:** 42 stranice, 15 grafičkih prikaza, 9 tablica i 6 literaturnih navoda.  
Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** **Doc. Dr. sc. Monika Mladenović**, *docent Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

**Ocjenjivači:** **Doc. Dr. sc. Monika Mladenović**, *docent Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

**Doc. Dr. sc. Divna Krpan**, *docent Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

**Dino Nejašmić**, *predavač Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu*

Rad prihvaćen: **travanj 2024**

# Basic documentation card

Thesis

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Computer Science  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

## THE IMPACT OF TURTLE GRAPHICS USING LOGO PROGRAMMING LANGUAGE ON THE ACQUISITION OF BASIC CONCEPTS OF POLYGONS

Kristina Juričić

### ABSTRACT

Geometry is an exceptionally suitable field for innovative teaching approaches, particularly through the integration of technology and programming. The aim of this study is to investigate the impact of using turtle graphics in the Logo programming language in teaching geometry to eighth graders, focusing on basic concepts of polygons, identifying common errors in polygon learning, and evaluating the effectiveness of the Logo program in promoting interactive learning of geometry. This research employed both qualitative and quantitative methods to provide a comprehensive insight into this topic. The study demonstrated that the application of turtle graphics in the Logo programming language for teaching basic polygon concepts results in better understanding of polygon concepts among students and encourages interactive learning of geometry.

**Key words:** Turtle graphics, Logo programming language, polygon, angle, interior angle of a regular polygon, exterior angle of a regular polygon, diagonals of a polygon, characteristic triangle of a regular polygon

Thesis deposited in library of Faculty of science, University of Split

**Thesis consists of:** 42 pages, 15 figures, 9 tables and 6 references

Original language: Croatian

**Mentor:** **Monika Mladenović, Ph.D.** *Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split*

**Reviewers:** **Monika Mladenović, Ph.D.** *Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split*

**Divna Krpan, Ph.D.** *Assistant Professor of Faculty of Science, University of Split*

**Dino Nejašmić, Lecturer of Faculty of Science, University of Split**

Thesis accepted: **April 2024**

# IZJAVA

kojom izjavljujem s punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam diplomski rad s naslovom UTJECAJ KORIŠTENJA KORNJAČINE GRAFIKE U PROGRAMSKOM JEZIKU LOGO NA USVAJANJE OSNOVNIH POJMOVA O MNOGOKUTIMA izradila samostalno pod voditeljstvom doc. dr. sc. Monike Mladenović. U radu sam primijenila metodologiju znanstvenoistraživačkog rada i koristila literaturu koja je navedena na kraju diplomskog rada. Tuđe spoznaje, stavove, zaključke, teorije i zakonitosti koje sam izravno ili parafrazirajući navela u diplomskom radu na uobičajen, standardan način citirala sam i povezla s fusnotama s korištenim bibliografskim jedinicama. Rad je pisan u duhu hrvatskog jezika.

Studentica

Kristina Juričić

# ZAHVALA

*Zahvaljujem svojoj mentorici doc. dr. sc. Moniki Mladenović na njezinom strpljenju i pristupačnosti tijekom cijelog procesa pisanja ovog rada. Njezino stručno znanje i savjeti bili su od velikog značaja dok me usmjeravala na putu do konačne izrade diplomskog rada.*

*Veliko hvala mojoj obitelji na ljubavi i podršci tijekom cijelog mog školovanja.  
Hvala vam što ste uvijek cijelim srcem uz mene!*

*Hvala mojim prijateljima koji su uljepšali moje studentske dane i učinili ih nezaboravnim.*

*Hvala Croatian Scholarship Fundu i obitelji Bodor što su prepoznali potencijal u meni i stipendirali moje akademsko obrazovanje. Obitelj Bodor pružila mi je veliku podršku, hvala vam na tome i na svojoj ljubaznosti i lijepim riječima.*

## Sadržaj

Uvod.....	1
1 Pregled područja .....	2
1.1 Uloga geometrije u razvijanju sposobnosti i vještina učenika .....	2
1.2 Tehnologija u poučavanju geometrije .....	3
1.2.1 Logo program u poučavanju geometrije .....	4
2 Metodologija istraživanja .....	5
2.1 Predmet i cilj istraživanja.....	5
2.1.1 Istraživačka pitanja .....	5
2.2 Instrumenti .....	6
2.2.1 Preliminarni ispit znanja o osnovnim pojmovima mnogokuta.....	7
2.2.2 Završni ispit znanja o osnovnim pojmovima mnogokuta .....	10
2.3 Sudionici .....	10
2.4 Postupak.....	11
3 Rezultati.....	27
3.1 Utvrđivanje ujednačenosti skupina.....	27
3.2 Usporedba ukupnih rezultata testova.....	28
3.2.1 Usporedba rezultata pred-testa i post-testa svih učenika .....	29
3.2.2 Usporedba rezultata pred-testa i post-testa unutar skupine.....	31
3.3 Utjecaj Logo programskog jezika na usvajanje osnovnih pojmova mnogokuta..	34
3.4 Miskonceptije o mnogokutima kod učenika .....	36
3.5 Učinkovitost Logo programa u interaktivnom poučavanju geometrije .....	37
4 Rasprava .....	39
4.1 Prednosti primjene Logo programa u usporedbi s tradicionalnim metodama poučavanja geometrije.....	39
4.2 Ograničenja istraživanja .....	40
Zaključak .....	42

Literatura .....	43
Popis slika.....	44
Popis tablica.....	45
Privitak .....	46



# Uvod

Današnji učenici, kao digitalni urođenici, predstavljaju generaciju koja je odrasla okružena tehnologijom. Iz tog razloga, uvođenje tehnologije u obrazovni proces predstavlja značajnu inovaciju koja može obogatiti i unaprijediti načine poučavanja i učenja. Ova činjenica postavlja nove izazove pred obrazovni sustav, posebno u pogledu angažiranja učenikove pažnje i interesa tijekom nastave. Ograničena pažnja je često rezultat brzih promjena u tehnološkom okruženju te zahtijeva poseban pristup u obrazovanju kako bi se osiguralo efikasno učenje. U kontekstu poučavanja geometrije u matematici, često nedostaje praktični dio koji bi omogućio učenicima povezivanje apstraktnih koncepata s konkretnim primjerima. Umjesto toga, poučavanje se često svodi na rješavanje apstraktnih zadataka koji učenicima mogu djelovati nezanimljivo i teško primjenjivo u stvarnom svijetu. Stoga, važno je pronaći načine kako unaprijediti nastavu geometrije, uključujući elemente interaktivnosti i primjene tehnologije kako bi se potaknulo dublje razumijevanje i angažman učenika. Ovo istraživanje se stoga bavi upravo tim pitanjem, istražujući mogućnosti uvođenja Logo programa kao alata za poučavanje geometrije.

Ovaj istraživački rad temelji se na kombinaciji kvalitativnih i kvantitativnih metoda istraživanja kako bi se pružio sveobuhvatan uvid u utjecaj korištenja Logo programa u poučavanju geometrije među učenicima osmih razreda osnovne škole. Osnovni cilj istraživanja je istražiti učinkovitost primjene Logo programa u razumijevanju geometrijskih koncepata s fokusom na usvajanju koncepata mnogokuta te poticanje interaktivnog učenja među učenicima. U nastavku rada bit će detaljno razmatrana metodologija istraživanja, predmet i ciljevi istraživanja, istraživačka pitanja koja su postavljena kako bi se ostvarili ciljevi istraživanja te analiza dobivenih rezultata.

# 1 Pregled područja

Geometrija je grana matematike koja nudi temelje za razumijevanje oblika, prostora i mjera. Ipak, treba prepoznati da je geometrija izuzetno pogodno područje za inovativne pristupe poučavanju, posebice kroz uvođenje tehnologije i programiranja. Iako se programiranje često koristi u matematičkim zadacima primjerice različiti izračuni, njegova primjena u geometriji može proširiti horizonte obrazovanja. Integracija programiranja u poučavanje geometrije može donijeti brojne prednosti, uključujući i bolju vizualizaciju geometrijskih koncepata, što može potaknuti dublje razumijevanje i interakciju učenika s gradivom. Stoga je ključno istražiti i promicati nove pristupe u poučavanju geometrije kako bi se osiguralo da učenici steknu snažne temelje u ovom važnom području matematike. (Riastutia et al., 2017)

## 1.1 Uloga geometrije u razvijanju sposobnosti i vještina učenika

Geometrija je bitan dio matematike koji se koristi od kada su ljudi počeli interagirati s prirodom i njenim fenomenima. Ona nije samo područje koja razvija kognitivne sposobnosti, već i pretvara konkretne misli u apstraktne. Geometrija omogućuje analizu i interpretaciju svijeta te opskrbljuje alatima koje učenici mogu primijeniti u drugim područjima matematike. Geometrija predstavlja teškoće za učenike jer zahtijeva sposobnost vizualizacije, opisivanja slike, crtanja figure te poznavanje vrsta figura. Geometrijske vještine uvelike ovise o prostornim inteligencijama učenika. Visoka prostorna inteligencija olakšava razumijevanje geometrijskih pojmova, dok niska prostorna inteligencija zahtijeva posebnu pažnju od strane nastavnika. Geometrijske vještine uključuju vizualne, opisne, crtačke, logičke i primijenjene vještine. Nastavnici trebaju pružiti dodatne prilike za vježbanje kako bi učenici razvili te vještine, uključujući primjere iz stvarnog svijeta koji koriste geometrijske koncepte. Nastavnici matematike imaju važnu ulogu u poticanju razvoja geometrijskih vještina kod učenika. Trebali bi pružiti dodatne zadatke koji jačaju geometrijske vještine te obratiti posebnu pažnju na učenike s nižom prostornom inteligencijom. (Riastutia et al., 2017)

Geometrija je grana matematike koja je ilustrativna. Stoga pruža mogućnost učenja iz stvarnosti. Zbog svoje povijesne važnosti i njezine povezanosti sa stvarnošću, geometrija igra ulogu u učenju i poučavanju matematike, te također u istraživanju obrazovanja iz matematike. Geometrijsko crtanje ima ključnu ulogu u poticanju geometrijskog razumijevanja i razvoju kreativnosti kod učenika. (Jablonski et al., 2023)

Učenje geometrije i ručnog crtanja pomaže učenicima da povežu svoje motoričke sposobnosti s kognitivnim procesima. Također, doprinosi razvoju matematičkih vještina i razumijevanju geometrijskih principa. Ova praksa omogućava učenicima da stvore konkretne veze između onoga što vide na papiru i apstraktnih matematičkih koncepta. Također, potiče ih na razmišljanje o odnosima između geometrijskih oblika i struktura, što ih priprema za buduće učenje i primjenu matematike u različitim područjima. (Bairaktarova, 2017)

## 1.2 Tehnologija u poučavanju geometrije

Početak digitalnih medija za učenje geometrije, kao što je Logo-based Turtle Geometry, dinamička manipulacija i interaktivne grafičke reprezentacije nisu bile široko dostupne. Međutim, s razvojem tehnologije, posebno dinamičkih geometrijskih okruženja, postalo je moguće koristiti tehnologiju za interaktivno učenje geometrije. Tehnologija za učenje geometrije često se temelji na konstruktivističkim perspektivama učenja, gdje se učenje percipira kao proces (re)konstrukcije geometrijskog znanja. Interakcije između učenika i tehnologije smatraju se ključnima za ovu rekonstrukciju.

Model U.D.G.S. (Upotreba, Razlikovanje, Generaliziranje, Sintez) opisuje proces konceptualizacije učenika koji koriste tehnologiju. Učenici počinju s korištenjem tehnologije, razlikuju matematičke odnose i pojmove, generaliziraju ove odnose te sintetiziraju svoje generalizacije s različitim kontekstima i reprezentacijskim registrima izvan specifične tehnologije.

Instrumentalna perspektiva naglašava utjecaj tehnoloških alata na konstrukcije korisnika. Alati za učenje geometrije mogu oblikovati način na koji korisnici rješavaju matematičke zadatke i razmišljaju o njima.

Uz tehnologiju, učitelji postaju važni jer pomažu u uspostavljanju interakcija među učenicima i postavljanju pravila koja potiču učenje geometrije uz pomoć tehnologije.

Njihova uloga je ključna jer pomažu u usklađivanju razumijevanja učenika s općeprihvaćenim značenjima matematičkog znanja. Ovi aspekti pružaju uvid u složenost interakcije između tehnologije i učenja geometrije te ukazuju na važnost pedagoških pristupa i uloge učitelja u ispravnom vođenju ovog procesa. (Laborde et al., 2006)

### **1.2.1 Logo program u poučavanju geometrije**

*Kornjačina geometrija* (eng. *Turtle Geometry*) predstavlja drugačiji pristup geometriji, koji je računalni stil geometrije.

Kornjača (eng. *Turtle*), osnovna entitet u kornjačinoj geometriji, omogućava učenicima da se lakše povežu s geometrijskim konceptima jer nije potpuno apstraktna poput Euclidove točke i ima dinamična svojstva. Kornjača se koristi za izvršavanje naredbi izraženih u jeziku *TURTLE TALK*, što omogućava učenicima interakciju s geometrijskim konceptima kroz programiranje. Korištenje kornjače potiče učenike da razviju svoje razumijevanje geometrije kroz aktivnosti poput programiranja kornjače da iscrtava geometrijske oblike poput kvadrata, trokuta i pravokutnika. Učenje s kornjačom potiče svjesno i namjerno korištenje strategija rješavanja problema i matematičkih strategija.

Kornjačina geometrija demonstrira intrinzične karakteristike diferencijalne geometrije, gdje se oblici definiraju neovisno o vanjskim referencama poput koordinatnih osi ili točke. Kroz kornjačinu geometriju, učenici razvijaju razumijevanje koncepta intrinzične geometrije i njenih primjena.

Kroz programiranje kornjače, učenici se upoznaju s konceptom varijable i simboličkog imenovanja. Umjesto da ih uče kroz apstraktne matematičke probleme, djeca se upoznaju s konceptom varijable na način koji je blizak njihovom svakodnevnom iskustvu. Korištenjem varijabli, učenici mogu opisati promjenjive količine i prilagoditi svoje programe, što im omogućava razumijevanje moćnih matematičkih koncepata.

Kornjačina geometrija pruža učenicima model učenja koji je drugačiji od tradicionalnog pristupa u školi te ih potiče na kreativno i aktivno sudjelovanje u učenju. Cilj prvih iskustava učenika u Logo okruženju nije samo učenje formalnih pravila, već razvijanje uvida u način kretanja u prostoru i prevođenje tih uvida u programe za kornjaču. Osim matematičkih znanja, učenici stječu i općenitu matematičku pismenost koja je ključna za njihov daljnji intelektualni razvoj. (Papert, 1980)

## **2 Metodologija istraživanja**

Metodologija istraživanja koja je korištena u ovom istraživačkom radu kombinira kvalitativne i kvantitativne metode kako bi pružila sveobuhvatan uvid u temu istraživanja. Kvantitativni pristup je primijenjen kroz ispunjavanje testa i analizu dobivenih rezultata. Ovaj pristup omogućio je numeričku analizu podataka koja pruža kvantitativne uvide i omogućuje statističku obradu rezultata. S druge strane, kvalitativna metodologija istraživanja bila je ključna u prikupljanju dubljih uvida. Kroz promatranje tijekom cijelog istraživanja bilježeni su kontekstualni faktori, reakcije i ponašanja sudionika, pitanja i komentari sudionika što bi se moglo propustiti samo kvantitativnim pristupom.

### **2.1 Predmet i cilj istraživanja**

Predmet ovoga istraživanja je utjecaj korištenja Logo programa u poučavanju geometrije učenika osmih razreda osnovne škole (13 – 14 godina) s fokusom na mnogokute. Cilj je istražiti učinkovitost primjene Logo programa u poučavanju mnogokuta učenika osmih razreda osnovne škole kako bi se utvrdilo može li ova tehnologija poboljšati razumijevanje geometrijskih koncepata te potaknuti interaktivno učenje među učenicima.

#### **2.1.1 Istraživačka pitanja**

Razrađena su i sljedeća istraživačka pitanja u skladu s navedenim ciljem istraživanja:

1. Utječe li primjena Logo programa na učenikov učinak u usvajanju koncepata mnogokuta?
2. Koje su učestale pogreške pri učenju mnogokuta kod učenika?
3. Kolika je učinkovit Logo program u poticanju interaktivnog učenja geometrije u usporedbi s tradicionalnim metodama poučavanja?
4. Postoje li razlike u usvajanju koncepata mnogokuta nakon primjene Logo programa između spolova?

## 2.2 Instrumenti

U istraživanju su korištena dva testa:

- Pred-test
- Post-test

Pred-test, proveden je nakon predavanja o mnogokutima koja su izvedena tradicionalnom metodom. Učenici su podijeljeni u dvije skupine, kontrolnu i eksperimentalnu. Kontrolna skupina koristila je tradicionalni pristup pri ponavljanju gradiva, dok je eksperimentalna skupina imala ponavljanje gradiva uz korištenje Logo programa. Nakon ponavljanja, proveden je post-test, kako bi se procijenilo postignuće učenika nakon ponavljanja gradiva uz različite nastavne metode. Vrijeme za rješavanje pred-testa bilo je 45 minuta. Također, vrijeme za rješavanje post-testa bilo je 45 minuta. Predavanja i testiranja su bila provedena u prirodnom okruženju učenika tj. u njihovim razredima i učionicama te s njihovim nastavnicima.

U prilogu se nalazi cijeli test, a sada slijede metrike testa prikazane u Tablici 2.1.

Tablica 2.1 Metrijske karakteristike testa

	Pred-test	Post-test
n	32	32
Aritmetička sredina	14,66	17,91
Aritmetička sredina (u postocima)	43,76%	53,46%
Mod	9	7
M (Medijan)	12	14,75
SD	8,23	9,61
Minimum	4	5,5
Maksimum	33	33,5
Maksimalan mogući broj bodova	33,5	33,5
Broj čestica	14	14
Cronbach $\alpha$	0,87	0,91
Kolmogorov-Simirnov test/Shapiro-Wilk	(S-W) 0,011	(S-W) 0,003

Iz Tablice 2.1 se mogu vidjeti metrijske karakteristike pred-testa i post-testa. Kada je u pitanju pouzdanost testova, Cronbachova alfa za pred-test iznosi 0,87, a za post-test 0,91 što ukazuje na visoku internu konzistentnost mjernih instrumenata. Vrijednost

Cronbachove alfe kreće se od 0 do 1 gdje veće vrijednosti ukazuju na veću unutarnju konzistentnost i to:

- $> 0.90$  – vrlo visoko pouzdani
- $0.80-0.90$  – visoko pouzdani
- $0.70-0.79$  – pouzdani
- $0.60-0.69$  – granično/minimalno pouzdani
- $<0.60$  – neprihvatljivo (Cohen et al., 2002)

Rezultati Shapiro-Wilk testa (S-W), s vrijednošću od 0,011 na pred-testu i 0,003 na post-testu, sugeriraju da podaci nisu normalno distribuirani, što je bitno za daljnju primjenu odgovarajućih statističkih analiza što će u ovom slučaju biti neparametrijski testovi. Ovi metrijski podaci pružaju temelj za daljnju analizu i tumačenje rezultata istraživanja.

## **2.2.1 Preliminarni ispit znanja o osnovnim pojmovima mnogokuta**

U prilogu se nalazi cijeli test.

Pred-test bio je isti za obje skupine. Sastojao se od 6 pitanja. Korišteno je šest vrsta pitanja:

- Pitanja s nadopunjavanjem
- Pitanja s višestrukim izborom
- Pitanja dvočlanog izbora
- Kratki odgovori
- Vizualno prepoznavanje
- Matematički zadaci

Prvi zadatak je provjeravao razumijevanje učenika u prepoznavanju mnogokuta među navedenim crtežima, te je bilo potrebno objasniti zašto neki od ponuđenih geometrijskih oblika predstavljaju mnogokute, dok drugi to nisu. Ovaj zadatak nosi 3,5 boda. Svaki točan odgovor nosi 0,5 boda. Odgovor se smatra točnim ako učenik zna objasniti svoj odgovor.

Drugi zadatak provjeravao je učenikovo razumijevanje oznake  $n$  za broj vrhova, stranica i kutova mnogokuta odnosno identifikaciju mnogokuta sa slike, razlikovanje vanjskog i

unutarnjeg kuta mnogokuta sa slike te izračunavanje veličine unutarnjeg kuta ako je poznata veličina vanjskog kuta pravilnog mnogokuta. Ovaj zadatak nosi 3 boda. Svaki točan odgovor nosi 1 bod. Odgovor se smatra točnim ako učenik prve dvije praznine ispuni odgovarajućim podacima, a veličinu unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta zna računski potvrditi u *Prostoru za izračun*.

Treći zadatak je uključivao popunjavanje tablice kojim se provjeravala identifikacija mnogokuta sa slike te izračunavanje veličine vanjskog i unutarnjeg kuta te zbroja veličina svih vanjskih i svih unutarnjih kutova pravilnog mnogokuta. U analizi rezultata ovoga zadatka svaki stupac će biti zasebno analiziran kako bi se pružio što jasniji uvid u znanje učenika. Stoga, u analizi treći zadatak se sastoji od šest podzadataka. Ovaj zadatak nosi 15 bodova. Točan odgovor u stupcima *NAZIV* i *n* nosi 0,5 boda, a svaki točan odgovor ostalih stupaca nosi 1 bod. Odgovor se smatra točnim ako učenik stupce *NAZIV* i *n* ispuni odgovarajućim podacima, a rezultate u ostalim stupcima zna računski potvrditi.

Četvrti zadatak sadrži višestruki izbor te prostor za postupak rješavanja zadatka. Ovaj zadatak provjerava prepoznaje li učenik o kojem je mnogokutu riječ te prepoznavanje vanjskog kuta pravilnog mnogokuta sa slike. Odgovori su ponuđeni tako da mogu pomoći u otkrivanju miskoncepcije kod učenika:

- a.  $10^\circ$  ( $n$  – broj kutova, stranica i vrhova deseterokuta)
- b.  $36^\circ$  (veličina vanjskog kuta pravilnog deseterokuta – točan odgovor)
- c.  $144^\circ$  (veličina unutarnjeg kuta pravilnog deseterokuta)
- d.  $180^\circ$  (zbroj veličina unutarnjeg i vanjskog kuta mnogokuta je  $180^\circ$ )
- e.  $360^\circ$  (zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta je  $360^\circ$ )

Ovaj zadatak nosi 1 bod. Odgovor se smatra točnim ako učenik veličinu vanjskog kuta pravilnog mnogokuta zna računski potvrditi u *Prostoru za izračun*.

Peti zadatak je uključivao popunjavanje tablice kojim se provjeravala identifikacija mnogokuta sa slike te izračunavanje ukupnog broja dijagonala mnogokuta te broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta. Također, provjerava usvojenost znanja o



konveksnosti mnogokuta i broju karakterističnih trokuta mnogokuta. U analizi rezultata ovoga zadatka svaki stupac će biti zasebno analiziran kako bi se pružio što jasniji uvid u znanje učenika. Stoga, u analizi peti zadatak se sastoji od četiri podzadataka. Ovaj zadatak nosi 9 bodova. Točan odgovor u stupcima *JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN?* i *BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTA* nosi 0,5 boda, a svaki točan odgovor ostalih stupaca nosi 1 bod. Odgovor se smatra točnim ako učenik stupce *JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN?* i *BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTA* ispuni odgovarajućim podacima, a rezultate u ostalim stupcima zna računski potvrditi.

Šesti zadatak sadrži višestruki izbor te prostor za postupak rješavanja zadatka. Ovaj zadatak provjerava prepoznaje li učenik o kojem je mnogokutu sa slike riječ te izračun veličine kutova karakterističnog trokuta ako je zadana veličina unutarnjeg kuta tog pravilnog mnogokuta. Odgovori su ponuđeni tako da mogu pomoći u otkrivanju miskoncepcije kod učenika:

a.  $\alpha = 144^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$

( $\alpha = 360^\circ - \beta - \beta$ , a veličina kuta  $\beta$  karakterističnog trokuta jednaka je veličini unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta)

b.  $\alpha = 108^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$

(svi kutovi karakterističnog trokuta su sukladni i veličinom jednaki veličini unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta)

c.  $\alpha = 54^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$

(svi kutovi karakterističnog trokuta su sukladni i veličinom jednaki polovini veličine unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta  $108^\circ/2$ )

d.  $\alpha = 72^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$  (točan odgovor)

e.  $\alpha = 72^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$ ,  $\beta = 108^\circ$

(veličina kuta  $\beta$  karakterističnog trokuta jednaka je veličini unutarnjeg kuta pravilnog peterokuta)

Ovaj zadatak nosi 2 boda. Odgovor se smatra točnim ako učenik veličine kutova karakterističnog trokuta pravilnog mnogokuta zna računski potvrditi u *Prostoru za izračun*.

## 2.2.2 Završni ispit znanja o osnovnim pojmovima mnogokuta

U prilogu se nalazi cijeli test.

Post-test za kontrolnu skupinu bio je identičan kao i pred-test čime se nastoji istražiti hoće li nakon ponavljanja gradiva tradicionalnom nastavnim metodom biti bolja riješenost na istim zadacima.

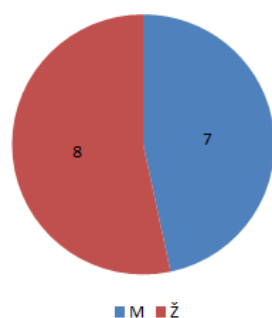
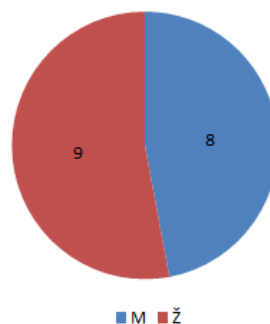
Post-test za eksperimentalnu skupinu bio je gotovo identičan kao i pred-test uz dodatak u petom zadatku u kojem se traži pisanje kôda u Logu za crtanje mnogokuta sa slike. Ovaj zadatak nosi 12 bodova, točan odgovor u stupcima *JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN?* i *BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTA* nosi 0,5 boda, a svaki točan odgovor ostalih stupaca nosi 1 bod. Odgovor se smatra točnim ako učenik stupce *JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN?*, *BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTA* i *LOGO KÔD* ispuni odgovarajućim podacima, a rezultate u ostalim stupcima zna računski potvrditi.

## 2.3 Sudionici

Sudionici u ovom istraživanju bili su učenici osmih razreda osnovne škole (13 – 14 godina). Učenici su bili iz dva različita razreda te prema razredu podijeljeni su u dvije skupine, kontrolnu u kojoj se poučavanje odvijalo isključivo na tradicionalni način i eksperimentalnu u kojoj se u poučavanju koristio Logo program.

Tablica 2.2 Sudionici

<i>Skupina</i>	<i>Kontrolna</i>	<i>Eksperimentalna</i>
Broj učenika	15	17
Poučavanje gradiva	Tradicionalna metoda	Tradicionalna metoda
Ponavljanje gradiva	Tradicionalna metoda	Logo

**KONTROLNA SKUPINA****EKSPERIMENTALNA SKUPINA**

## 2.4 Postupak

Istraživanje se odvijalo u prirodnom okruženju učenika odnosno u njihovim razredima i učionicama te s njihovim nastavnicima na satovima školskog predmeta matematika. Kontrolna i eksperimentalna skupina imale su različitog nastavnika. Obje skupine su tradicionalnim načinom poučavanja geometrije imali 13 školskih sati istih predavanja o mnogokutima u sklopu školskog predmeta matematika. Školski sat traje 45 minuta. Predavanja su sadržavala sljedeće koncepte mnogokuta:

- pravilni i nepravilni mnogokut
- konveksnost mnogokuta
- dijagonale mnogokuta
- veličina unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta
- zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta
- zbroj veličina svih unutarnjih kutova mnogokuta
- karakteristični trokut pravilnog mnogokuta
- crtanje i konstrukcija pravilnih mnogokuta
- Opseg i površina pravilnog mnogokuta

Prije istraživanja, provedeno je pilot istraživanje kako bi se testirale metode istraživanja i prikupili preliminarni podaci. Pilot istraživanje je imalo za cilj procijeniti izvedivost i

pouzdanost planiranih metoda prikupljanja podataka te identificirati moguće izazove i nedostatke.

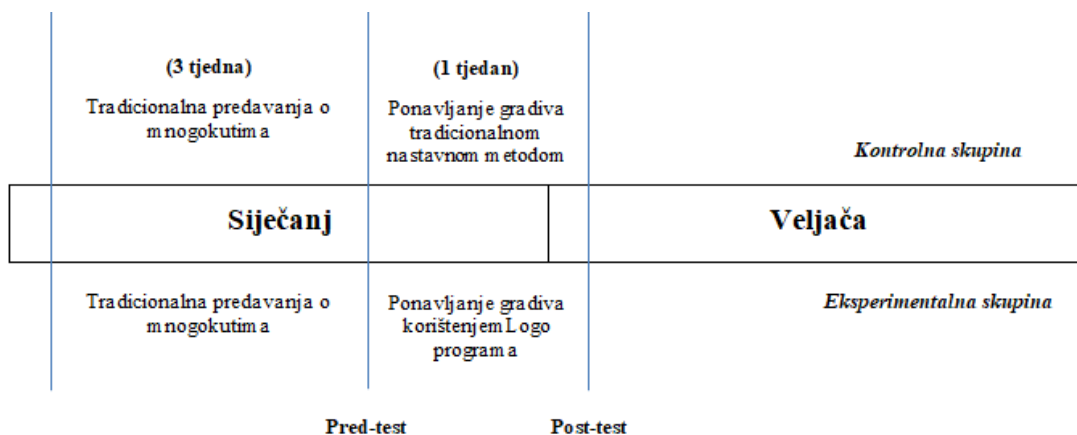
U pilot istraživanju analizirale su se sposobnosti i vještine učenika, primjerice:

- Brzina učenika pri rješavanju zadataka.
- Prethodno znanje geometrije i drugih područja matematike.
- Koliko iskustva učenici imaju s Logom i općenito programiranjem.

Navedenim se provjeravala prikladnost korištenih instrumenata za prikupljanje podataka. Također, analizirani su rezultati pilot istraživanja kako bi se prilagodila metodologija glavnog istraživanja i poboljšala njegova provedba, primjerice:

- Koliko sati ponavljanja bi bilo potrebno između pred-testa i post-testa.
- Količina zadataka koje učenik može riješiti u zadanom vremenu.
- Implementacija strategija za korekciju uočenih miskoncepcija kod učenika.

Nakon analize pilot istraživanja, kreirani su pred-test i post-test. Pred-test i post-test su bili isti u obje skupine s tim da u eksperimentalnoj skupini peti zadatak ima dodatak s Logo kôdom kako je opisano u poglavlju 2 *Instrumenti*.

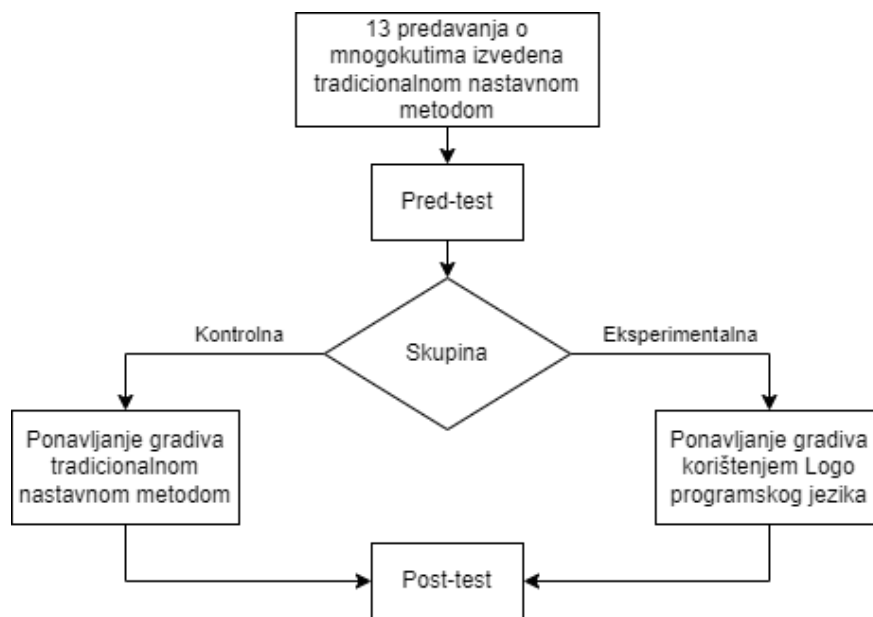


Sl. 2.1 Shematski prikaz tijeka istraživanja

Učenici su nakon 13 predavanja rješavali pred-test nakon čega su održana 3 školska sata ponavljanja gradiva. Nakon ponavljanja gradiva učenici obje grupe rješavali su post-test.

Ponavljjanje gradiva u kontrolnoj skupini je provedeno na tradicionalan način tako što su učenici rješavali zadatke primjenom matematičkih formula i geometrijskog pribora za crtanje.

U eksperimentalnoj skupini, ponavljanje gradiva provedeno je uz korištenje Logo programa uz koji su se povukle paralele s matematičkim formulama i izračunima. Važno je istaknuti da pri provođenju ponavljanja gradiva u eksperimentalnoj skupini učenici nisu imali računala, kôd se upisuje i testira na nastavnikovom računalu i projektorom prikazuje učenicima. Učenici zadatke, rješenje i kôd pišu u bilježnicu.



Sl. 2.2 Shematski prikaz nacrtu istraživanja

Budući da se u pilot istraživanju pokazalo da učenici poznaju samo osnovne naredbe u Logu i mogu riješiti jednostavne zadatke te nemaju nikakvo drugo iskustvo s programiranjem, bilo je potrebno ponoviti Logo naredbe koje će se koristiti u ponavljanju gradiva. Pri ponavljanju Logo naredbi svaka je bila kratko objašnjena i demonstrirana u Logu.

Tablica 2.3 Naredbe u programskom jeziku Logo

NAREDBA	SKRAĆENA NAREDBA	PRIMJER	OPIS
FORWARD	FD	FORWARD 50	Pomakni kornjaču prema naprijed
BACK	BK	BACK 30	Pomakni kornjaču unatrag
RIGHT	RT	RIGHT 90	Okreni kornjaču udesno
LEFT	LT	LEFT 45	Okreni kornjaču ulijevo
REPEAT		REPEAT 4 [ FORWARD 50 RIGHT 90 ]	Ponovi blok naredbi određeni broj puta
CIRCLE		CIRCLE 100	Kružnica duljine polumjera 100

Nakon ponavljanja naredbi, prešlo se na rješavanje zadataka. Pri rješavanju zadataka učenici su se mogli izražavati u pseudokôdu, a nastavnik bi im pomogao pseudokôd pretočiti u Logo kôd.

Na prvom satu ponavljanja rješavani su zadaci za računanje veličine unutarnjeg i vanjskog kuta pravilnog mnogokuta.

*Prvi zadatak:* Nacrtao kvadrat u Logu duljine stranice 50.

```
FORWARD 50
```

```
RIGHT 90
```

```
FORWARD 50
```

```
RIGHT 90
```

```
FORWARD 50
```

```
RIGHT 90
```

```
FORWARD 50
```

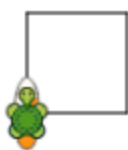
```
RIGHT 90
```

Kroz ovaj zadatak vježba se primjena osnovnih naredbi u Logu. Svaka naredba zajednički se testira pa tek onda se prelazi na iduću naredbu tako da učenici uoče svaki korak i bolje shvate funkcionalnost svake naredbe. Da bi se nacrtala prva stranica kvadrata (pravilnog četverokuta) koristi se `FD50` što znači da se kornjača pomiče naprijed za duljinu 50. Zatim je potrebno nacrtati drugu stranicu. Budući da učenici često zaborave rotirati kornjaču, naglašava se da se kornjača najprije mora naredbom `RT` rotirati u smjeru crtanja iduće stranice. Nakon što se kornjača okrene nastavlja se dalje s kodiranjem. Nakon što se kvadrat nacrtao korak po korak, još jednom se pokreće kôd u cijelosti. Zajednički se analizira kôd i uočava koje se naredbe ponavljaju 4 puta:

```
FORWARD 50  
RIGHT 90
```

Uvodi se naredba `REPEAT`. Već se na početku sata ponovilo da `REPEAT` služi za ponavljanje određenog bloka naredbi. Budući da se blok naredbi ponavlja 4 puta, postavlja se `REPEAT 4`:

```
REPEAT 4 [ FORWARD 50 RIGHT 90 ]
```



Sl. 2.3 Logo crtež – Kvadrat (pravilni četverokut)

Kratko se ponavlja konveksnost mnogokuta. Objlašnja se konveksnost mnogokuta pokazujući da ako postoji put kornjače iz jednog vrha mnogokuta do drugog, pri čemu kornjača izlazi izvan mnogokuta, onda se zaključuje da taj mnogokut nije konveksan. Suprotno tome, ako ne postoje takva dva vrha onda kažemo da je mnogokut konveksan. Nastavnik na ploči crta pravilan i nepravilan mnogokut te demonstrira izlazak kornjače kod nepravilnog mnogokuta.

*Drugi zadatak:* Nacrtati pravilni trokut u Logu duljine stranice 50.

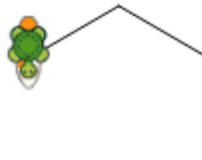
Zadatak se rješava zajednički. Učenici već uočavaju da će rješenje biti jako slično kao rješenje prethodnog zadatka. Postavlja im se pitanje nakon crtanja prve stranice: *Za koliko stupnjeva treba rotirati kornjaču?* Ovo je važan korak jer iz kôda prethodnog zadatka još

se ne može zaključiti rotira li se kornjača za veličinu vanjskog ili unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta budući da su kod kvadrata veličina vanjskog i veličina unutarnjeg kuta jednake tj.  $90^\circ$ . Stoga, očekivana greška bila je da će učenici rotirati kornjaču za veličinu unutarnjeg kuta pravilnog trokuta tj.  $60^\circ$ . Pri tome se ponavlja i u bilježnice zapisuje matematička formula i izračun za veličinu unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta:

$$\beta = \frac{(n - 2)180^\circ}{n}$$

Greška pri odabiru kuta za rotaciju se zajednički upisuje u Logo i prikazuje se rezultat.

```
REPEAT 3 [ FORWARD 50 LEFT 60 ]
```



Sl. 2.4 Logo crtež – Rezultat greške pri crtanju pravilnog trokuta

Na Logo crtežu nastavnik pokazuje svako rotiranje kornjače i u tim rotiranjima naglašava da je rotacija izvršena za  $60^\circ$ . Zatim, na ploči nastavnik crta trokut simulirajući kako se crta u Logu, stranicu po stranicu i time naglašava i ističe kut za koji se kornjača morala rotirati nakon crtanja svake stranice iz čega se jasno vidi da je to veći kut od  $60^\circ$ . Zatim se povlači paralela s matematičkim izračunom veličine vanjskog kuta pravilnog mnogokuta. Ponavljaju se dva načina matematičkog izračuna:

- $\beta' = \frac{360^\circ}{n}$

Nastavnik objašnjava da je zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta uvijek  $360^\circ$ , a da bi se izračunao jedan vanjski kut pravilnog mnogokuta potrebno je podijeliti  $360^\circ$  s brojem  $n$  – broj kutova, stranica, vrhova mnogokuta.

$$\beta' = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

- Zbroj veličine vanjskog kuta i veličine unutarnjeg kuta je  $180^\circ$

$$\beta + \beta' = 180^\circ$$



Nastavnik objašnjava da je zbroj veličina vanjskog kuta i unutarnjeg kuta uvijek  $180^\circ$ , budući da se na početku zadatka već napravio izračun za veličinu unutarnjeg kuta pravilnog trokuta i iznosi  $60^\circ$ , sada se lako može izračunati veličina vanjskog kuta tog trokuta.

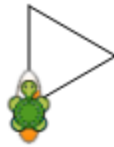
$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Zajednički se upisuje kôd i testira.

```
REPEAT 3 [ FORWARD 50 RIGHT 120 ]
```

Budući da se ponavlja veličina vanjskog kuta modificira se kôd tako da se umjesto `RT120` napiše matematička formula za izračun veličine vanjskog kuta pravilnog trokuta.

```
REPEAT 3 [ FORWARD 50 RIGHT 360/3 ]
```



Sl. 2.5 Logo crtež – Pravilni trokut

Kroz sljedeće zadatke vježbaju se vanjski kutovi pravilnog mnogokuta.

*Treći zadatak:* Nacrtati pravilni peterokut u Logu duljine stranice 50.

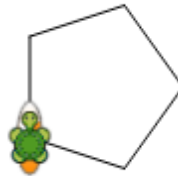
Zadatak za samostalan rad u bilježnice.

- Prvo rješenje:

```
FORWARD 50  
RIGHT 360/5  
FORWARD 50  
RIGHT 360/5  
FORWARD 50  
RIGHT 360/5  
FORWARD 50  
RIGHT 360/5  
FORWARD 50  
RIGHT 360/5
```

- Drugo rješenje:

```
REPEAT 5 [ FORWARD 50 RIGHT 360/5 ]
```



Sl. 2.6 Logo crtež – Pravilni peterokut

Kroz zajedničku raspravu o rješenjima, nastavnik potiče učenike da u rješenjima primijene matematičku formulu za izračun veličine vanjskog kuta pravilnog mnogokuta.

Na kraju sata provelo se kratko usustavljivanje na način da se na crtežu pravilnog peterokuta istaknu unutarnji i vanjski kut te se još jednom ponove matematičke formule za izračunavanje navedenih kutova. Ponavlja se da je zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta uvijek  $360^\circ$ . Preko tabličnog prikaza ponavlja se logika za Logo kod:

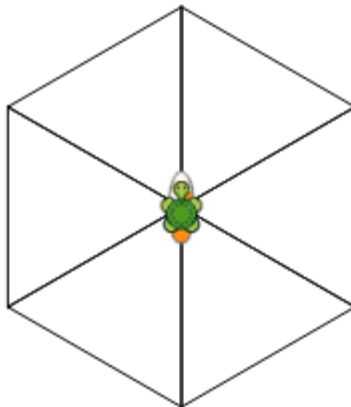
Tablica 2.4 Logo kôd za crtanje pravilnih mnogokuta

Pravilni mnogokut	n	Veličina vanjskog kuta	Logo kôd
Trokut	3	$360^\circ/3 = 120^\circ$	REPEAT 3 [ FORWARD 50 RIGHT 360/3 ]
Četverokut (kvadrat)	4	$360^\circ/4 = 90^\circ$	REPEAT 4 [ FORWARD 50 RIGHT 360/4 ]
Peterokut	5	$360^\circ/5 = 72^\circ$	REPEAT 5 [ FORWARD 50 RIGHT 360/5 ]
Šesterokut	6	$360^\circ/6 = 60^\circ$	REPEAT 6 [ FORWARD 50 RIGHT 360/6 ]

Na drugom satu ponavljanja rješavani su zadaci za računanja ukupnog broja dijagonala mnogokuta, broja dijagonala iz jednog vrha mnogokuta i veličine kutova karakterističnog trokuta pravilnog mnogokuta.

*Prvi zadatak:* Nacrtati pravilni šesterokut u Logu duljine stranice 100 i njegove karakteristične trokute.

Nastavnik pokazuje sliku u Logu:



Sl. 2.7 Logo crtež – Karakteristični trokuti pravilnog šesterokuta

Nastavnik pomoću navedene slike u Logu objašnjava karakteristične trokute pravilnog šesterokuta. Naglašava se da su karakteristični trokuti pravilnog mnogokuta sukladni. Zajednički se zaključuje da se šesterokut sa slike sastoji od uzorka trokuta koji se ponavlja šest puta. Nastavak potiče učenike da nacrtaju šesterokut pomoću uzorka trokuta. Kako bi to bilo moguće učenici trebaju uočiti da je potrebno znati veličine vanjskog kuta tog trokuta za rotaciju kornjače. Na crtežu zajednički se ističu središnji kut  $\alpha_n$  te  $\beta_n$  kutovi karakterističnog trokuta. Ponavljaju se i zapisuju u bilježnicu matematičke formule za izračun veličine kutova karakterističnog trokuta pravilnog mnogokuta:

- Veličina središnjeg kuta  $\alpha_n$

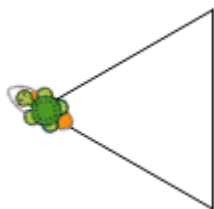
$$\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$$

- Veličina kutova  $\beta_n$  u karakterističnom trokutu

$$\beta_n = \frac{(n - 2) * 180^\circ}{2n}$$

Nakon primjene formula i izračuna, zaključuje se da je karakteristični trokut pravilnog šesterokuta pravilan trokut s veličinom unutarnjeg kuta  $60^\circ$ . Za rotaciju kornjače potrebna je veličina vanjskog kuta tog trokuta te se za taj izračun koriste formule ponovljene na prvom satu. Izračunom se pokazuje da se kornjača mora rotirati za  $120^\circ$  nakon čega slijedi kodiranje jednog trokuta. Sada je duljina stranice za razliku od prethodnih zadataka 100 kako učenici ne bi učili napamet FD50.

```
RT 60  
FD 100  
RT 120  
FD 100  
RT 120  
FD 100
```



Sl. 2.8 Logo crtež – Karakteristični trokut pravilnog šesterokuta

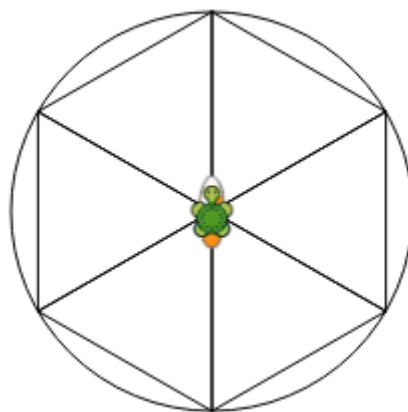
Nakon prikaza jednog trokuta, zadatak se rješava primjenom REPEAT naredbe:

```
REPEAT 6 [  
  RIGHT 60  
  FORWARD 100  
  RIGHT 120  
  FORWARD 100  
  RIGHT 120  
  FORWARD 100  
]
```

Primjećujemo da je kornjača u centru pravilnog šesterokuta što je pogodno za crtanje kružnice. Ponavlja se:

- Opisana kružnica – duljina polumjera  $R$  je duljina od središta mnogokuta do vrha mnogokuta.

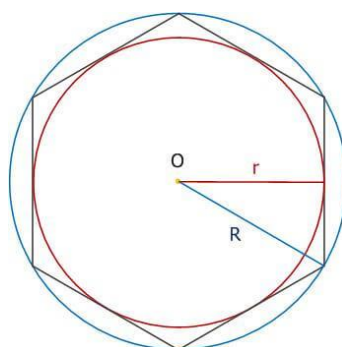
CIRCLE 100



Sl. 2.9 Logo crtež – Opisana kružnica pravilnog mnogokuta

- Upisana kružnica – duljina  $r$  je duljina od središta mnogokuta do polovišta stranice mnogokuta.

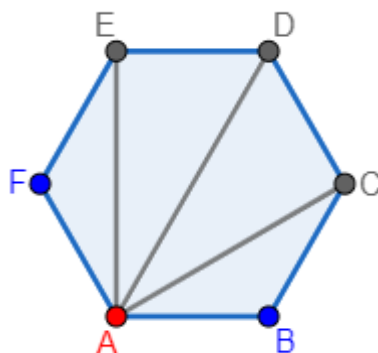
Crtežom na ploči nastavnik naglašava razliku:



Sl. 2.10 Crtež na ploči - Opisana i upisana kružnica pravilnog mnogokuta

Slijedi ponavljanje dijagonala mnogokuta. Na Logo crtežu pravilnog šesterokuta je nacrtana po jedna dijagonala iz svakog vrha. Taj slučaj učenici često mijenjaju s ukupnim brojem dijagonala mnogokuta ili s brojem dijagonala iz jednog vrha mnogokuta što se potvrdilo kao jedna od miskoncepcija i u ovom istraživanju. Stoga nastavnik na ploči pomoću crteža naglašava razliku:

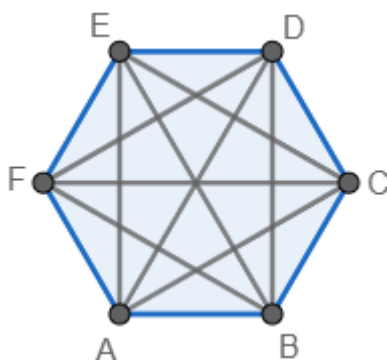
- Broj dijagonala iz jednog vrha šesterokuta:



Sl. 2.11 Crtež na ploči – Dijagonale iz jednog vrha mnogokuta

Nastavnik ističe crvenom bojom vrh *A* iz kojeg se crtaju dijagonale te plavom bojom njegove susjedne vrhove *B* i *F*.

- Ukupan broj dijagonala šesterokuta:



Sl. 2.12 Crtež na ploči – Ukupan broj dijagonala mnogokuta

Povezivanje s matematičkim formulama:

- Broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta:

$$d_n = n - 3$$

- Ukupan broj dijagonala mnogokuta:

$$D_n = \frac{n(n - 3)}{2}$$

Učenici samostalno u bilježnice primjenom matematičkih formula računaju ukupan broj dijagonala šesterokuta te broj dijagonala iz jednog vrha šesterokuta.

*Drugi zadatak:* Nacrtati pravilni peterokut u Logu i njegov karakteristični trokut.

Zadatak za samostalan rad u bilježnice. Nastavnik postavlja kratka pitanja koja će poslužiti učenicima kao upute pri rješavanju:

- Što prvo treba nacrtati? (Odgovor: Pravilni peterokut.)
- Koja veličina kuta pravilnog peterokuta se koristi za rotiranje kornjače pri crtanju pravilnog peterokuta? (Odgovor: Veličina vanjskog kuta.)
- Koje kutove treba izračunati da bi se nacrtao karakteristični trokut pravilnog peterokuta? (Odgovor: Veličine kutova karakterističnog trokuta.)

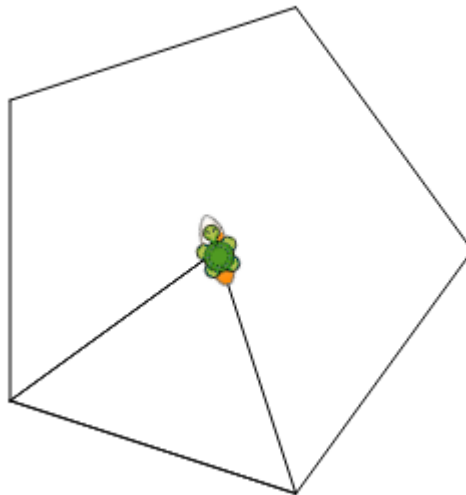
*Korak 1: Crtanje pravilnog peterokuta*

```
REPEAT 5 [ FORWARD 150 RIGHT 360/5 ]
```

*Korak 2: Izračunati kutove karakterističnog trokuta i zaključiti za koji kut rotirati kornjaču.*

Izračun:  $\alpha = 72^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$ ,  $\beta = 54^\circ$

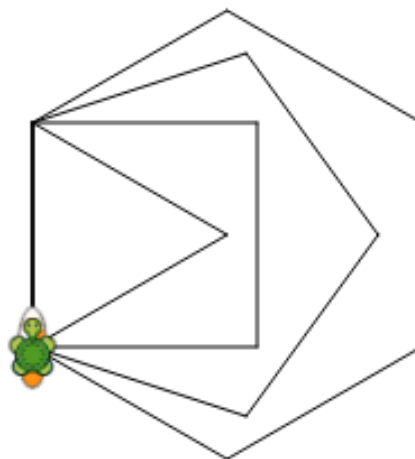
```
RT 54
FD 127.6
BK 127.6
RT 54
FD 150
RT 180
RT 54
FD 127.6
```



Sl. 2.13 Logo crtež – Karakteristični trokut pravilnog peterokuta

Na trećem satu ponavljanja rješavani su zadaci u kojima se primjenjuju znanja usvojena na prethodna dva sata. Zadaci su za samostalni rade te učenici mogu testirati svoja rješenja na nastavnikovom računalu pri čemu cijela skupina raspravlja o rješenju.

*Prvi zadatak:* Napisati Logo kôd za crtanje pravilnih mnogokuta u Logu kao na prikazanoj slici.



Sl. 2.14 Logo crtež – pravilni mnogokuti

Projektorom se prikazuje slika. Učenici samostalno u bilježnice pišu rješenja.



Ovim zadatkom cilj je otkloniti uočenu miskoncepciju na prethodnim satima:

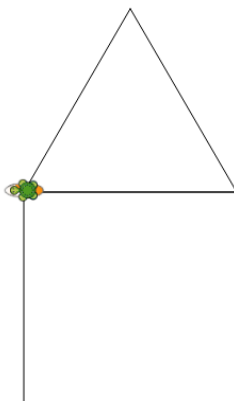
```
REPEAT 3 [ FORWARD 100 RIGHT 180/3 ]  
REPEAT 4 [ FORWARD 100 RIGHT 360/4 ]  
REPEAT 5 [ FORWARD 100 RIGHT 360/5 ]  
REPEAT 6 [ FORWARD 100 RIGHT 360/6 ]
```

Zajedničkom raspravom, ponavlja se razlika između zbroja veličina svih vanjskih kutova mnogokuta i zbroja veličina svih unutarnjih kutova pravilnog mnogokuta. Primjerice, navedena miskoncepcija kod trokuta (zbroj veličina svih unutarnjih kutova trokuta je  $180^\circ$ , ali i zbroj veličina svih vanjskih kutova trokuta je  $180^\circ$ ). Naglašava se da je zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta uvijek  $360^\circ$ . Povlači se paralela s matematičkim formulama za izračun:

- Zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta:  
Uvijek je  $360^\circ$
- Zbroj veličina svih unutarnjih kutova pravilnog mnogokuta:

$$K_n = (n - 2) * 180^\circ$$

*Drugi zadatak:* Napiši Logo kôd za crtanje kućice u Logu kao na prikazanoj slici.



Sl. 2.15 Logo crtež – Kuća

Projektorom se prikazuje slika. Učenici samostalno u bilježnice pišu rješenja. Učenici mogu testirati svoja rješenja na nastavnikovom računalu pri čemu cijela skupina raspravlja o rješenju pri čemu razmjenjuju svoje ideje i timski rade na rješenju problema.

*Korak 1: Crtanje trokuta.*

```
RT 30
FD 200
RT 120
FD 200
RT 120
FD 200
```

*Korak 2: Crtanje kvadrata.*

```
LT 90
FD 200

LT 90
FD 200

LT 90
FD 200
```

## 3 Rezultati

U analizi rezultata istraživanja korišteni su različiti statistički testovi kako bi se dali odgovori na postavljena istraživačka pitanja. Provedeni su sljedeći statistički testovi:

- Razlika između kontrolne i eksperimentalne skupine na pred-testu – Mann-Whitney test.
- Razlika između kontrolne i eksperimentalne skupine na post-testu – Mann-Whitney test.
- Razlika između rezultata pred-testa i post-testa svih učenika – Wilcoxon test.
- Razlika unutar kontrolne skupine između pred-testa i post-testa – Wilcoxon test.
- Razlika unutar eksperimentalne skupine između pred-testa i post-testa – Wilcoxon test.

Navedene usporedbe vršene su nad zajedničkim dijelom pred-testa i post-testa obje skupine.

### 3.1 Utvrđivanje ujednačenosti skupina

Učenici su nakon 13 tradicionalnih predavanja stekli određena znanja o mnogokutima. Prije ponavljanja gradiva u kojem će u eksperimentalnoj skupini doći do promjene u pristupu poučavanja geometrije potrebno je utvrditi jesu li kontrolna i eksperimentalna grupa ujednačene s obzirom na dosadašnje znanje koje su stekli na tradicionalnim predavanjima o mnogokutima. Ujednačenost grupa važan je faktor u istraživanju kako bi se rezultati učenika nakon ponavljanja gradiva mogli što jasnije i preciznije protumačiti. Pred-test je služio za provjeru znanja učenika o mnogokutima prije ponavljanja gradiva. Za utvrđivanje ujednačenosti kontrolne i eksperimentalne skupine na pred-testu korišten je Man-Whitney test.

Tablica 3.1 Rezultati Mann-Whitney testa za utvrđivanje razlike između grupa na pred-testu

		Skupina
Pred-test	U	104,0
	P	0,39

Prema rezultatima Mann-Whitney testa utvrđeno je da nema statistički značajne razlike između kontrolne i eksperimentalne grupe te se time može grupe tretirati kao ujednačene i nastaviti s analizom podataka.

### 3.2 Usporedba ukupnih rezultata testova

Za utvrđivanje razlika između kontrolne i eksperimentalne skupine nakon ponavljanja gradiva na post-testu korišten je Mann-Whitney test.

Tablica 3.2 Rezultati Mann-Whitney testa za utvrđivanje razlike između grupa na post-testu

		Skupina
Post-test	U	79,5
	P	0,069

Iz rezultata Mann-Whitney testa zaključuje se da nakon ponavljanja gradiva nema statistički značajne razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine na post-testu. Važno je napomenuti ograničenja ovog istraživanja. S obzirom na rezultat Mann-Whitney testa od ( $p = 0,069$ ) što je blizu granice za statističku značajnost ( $p = 0,05$ ), postoji mogućnost da bi veći uzorak ispitanika i dulje razdoblje ponavljanja mogli dovesti do različitih rezultata. Ograničenja poput malog uzorka ispitanika i kratkog vremenskog perioda za ponavljanje mogu utjecati na interpretaciju rezultata.

S obzirom na to da se u istraživanju koriste pred-test i post-test koji su identični i međusobno povezani, analizirat će se ovisne varijable rezultat pred-testa i rezultat post-testa. Uspoređivani su ukupni bodovi postignuti na zadacima testova te su zasebno analizirani podzadaci u trećem i petom zadatku (6 podzadataka iz 3.zadatka te 4 podzadatka iz 5.zadatka). Za tu svrhu koristi se Wilcoxon test, neparametrijska metoda koja se primjenjuje kada se ispituje razlika između dva povezana skupa podataka, a preduvjet je da podaci nisu distribuirani normalno ili da ne zadovoljavaju uvjete parametrijskih testova.

Primjenom Wilcoxon testa analizirat će se:

- Razlika u rezultatima pred-testa i post-testa svih učenika.
- Rezultati pred-testa i post-testa unutar svake od skupina kako bi se utvrdilo postoje li razlike nakon tretmana unutar same skupine.

### **3.2.1 Usporedba rezultata pred-testa i post-testa svih učenika**

Analizirani su rezultati pred-testa i post-testa svih učenika kako bi se istražila moguća statistički značajna razlika u rezultatima prije i poslije intervencije te kako bi se procijenila njena učinkovitost. U nastavku će se razmotriti rezultati dobiveni korištenjem Wilcoxon testa iz Tablice 3.3 u kojoj su istaknute statistički značajne razlike.

Analiza podataka provedena Wilcoxon testom pokazala je statistički značajnu razliku u ukupnom broju bodova postignutih na testu uspoređujući rezultate svih učenika.

Statistički značajne razlike u rezultatima učenika na pred-testu i post-testu pojavile su se posebno u zadacima:

- *Zadatak 2 - Identifikacija pravilnog mnogokuta, prepoznavanje vanjskog kuta pravilnog mnogokuta, izračun veličine unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta.*
- *Zadatak 4 – Izračun veličine vanjskog kuta pravilnog mnogokuta.*
- *Podzadatak 2 iz zadatka 5 - Izračun broja dijagonala iz jednog vrha mnogokuta.*
- *Zadatak 6 - Izračun veličine kutova karakterističnog trokuta pravilnog mnogokuta.*

Tablica 3.3 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa

Varijabla	Vrijednost p	Aritmetička sredina	Aritmetička sredina (u postocima)
<i>Pred-test - Ukupno</i>	<b>0,000</b>	<b>14,656</b>	<b>43,75%</b>
<i>Post-test - Ukupno</i>		<b>17,906</b>	<b>53,45%</b>
Pred-test - Zadatak 1	0,119	2,609	74,54%
Post-test - Zadatak 1		2,797	79,91%
Pred-test - Zadatak 2	<b>0,004</b>	<b>1,5</b>	<b>50,00%</b>
Post-test - Zadatak 2		<b>2,00</b>	<b>66,67%</b>
Pred-test - Zadatak 3-1	0,317	1,484	98,93%
Post-test - Zadatak 3-1		1,5	100%
Pred-test - Zadatak 3-2	0,317	1,219	81,27%
Post-test - Zadatak 3-2		1,266	84,40%
Pred-test - Zadatak 3-3	0,102	0,78	26,00%
Post-test - Zadatak 3-3		1,16	38,67%
Pred-test - Zadatak 3-4	0,105	0,63	21,00%
Post-test - Zadatak 3-4		0,94	31,33%
Pred-test - Zadatak 3-5	1	1,13	37,67%
Post-test - Zadatak 3-5		1,16	38,57%
Pred-test - Zadatak 3-6	0,214	0,66	22,00%
Post-test - Zadatak 3-6		0,88	29,33%
Pred-test - Zadatak 4	<b>0,008</b>	<b>0,38</b>	<b>38,00%</b>
Post-test - Zadatak 4		<b>0,59</b>	<b>59,00%</b>
Pred-test - Zadatak 5-1	0,197	0,97	32,33%
Post-test - Zadatak 5-1		1,19	39,67%
Pred-test - Zadatak 5-2	<b>0,030</b>	<b>1,06</b>	<b>49,00%</b>
Post-test - Zadatak 5-2		<b>1,47</b>	<b>64,67%</b>
Pred-test - Zadatak 5-3	0,177	1,188	70,67%
Post-test - Zadatak 5-3		1,297	86,47%
Pred-test - Zadatak 5-4	0,054	0,484	32,27%
Post-test - Zadatak 5-4		0,703	46,87%
Pred-test - Zadatak 6	<b>0,018</b>	<b>0,63</b>	<b>31,50%</b>
Post-test - Zadatak 6		<b>0,97</b>	<b>48,50%</b>

### 3.2.2 Usporedba rezultata pred-testa i post-testa unutar skupine

Provedena je analiza rezultata pred-testa i post-testa unutar iste skupine ispitanika kako bi se utvrdila eventualna statistički značajna razlika u rezultatima prije i poslije intervencije, te kako bi se dobila informacije o učinkovitosti iste.

Najprije je proveden Wilcoxon test za kontrolnu skupinu Tablica 3.4, a potom za eksperimentalnu skupinu Tablica 3.5.

- Kontrolna skupina (Tablica 3.4)

Analizom podataka dobivenih Wilcoxon testom za kontrolnu skupinu očito je da nije zabilježena statistički značajna razlika između rezultata pred-testa i post-testa. Deskriptivna statistika ukazuje na napredak koji je bio očekivan s obzirom na prirodu ponavljanja gradiva. Međutim, rezultati Wilcoxon testa pokazuju da taj napredak nije statistički značajan.

- Eksperimentalna skupina (Tablica 3.5)

Wilcoxon test za eksperimentalnu skupinu pokazao je statistički značajnu razliku između rezultata pred-testa i post-testa. Deskriptivna statistika ukazuje na napredak koji je bio očekivan s obzirom na to da je provedeno ponavljanje gradiva. U Tablici 3.5 istaknute su statistički značajne promjene, što dokazuje uspješnost intervencije.

- Analiza izuzetaka

Obje skupine su post-test riješile bolje nego pred-test što dokazuju usporedba osvojenih bodova na oba testa. Po pregledu bodova, ali bez statistički značajne razlike izuzetak je:

- Podzadatak 4 iz zadatka 3 - *Izračun veličine unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta* - kontrolna skupina lošije riješila na post-testu nego na pred-testu.
- Podzadatak 5 iz zadatka 3 - *Napisati zbroj veličina svih vanjskih kutova mnogokuta* - eksperimentalna skupina lošije riješila na post-testu nego na pred-testu.
- Podzadatak 6 iz zadatka 3 - *Izračun zbroja veličina svih unutarnjih kutova pravilnog mnogokuta* - kontrolna skupina lošije riješila na post-testu nego na pred-testu.

Tablica 3.4 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa kontrolne skupine

Varijabla	Vrijednost p	Aritmetička sredina	Aritmetička sredina (u postocima)
<i>Pred-test - Ukupno</i>	0,093	12,7	37,91%
<i>Post-test - Ukupno</i>		14,133	42,19%
Pred-test - Zadatak 1	0,194	2,467	70,49%
Post-test - Zadatak 1		2,667	76,20%
Pred-test - Zadatak 2	0,48	1,8	60,00%
Post-test - Zadatak 2		1,93	64,33%
Pred-test - Zadatak 3-1	0,317	1,467	97,80%
Post-test - Zadatak 3-1		1,5	100%
Pred-test - Zadatak 3-2	0,317	1,3	86,67%
Post-test - Zadatak 3-2		1,4	93,33%
Pred-test - Zadatak 3-3	1	0,47	15,67%
Post-test - Zadatak 3-3		0,47	15,67%
Pred-test - Zadatak 3-4	0,317	0,47	15,67%
Post-test - Zadatak 3-4		0,4	13,33%
Pred-test - Zadatak 3-5	0,655	0,53	17,67%
Post-test - Zadatak 3-5		0,67	22,33%
Pred-test - Zadatak 3-6	0,317	0,33	11,00%
Post-test - Zadatak 3-6		0,27	9,00%
Pred-test - Zadatak 4	0,317	0,33	33,00%
Post-test - Zadatak 4		0,4	40,00%
Pred-test - Zadatak 5-1	0,18	0,67	22,33%
Post-test - Zadatak 5-1		0,87	29,00%
Pred-test - Zadatak 5-2	0,334	0,6	20,00%
Post-test - Zadatak 5-2		0,93	31,00%
Pred-test - Zadatak 5-3	1	1,333	88,87%
Post-test - Zadatak 5-3		1,333	88,87%
Pred-test - Zadatak 5-4	0,223	0,367	24,47%
Post-test - Zadatak 5-4		0,567	37,80%
Pred-test - Zadatak 6	0,564	0,67	33,50%
Post-test - Zadatak 6		0,73	36,50%



Tablica 3.5 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa eksperimentalne skupine

Varijabla	Vrijednost p	Aritmetička sredina	Aritmetička sredina (u postocima)
<i>Pred-test - Ukupno</i>	<b>0,001</b>	<b>16,382</b>	<b>48,90%</b>
<i>Post-test - Ukupno</i>		<b>21,235</b>	<b>63,39%</b>
Pred-test - Zadatak 1	0,309	2,735	78,14%
Post-test - Zadatak 1		2,912	83,20%
Pred-test - Zadatak 2	<b>0,004</b>	<b>1,24</b>	<b>41,33%</b>
Post-test - Zadatak 2		<b>2,06</b>	<b>68,67%</b>
Pred-test - Zadatak 3-1	1	1,5	100%
Post-test - Zadatak 3-1		1,5	100%
Pred-test - Zadatak 3-2	1	1,147	76,47%
Post-test - Zadatak 3-2		1,147	76,47%
Pred-test - Zadatak 3-3	<b>0,046</b>	<b>1,06</b>	<b>35,33%</b>
Post-test - Zadatak 3-3		<b>1,76</b>	<b>58,67%</b>
Pred-test - Zadatak 3-4	0,066	0,76	25,33%
Post-test - Zadatak 3-4		1,41	47,00%
Pred-test - Zadatak 3-5	0,317	1,65	55,00%
Post-test - Zadatak 3-5		1,59	53,00%
Pred-test - Zadatak 3-6	0,131	0,94	31,33%
Post-test - Zadatak 3-6		1,41	47,00%
Pred-test - Zadatak 4	<b>0,014</b>	<b>0,41</b>	<b>41,00%</b>
Post-test - Zadatak 4		<b>0,76</b>	<b>76,00%</b>
Pred-test - Zadatak 5-1	0,429	1,24	41,33%
Post-test - Zadatak 5-1		1,47	49,00%
Pred-test - Zadatak 5-2	<b>0,046</b>	<b>1,47</b>	<b>49,00%</b>
Post-test - Zadatak 5-2		<b>1,94</b>	<b>64,67%</b>
Pred-test - Zadatak 5-3	<b>0,034</b>	<b>1,059</b>	<b>70,60%</b>
Post-test - Zadatak 5-3		<b>1,265</b>	<b>84,33%</b>
Pred-test - Zadatak 5-4	0,147	0,588	39,20%
Post-test - Zadatak 5-4		0,824	54,93%
Pred-test - Zadatak 6	<b>0,023</b>	<b>0,59</b>	<b>29,50%</b>
Post-test - Zadatak 6		<b>1,18</b>	<b>59,00%</b>

### 3.3 Utjecaj Logo programskog jezika na usvajanje osnovnih pojmova mnogokuta

Ovo istraživanje, iako nije pokazalo statistički značajnu razliku između kontrolne i eksperimentalne skupine nakon ponavljanja gradiva različitim nastavnim metodama, ipak je pokazalo da primjena Logo programskog jezika u kontekstu geometrijskog poučavanja, posebno fokusiranog na koncepte mnogokuta, ima pozitivan učinak. Potvrda pozitivnog učinka primjene Logo programskog jezika sa značajnim statističkim razlikama pokazala se unutar eksperimentalne skupine, gdje se znanje učenika o mnogokutima značajno poboljšalo nakon ponavljanja gradiva uz korištenje Logo programa. Za razliku od toga, kod kontrolne skupine nije zabilježena statistički značajna promjena u znanju učenika o mnogokutima nakon primjene tradicionalne nastavne metode.

Analizom rezultata prikazanih u Tablici 3.5 i Tablice 3.3 može se zaključiti da Logo pomaže u usvajanju sljedećih koncepata mnogokuta:

- Identifikacija mnogokuta
- Konveksnost mnogokuta
- Razlikovanje pojma unutarnjeg i vanjskog kuta mnogokuta
- Veličina unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta
- Veličina vanjskog kuta pravilnog mnogokuta
- Broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta
- Veličine kutova karakterističnog trokuta

Osim kvantitativne analize koja je pokazala pozitivan utjecaj Logo programa u poučavanju koncepata mnogokuta, kvalitativni podaci također idu u prilog Logo programu. Tijekom ponavljanja gradiva u eksperimentalnoj skupini primijećen je porast interesa za rješavanje zadataka vezanih za mnogokute. Po komentarima učenika jasno se dalo zaključiti kako učenici dolaze do dubljeg razumijevanja koncepata mnogokuta i povezuju koncepte mnogokuta s konkretnim primjerima. Neki od komentara su bili:

- *Tek sad shvaćam zašto je zbroj vanjskog i unutarnjeg kuta  $180^\circ$  jer oba kuta kad se spoje dobije se ravna crta, a ravna crta ima  $180^\circ$ . Npr. kada se kornjača okrene za  $180^\circ$  bit će na istoj liniji, ali će gledati na drugu strnu.*

- *Ako znamo veličinu vanjskog kuta lako ćemo izračunati veličinu unutarnjeg kuta mnogokuta i obrnuto.*
- *Kut  $\beta$  u karakterističnom trokutu mora biti pola od veličine unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta.*
- *Da bismo izračunali veličinu jednog unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta moramo podijeliti zbroj veličina svih unutarnjih kutova s brojem kutova mnogokuta  $n$  jer je svaki kut u pravilnom mnogokutu jednak pa zbog toga možemo podijeliti s  $n$ . Slično vrijedi i za veličinu vanjskog kuta.*
- *Veličina zbroja svih vanjskih kutova mnogokuta mora bit  $360^\circ$  jer npr. kornjača se svaki put okreće za neki kut, ali kad zatvori mnogokut onda je napravila cijeli krug dok je obišla sve vanjske strane mnogokuta, a kad se okrenemo za cijeli krug kažemo da smo se okrenuli za  $360^\circ$ .*
- *Ako je poznato bilo što kod mnogokuta, sve ostalo možemo izračunati. Npr. ako je poznat broj dijagonala iz jednog vrha mnogokuta možemo iz toga izračunati  $n$ , a zatim pomoću  $n$  izračunati zbroj svih unutarnjih kutova pravilnog mnogokuta.*

Učenici su mogli povezati različite pristupe za rješavanje nekog problema, uspostavljali su logičke veze među konceptima mnogokuta primjerice, veličina vanjskog kuta pravilnog mnogokuta se može izračunati na dva načina, ali odabir načina ovisi o tome je li u zadatku zadan broj  $n$  ili veličina unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta.

Kod kontrolne skupine pitanja su se većinom odnosila na postupak rješavanja zadatka kao što su:

- *Što je poznato u zadatku?*
- *U koju formulu to treba uvrstiti?*
- *Što je idući korak?*
- *Kako izračunati ukupan broj dijagonala mnogokuta ako nije poznat  $n$ ?*
- *Kako izračunati veličinu vanjskog kuta pravilnog mnogokuta ako ništa nije poznato, a zadan je samo crtež mnogokuta?(Primjer 4.zadatak s provedenih testova)*

Iz navedenog se može zaključiti da učenici kontrolne skupine teže šablonskom učenju rješavanja zadataka te samim time površno poznaju koncepte mnogokuta.

Stoga se može zaključiti da je utjecaj Logo programa u usvajanju koncepata mnogokuta pozitivan te olakšava dublje razumijevanju istih te konkretizira apstrakcije s kojima se učenici susreću u učenju geometrije.

### 3.4 Miskoncepcije o mnogokutima kod učenika

Analizom odgovora na testovima, pitanja, odgovora i komentara učenika tijekom ponavljanja gradiva uočene su sljedeće miskoncepcije o mnogokutima.

- Identifikacija mnogokuta
  - Trokut nije mnogokut
  - Nepravilni mnogokuti nisu mnogokuti
- Veličine unutarnjeg i vanjskog kuta kod svakog mnogokuta su jednake
- Veličina unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta je  $180^\circ$
- Veličina vanjskog kuta pravilnog mnogokuta je  $360^\circ$
- Zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog mnogokuta je  $180^\circ$
- Zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog mnogokuta je  $360^\circ$
- Zbroj veličina svih vanjskih i zbroj veličina svih unutarnjih kutova kod svakog pravilnog mnogokuta je jednak
- Ukupan broj dijagonala mnogokuta je kada se iz svakog vrha mnogokuta povuče po jedna dijagonala

Većina uočenih miskoncepcija ima neku dodirnu točku s pojmom trokuta. Razlog tomu je što je trokut od prije poznat učenicima te su već naučili činjenicu da je zbroj veličina unutarnjih kutova  $180^\circ$ . Sada kada trokut treba smjestiti u kontekst mnogokuta dolazi do miskoncepcija. To ukazuje da se pri poučavanju koncepata mnogokuta posebno treba naglasiti da je trokut mnogokut i da sve što vrijedi za mnogokute vrijedi i za trokut.

Dalje, potrebno je što više naglašavati da je zbroj veličina svih vanjskih i zbroj veličina svih unutarnjih kutova mnogokuta kod svakog mnogokuta različit osim kod kvadrata i pravokutnika kod kojih je zbroj veličina svih unutarnjih kutova  $360^\circ$  te je zbroj veličina svih vanjskih kutova  $360^\circ$ .

### 3.5 Učinkovitost Logo programa u interaktivnom poučavanju geometrije

Opažena je značajno pozitivna promjena u ponašanju učenika unutar eksperimentalne skupine. Kroz 13 tradicionalnih predavanja o mnogokutima često se kod učenika obje skupine primjećivao umor, frustracija i nezainteresiranost. Međutim, Logo program je u nastavu unio osvježenje tijekom ponavljanja gradiva u eksperimentalnoj skupini. Iz klasičnog rješavanja računskih zadataka koji postanu jednolični i nezanimljivi, rješavanje zadataka se transformiralo u kombinaciju matematičkog izračuna i praktične primjene izračuna koji tada ima svoju svrhu. Dio pisanja kôda i crtanja u Logu dao je učenicima dimenziju stvaralaštva koja često izostaje u nastavi matematike. Učenici su aktivno sudjelovali, postavljali pitanja te samostalno ili u timu rješavali zadatke i raspravljali o njima. Komentari i pitanja učenika nisu bila tek formalna, već su pokazala stvarnu želju učenika za razumijevanjem koncepata mnogokuta bez čega zapravo i ne bi mogli odraditi dio kodiranja i crtanja u Logu. Učenici su iskazali želju da samostalno pokušaju riješiti neke od zadataka, unatoč planiranoj pomoći nastavnika. Iz navedenog se može zaključiti da Logo kodiranje i crtanje učenicima predstavlja zanimljiv izazov koji ih motivira da uče, razumiju i rješavaju i matematičke probleme kako bi ih primijenili u Logu.

Atmosfera u učionici bila je pozitivna, učenici su razmjenjivali ideje i pružali podršku jedni drugima. Još jedan značajan aspekt je aktivno uključivanje inače pasivnijih učenika koji imaju slabije ocjene iz matematike. Suprotno tome, u kontrolnoj skupini tijekom ponavljanja nije zabilježena promjena ponašanja učenika. Djelovali su prilično pasivno pri rješavanju zadataka. Pitanja su postavljali učenici koji su inače bili aktivni te su pitanja uglavnom bila vezana za postupak rješavanja zadatka. Zanimljiva razlika među skupinama bila je i u tome da je kontrolna skupina postavljala često pitanje *Hoće li ovakav zadatak biti u ispitu znanja?* Dok u eksperimentalnoj skupini nitko nije postavio takvo pitanje. Ovo može sugerirati da u kontrolnoj skupini nije potaknuta znatiželja za istraživanjem i razumijevanjem koncepata mnogokuta. U eksperimentalnoj skupini, pristup učenju doživljen je na drugačiji način – učenje više nije percipirano kao zamorno, već kao zabavno i intrigantno. Stoga, može se istaknuti da korištenje Logo programa u poučavanju geometrije pobuđuje znatiželju za istraživanjem i razumijevanjem koncepata koji se uče.

Vrijedno je izdvojiti opažanja s trećeg sata ponavljanja pomoću Logo programa u eksperimentalnoj skupini. Primijećena je izuzetna aktivnost učenika te veliki interes za

rješavanje zadataka. Opis trećeg sata detaljno je opisan u poglavlju 2 *Postupak*. Učenici su spontano i prirodno počeli timski surađivati pri čemu su ohrabrivali jedni druge. Moglo bi se reći da su učenici imali osjećaj kao da igraju neku računalnu igru u kojoj su primjenjivali svoje ideje. Primijećen je znatno veći interes učenika u odnosu na crtanje mnogokuta priborom za crtanje na papiru pri tradicionalnom načinu rada. Ispitanici su digitalni urođenici pa ni ne začuđuje što im je zanimljivo bilo zamijeniti papir, olovku i geometrijski pribor s ekraniziranim crtanjem. Iz toga bi se moglo zaključiti da bi dozirano uvođenje tehnologije u nastavu bilo poželjno jer, kako se pokazalo u ovom istraživanju, to uspijeva zadobiti i zadržati pažnju učenika. Na ovom satu su veliki interes pokazali i oni učenici koji su kroz tradicionalna predavanja pokazali nezainteresiranost te im je bilo zamorno rješavati zadatke. Sada su u potpuno drugačijoj ulozi gdje su se osjećali kao kreatori. Također se osjetio i natjecateljski duh među učenicima, pokušavali su prestići jedni druge u rješavanju i vremenu rješavanja nekog zadatka. Veliki broj učenika se javljao da pokuša testirati svoj kôd na nastavnikovom računalu pred cijelim razredom. Kada bi neki od učenika uspio napraviti točan izračun ili odgovarajući kôd, to je dodatno povećalo njegovu motivaciju za daljnje rješavanje zadataka. To upućuje da praktična primjena matematičkog znanja povećava motivaciju učenika za učenjem geometrije.

Ono što je jako bitno istaknuti je jednostavnost Logo programskog jezika koji se u ovom istraživanju pokazao intuitivan za korištenje učenicima. Bez ikakvih napora i nejasnoća lako su primijenili Logo naredbe. Iako je bilo očekivano da će se učenici više koristiti pseudokodom te će im biti potrebna pomoć nastavnika da pseudokod pretoče u Logo kôd, to se nije dogodilo. Učenici su brzo savladali i razumjeli Logo naredbe te su se bez problema izražavali pomoću njih što im je predstavljalo novi izazov koji je upravo dovoljno prilagođen za njihov uzrast te su imali osjećaj da rade nešto više od same geometrije. Bili su u ulozi programera što im se, kako je opaženo, jako sviđjelo.

Posebno pozitivan aspekt Loga u poučavanju geometrije, što direktno pozitivno utječe na interaktivno sudjelovanje učenika u nastavi, je mogućnost izvršavanja naredbi odnosno rješavanja zadatka korak po korak. Time nastavnik vrlo lako može primijetiti je li brzina predavanja prilagođena učenicima. Nadalje, nastavniku omogućuje da uoči točno u kojem koraku dolazi do eventualnih poteškoća u razumijevanju koncepata geometrije kod učenika te se samim time olakšava nastavniku otklanjanje istih.

Iz svega navedenog, sa sigurnošću se može zaključiti da je Logo program izuzetno učinkovit u interaktivnom poučavanju geometrije.

## 4 Rasprava

Na osnovu ovog istraživanja, može se reći da je dozirano uvođenje tehnologije pozitivno u poučavanju geometrije. Naravno, geometrijsko crtanje se ne bi trebalo u potpunosti zamijeniti računalnim crtanjem. Geometrijsko crtanje kod djece razvija motoriku, prostornu inteligenciju, preciznost i urednost što je svakako pozitivan učinak. Kroz proces crtanja uz pomoć Logo programa, učenici imaju priliku susresti se s osnovama informatičke pismenosti i programiranja. Ovo iskustvo pruža im uvid u računalne programe koji imaju širu primjenu, za razliku od većine programa koje većina današnjih učenika koristi, a koji su uglavnom namijenjeni zabavi i društvenim mrežama.

Kvalitativna analiza pokazuje da učenici koji su koristili Logo program pokazuju dublje razumijevanje i sposobnost povezivanja apstraktnih koncepata s konkretnim primjerima u stvarnom svijetu. Nadalje, učenici iz eksperimentalne skupine iznijeli su komentare koji ukazuju na aktivniji pristup učenju, dublje razmišljanje i bolje povezivanje geometrijskih koncepata. Osim toga, učenici su pokazali sposobnost primjene stečenih znanja na različite situacije te logičko razmišljanje u rješavanju zadataka. S druge strane, učenici iz kontrolne skupine pokazali su tendenciju prema šabloniziranom učenju i manje sposobnosti primjene naučenog u novim situacijama.

### 4.1 Prednosti primjene Logo programa u usporedbi s tradicionalnim metodama poučavanja geometrije

Kroz ovo istraživanje uočeno je nekoliko prednosti primjene Logo programa u poučavanju geometrije u odnosu na isključivo tradicionalni pristup poučavanja geometrije.

Prvo, interaktivno poučavanje geometrije putem Logo programa omogućava učenicima aktivno sudjelovanje u procesu učenja, što doprinosi njihovom angažmanu i boljem razumijevanju gradiva.

Nadalje, jednostavnost i intuitivnost Logo programa olakšava učenicima učenje, čineći ga pristupačnim čak i onima koji nisu vješti s tehnologijom.

Kroz upotrebu Logo programa, apstraktni koncepti u geometriji postaju konkretniji jer se učenici suočavaju s njima kroz crteže koje sami stvaraju korak po korak.

Primjena Logo programa pruža bolju kontrolu brzine i jasnoću u poučavanju geometrije što omogućava učiteljima prilagodbu tempa nastave individualnim potrebama učenika, što rezultira boljim razumijevanjem gradiva.

Pokazalo se da praktična primjena matematičkog znanja kroz Logo program povećava motivaciju učenika za učenjem geometrije jer vide kako matematika može biti korisna u stvarnom svijetu.

Korištenjem Logo programa, učitelji uspijevaju pridobiti i zadržati pažnju učenika jer im pružaju interaktivno i dinamično okruženje za učenje.

Ovim načinom poučavanja dolazi do promjene u ulozi učenika, od pasivnih primatelja informacija do aktivnih sudionika u stvaranju, omogućuje im da preuzmu kontrolu nad svojim učenjem i razvijaju kreativnost.

Osim toga, matematički zadaci dobivaju novo značenje i svrhu kroz upotrebu Logo programa, potičući dublje razumijevanje gradiva.

Konačno, kroz korištenje Logo programa, učenici razvijaju i svoju informatičku pismenost, što je ključna vještina u današnjem digitalnom dobu.

## **4.2 Ograničenja istraživanja**

Iz rezultata Mann-Whitney testa prikazanih u Tablici 3.2 primjećuje se nedostatak statistički značajne razlike između kontrolne i eksperimentalne skupine na post-testu nakon ponavljanja gradiva. Budući da je rezultat Mann-Whitney testa iznosio 0,069 što je blizu granice od 0,05 za statističku značajnost, postoji mogućnost da bi povećanje uzorka ispitanika i produženje vremenskog razdoblja za ponavljanje moglo rezultirati drugačijim rezultatima i zapravo pokazalo da bi ipak mogla postojati statistički značajna razlika. Ograničenja poput malog uzorka ispitanika i kratkog vremenskog perioda za ponavljanje mogu otežati interpretaciju rezultata. Kako bi se adresirala ta ograničenja, preporučuje se provođenje dodatnih istraživanja s većim uzorkom ispitanika i produženim razdobljem ponavljanja kako bi se dobili pouzdaniji i reprezentativniji rezultati.

U kontekstu istraživanja, činjenica da su skupine imale različitog nastavnika tijekom cijelog eksperimentalnog razdoblja predstavlja varijabilnost u procesu poučavanja. Iako su



oba nastavnika odradila jednakih 13 tradicionalnih predavanja o mnogokutima na početku istraživanja, ova razlika u nastavnicima može dovesti do varijacija primjerice u stilu komunikacije koje mogu utjecati na rezultate istraživanja. Preporučuje se budućim istraživanjima uzeti u obzir ovu varijabilnost u odabiru i postavljanju istog nastavnika u obje skupine.

## Zaključak

Uvođenje tehnologije u obrazovni proces predstavlja značajnu inovaciju koja može obogatiti i unaprijediti načine poučavanja i učenja, posebno u kontekstu poučavanja geometrije. Geometrija je izuzetno pogodno područje za inovativne pristupe u poučavanju, što se posebno ističe kroz integraciju tehnologije i programiranja. Kornjačina grafika predstavlja jedan od takvih inovativnih pristupa geometriji. Ova računalna paradigma omogućava učenicima da se lakše povežu s geometrijskim konceptima putem dinamičnih interakcija s virtualnom kornjačom.

Uloga tehnologije u poučavanju geometrije temelji se na konstruktivističkim perspektivama učenja, gdje se učenje percipira kao proces rekonstrukcije geometrijskog znanja. Interakcija između učenika i tehnologije ključna je za ovu rekonstrukciju, dok uloga nastavnika ostaje važna u usklađivanju razumijevanja učenika s općeprihvaćenim značenjima matematičkog znanja. Pored toga, kornjačina grafika pruža model učenja koji potiče aktivno sudjelovanje učenika i razvoj matematičke i informatičke pismenosti.

S obzirom na sve navedeno, istraživanje o utjecaju primjene kornjačine grafike u Logo programskom jeziku na usvajanje osnovnih pojmova o mnogokutima u poučavanju geometrije među učenicima osmih razreda osnovne škole predstavlja važan korak prema pronalaženju inovativnih pristupa koji će unaprijediti učenje i razumijevanje geometrijskih koncepata.

U konačnici, rezultati istraživanja sugeriraju da je Logo program izuzetno učinkovit alat u interaktivnom poučavanju geometrije te bi mogao biti korisno sredstvo za unaprjeđenje nastave matematike u školama.

## Literatura

- [1] COHEN, L., MANION, L., MORRISON, K. Research methods in education. Routledge, 2002.
- [2] RIASTUTIA, N., MARDIYANAB, & PRAMUDYAC, I. Analysis of Students Geometry Skills Viewed from Spatial Intelligence. Department of Mathematics Education, Postgraduate Program of Sebelas Maret University, Jl. Ir. Sutami No. 36A, Jebres, Surakarta, Jawa Tengah 57126, Indonesia, 2017.
- [3] JABLONSKI, S., LUDWIG, M. Teaching and Learning of Geometry—A Literature Review on Current Developments in Theory and Practice. *Education Sciences*, 13(7), 682, 2023.
- [4] BAIRAKTAROVA, D. Coordinating Mind and Hand: The Importance of Manual Drawing and Descriptive Geometry Instruction in a CAD-Oriented Engineering Design Graphics Class. *Engineering Design Graphics Journal (EDGJ)*, 81(3), 2017.
- [5] LABORDE, C., KYNIGOS, C., HOLLEBRANDS, K., & STRÄSSER, R. Teaching and learning geometry with technology. *Handbook of research on the psychology of mathematics education*, 275-304., 2006.
- [6] PAPERT, S. *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books, 1980.

## Popis slika

Sl. 2.1 Shematski prikaz tijeka istraživanja.....	12
Sl. 2.2 Shematski prikaz nacрта istraživanja.....	13
Sl. 2.3 Logo crtež – Kvadrat (pravilni četverokut).....	15
Sl. 2.4 Logo crtež – Rezultat greške pri crtanju pravilnog trokuta.....	16
Sl. 2.5 Logo crtež – Pravilni trokut.....	17
Sl. 2.6 Logo crtež – Pravilni peterokut .....	18
Sl. 2.7 Logo crtež – Karakteristični trokuti pravilnog šesterokuta .....	19
Sl. 2.8 Logo crtež – Karakteristični trokut pravilnog šesterokuta .....	20
Sl. 2.9 Logo crtež – Opisana kružnica pravilnog mnogokuta .....	21
Sl. 2.10 Crtež na ploči - Opisana i upisana kružnica pravilnog mnogokuta .....	21
Sl. 2.11 Crtež na ploči – Dijagonale iz jednog vrha mnogokuta .....	22
Sl. 2.12 Crtež na ploči – Ukupan broj dijagonala mnogokuta.....	22
Sl. 2.13 Logo crtež – Karakteristični trokut pravilnog peterokuta .....	24
Sl. 2.14 Logo crtež – pravilni mnogokuti.....	24
Sl. 2.15 Logo crtež – Kuća.....	26

## Popis tablica

Tablica 2.1 Metrijske karakteristike testa .....	6
Tablica 2.2 Sudionici .....	10
Tablica 2.3 Naredbe u programskom jeziku Logo .....	14
Tablica 2.4 Logo kôd za crtanje pravilnih mnogokuta .....	18
Tablica 3.1 Rezultati Mann-Whitney testa za utvrđivanje razlike između grupa na pred-testu .....	28
Tablica 3.2 Rezultati Mann-Whitney testa za utvrđivanje razlike između grupa na post-testu .....	28
Tablica 3.3 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa .....	30
Tablica 3.4 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa kontrolne skupine.....	32
Tablica 3.5 Rezultati Wilcoxon testa između dva testa eksperimentalne skupine .....	33








# Privitak

## TEST 1

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Datum: \_\_\_\_\_

1. Što je, a što nije od navedenog mnogokut?

GEOMETRIJSKI OBLIK	DA/NE	OBJASNI
		
		
		
		
		
		
		

2. Promotri pravilni mnogokut na slici i dopuni:



Prostor za izračun:

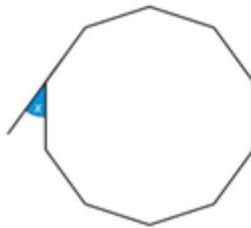
Mnogokut na slici ima  $n =$  \_\_\_\_\_ i poznatu veličinu \_\_\_\_\_ kuta.

Svaki unutarnji kut je veličine \_\_\_\_\_°. (odgovor se priznaje ako napišeš postupak u prostor za izračun)

3. Ispuni podatke o zadanim pravilnim mnogokutima.

MNOGOKUT	NAZIV	n	VELIČINA VANJSKOG KUTA	VELIČINA UNUTARNJEG KUTA	ZBROJ VELIČINA SVIH VANJSKIH KUTOVA	ZBROJ VELIČINA SVIH UNUTARNJIH KUTOVA
						
						
						

4. Kolika je veličina vanjskog kuta  $x$  pravilnog mnogokuta prikazanog na slici. U prostor za izračun izračunaj (opiši) kako si izračunao/la vanjski kut.



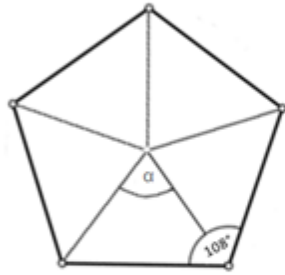
- a.  $10^\circ$
- b.  $36^\circ$
- c.  $144^\circ$
- d.  $180^\circ$
- e.  $360^\circ$

Prostor za izračun:

5. Ispuni podatke o zadanim mnogokutima.

MNOGOKUT	UKUPAN BROJ DIJAGONALA MNOGOKUTA	BROJ DIJAGONALA IZ JEDNOG VRHA MNOGOKUTA	JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN? DA/NE	BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTOVA
				
				
				

6. Odredi kutove karakterističnog trokuta.



- a.  $\alpha = 144^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$
- b.  $\alpha = 108^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$
- c.  $\alpha = 54^\circ, \beta = 54^\circ, \beta = 54^\circ$
- d.  $\alpha = 72^\circ, \beta = 54^\circ, \beta = 54^\circ$
- e.  $\alpha = 72^\circ, \beta = 108^\circ, \beta = 108^\circ$

Prostor za izračun:

5. Ispuni podatke o zadanim mnogokutima.

MNOGOKUT	UKUPAN BROJ DIJAGONALA MNOGOKUTA	BROJ DIJAGONALA IZ JEDNOG VRHA MNOGOKUTA	JE LI MNOGOKUT KONVEKSAN? DA/NE	BROJ KARAKTERISTIČNIH TROKUTOVA	LOGO KOD:
