

# Analiza usvojenosti mehaničkih koncepata među učenicima osnovne škole

---

**Kuzmanić, Matea**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:421273>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-09-21**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet

**ANALIZA USVOJENOSTI MEHANIČKIH  
KONCEPATA MEĐU UČENICIMA  
OSNOVNE ŠKOLE**

Diplomski rad / Master thesis

Matea Kuzmanić

Split, 29. rujan 2023.

## ZAHVALA:

Želim se zahvaliti svojoj majci što me uvijek podržavala i vjerovala u mene tijekom svih ovih godina školovanja. Isto bih se voljela zahvaliti svojoj mentorici doc. dr. sc. Martini Požar koja mi je bila od velike pomoći sa svojim savjetima i idejama da ovaj rad uspješno napravim.

Hvala!

## Temeljna dokumentacijska kartica

---

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

### Analiza usvojenosti mehaničkih koncepata među učenicima osnovne škole

Matea Kuzmanić

Sveučilišni diplomski studij Matematika i fizika, nastavnički smjer

#### Sažetak:

Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja je proveo nacionalne ispite iz Fizike za učenike osmoga razreda u svim osnovnim školama u školskoj godini 2022./2023. Zbog postojanja takve vrste ispita, pitanje usvojenosti fizikalnih koncepata koji se obrađuju u sedmom razredu osnovne škole postaje izuzetno važno. Cilj ovog rada je odrediti kolika je usvojenost temeljnih fizikalnih koncepata iz područja mehanike među učenicima osmog razreda osnovne škole. Sudionici istraživanja su učenici sedmih i osmih razreda nekoliko osnovnih škola. Kontrolna skupina sastoji se od učenika sedmih razreda, koji su netom obradili gradivo iz mehanike. Eksperimentalnu skupinu čine učenici osmog razreda, koji su isto gradivo obradili godinu dana ranije. Instrument istraživanja je test od deset konceptualnih zadataka na zaokruživanje. Obradeni rezultati testa pokazuju razlike u postignutoj usvojenosti fizikalnih koncepata među učenicima osmog razreda naspram učenika sedmog razreda. Rezultati su također analizirani i obzirom na spol pristupnika.

- Ključne riječi:** fizikalni koncepti, mehanika, usvojenost fizikalnih koncepata, osnovna škola
- Rad sadrži:** 44 stranice, 12 slika, 24 tablice, 33 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.
- Mentor:** doc. dr. sc. Martina Požar
- Ocjenjivači:** doc. dr. sc. Martina Požar  
izv. prof. dr. sc. Bernarda Lovrinčević  
Andro Petković, mag. phys.
- Rad prihvaćen:** 29. 9. 2023.

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

## Basic documentation card

---

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

### **The analysis of the retention of mechanical concepts among primary school students**

Matea Kuzmanić

University graduate study programme Mathematics and Physics, orientation Education

#### **Abstract:**

The National Center for External Evaluation of Education conducted national exams in Physics for eighth grade students in all elementary schools in the 2022/2023 school year. Due to the existence of this type of exam, the issue of the retention of physical concepts that are covered in the seventh grade of elementary school becomes extremely important. The aim of this paper is to determine the level of retention of basic physical concepts in mechanics among students of the eighth grade of elementary school. The research participants are seventh and eighth grade students from several elementary schools. The control group consists of seventh-grade students, who have just studied mechanical topics. The experimental group consists of eighth-grade students, who studied the same material a year earlier. The research instrument is a test of ten multiple choice conceptual tasks. The processed test results show the differences in the achieved mastery of physical concepts among eighth-grade students versus seventh-grade students. The results were also analysed regarding the gender of the participants.

**Keywords:** physical concepts, mechanics, retention of physical concepts, elementary school

**Thesis consists of:** 47 pages, 12 figures, 24 tables, 33 references. Original language: Croatian.

**Supervisor:** Assist. Prof. Dr. Martina Požar

**Reviewers:** Assist. Prof. Dr. Martina Požar  
Asoc. Prof. Dr. Bernarda Lovrinčević  
Andro Petković, mag. phys.

**Thesis accepted:** 29. 9. 2023.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

## Sadržaj

<b>1</b>	<b>UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>PREGLED LITERATURE</b> .....	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>MATERIJALI I METODE</b> .....	<b>7</b>
3.1	Konceptualni test .....	7
3.2	Analiza konceptualnih zadataka .....	10
<b>4</b>	<b>REZULTATI</b> .....	<b>14</b>
4.1	Rješivost testa po razredu .....	14
4.2	Rješivost testa po spolu .....	21
4.3	Pouzdanost testa.....	27
<b>5</b>	<b>RASPRAVA</b> .....	<b>30</b>
5.1	Analiza po zadatcima.....	30
5.2	T-test .....	32
5.3	Rasprava o rezultatima t-testa.....	35
<b>6</b>	<b>PRIJEDLOZI ZA POBOLJŠANJE USVAJANJA KONCEPATA IZ MEHANIKE</b> .....	<b>38</b>
<b>7</b>	<b>ZAKLJUČAK</b> .....	<b>41</b>
<b>8</b>	<b>Literatura</b> .....	<b>42</b>
<b>9</b>	<b>Prilozi</b> .....	<b>44</b>

# 1 UVOD

Nacionalni centar za vanjsko obrazovanje je počeo provoditi nacionalne ispite za učenike osmih razreda od školske godine 2022./2023.. Učenici pišu nacionalne ispite iz hrvatskog jezika, matematike, prvog stranog jezika, povijesti, geografije, biologije, kemije te fizike. Nacionalni ispiti su standardizirani vanjski ispiti kojima je cilj utvrditi postignuća učenika u temeljnim znanjima i kompetencijama u ključnim dijelovima obrazovnih ciklusa te za samovrednovanje škole [1]. Isto tako su korisni za praćenje i unaprjeđenje kvalitete obrazovanja. Uvođenjem nacionalnih ispita postaje još važnija usvojenost gradiva sedmog razreda.

Učenici osnovnih škola u Hrvatskoj se u sedmom razredu upoznaju s tri nova predmeta, biologija, kemija i fizika. Budući da se učenici prvi put susreću s formalnijim pojmovima prirodnih znanosti, veliku ulogu u razumijevanju gradiva igra ta prva godina. Za razliku od kemije i biologije, fizika je za običnog čovjeka najmanje intuitivna. Drugim riječima, poruke fizike su apstraktnije od životne problematike kemije i biologije. Također, kad je u pitanju fizika učenici imaju pretkoncepte i intuitivne ideje koje su stekli životnim iskustvom. Često ti pretkoncepti stvaraju barijeru u ispravnom konceptualnom usvajanju znanstvenog znanja u školi, posebno što se tiče mehanike. Pokazalo se da učenici imaju tendenciju pridržavanja najrudimentarnijih modela i onih koje su prvo učili. Stoljećima edukacija je bila prenošenje znanja za reproduktivnost društva. Tada su društvene promjene bile spore i nije bilo većih promjena u tehnološkim ciklusima. Danas, u eri znanja i sve bržeg razvoja novih tehnologija, uloga fizikalnih temelja i fizike su sve važniji. Prirodnoznanstveno opismenjivanje populacije i jačanje znanja građana igra veliku ulogu u napretku države [2].

Po kurikulumu fizike učenici prvo obrađuju najosnovnije fizičke veličine vezane za tijelo, odnosno duljinu, površinu, volumen te gustoću. Također upoznaju pojmove kao što su sila, energije, rad i snaga. To su pojmovi koji se koriste u svakodnevnom žargonu pa dolazi do miješanja fizikalnih veličina sa svakodnevним pojmovima. Te, na samom kraju, obrađuje se unutarnja energija i struktura tvari, gdje se spominju i građa tvari [3].

Cilj ovog rada i istraživanja je provjeriti usvojenost koncepata iz mehanike među učenicima sedmih i osmih razred, tj. temeljnog gradiva fizike iz sedmog razreda. Želimo provjeriti kolika je usvojenost temeljnih fizikalnih koncepata iz mehanike, zaboravljaju li učenici gradivo sedmog razreda te postoji li razlika između učenika. Ispitane učenike iz dvije osnovne škole smo podijelili u dvije grupe, učenike sedmih razreda i učenike osmih razreda. Isto tako smo sve te učenike podijelili po spolu da provjerimo postoji li razlika u znanju učenica i učenika, odnosno pristupaju li različito nastavi fizike.

Rad je strukturiran na sljedeći način. U Poglavlju 2 se nalazi detaljan pregled kurikuluma 7. razreda osnovne škole koji korespondira gradivu u provedenom istraživanju, analizu udžbenika koji koriste učenici te analizu pitanja ovogodišnjih nacionalnih ispita i državne mature iz fizike. Poglavlje 3 se bavi opisom metodologije istraživanja, gdje je najvažniji instrument konceptualni test od deset pitanja. U istom poglavlju se analiziraju i odgovori na pitanja konceptualnog testa. Rezultati istraživanja su dani u Poglavlju 4, a u Poglavlju 5 raspravljamo o rezultatima rada. U Poglavlju 6 se nalaze prijedlozi i ideje za poboljšanje istraživanja i nastave fizike općenito. U Zaključku imamo sintezu najvažnijih saznanja i ideja iz ovog diplomskog rada.



## 2 PREGLED LITERATURE

Po kurikulumu koji se nalazi na službenim stranicama Narodne novine možemo pronaći detaljan opis što bi učenici trebali znati nakon sedmog razreda. Poznavanje fizike i njezina povijesnog razvoja upućuje na globalnu povezanost znanstvenika, njihovih ideja i rezultata. Kao što smo već spomenuli prva godina učenja fizike je ključna za razumijevanje fizike i stjecanja temeljnih znanja. Fizika obuhvaća iznimno širok skup spoznaja te kod učenika razvija kritičko i sustavno razmišljanje. Domene u predmetu Fizika su: struktura tvari, međudjelovanje, gibanje i energija. Drugačije od uobičajene podjele na mehaniku, termodinamiku, elektromagnetizam te valove. Iako ovakva podjela je dobro strukturirana postoji implikacija na povezanost sadržaja.

U osnovnoj školi fizika se uči u sedmom i osmom razredu te učenici imaju dva školska sata tjedno fizike. Ukupno u cijeloj godini imaju 70 sati fizike. Za sedmi razred tih 70 sati je najčešće podijeljeno na četiri dijela, tj. učenici obrađuju četiri nastavne cjeline. Prvo što uče je struktura tvari. Kao uvod u fiziku upoznaju se s različitim mjerama u fizici, kao što su vrijeme, duljina, površina, volumen, masa i gustoća. Uče što je fizička veličina i kako se zapisuju. Isto tako uspoređuju dimenzije i mase tijela te primjene gustoće tijela. Nakon toga učenici se upoznaju s međudjelovanjem tijela, gdje se susreću s mehanikom te uče o silama i njihovim učincima. Prvu silu koju uče je sila teža i težina, kasnije elastičnu silu, silu trenja, silu uzgona, zakonitost ravnoteže poluge i uz to koncept tlaka. Osim pojmova i definicija tih sila, učenici bi trebali naučiti opisati na koji način svaka sila djeluje, odrediti resultantnu silu, objasniti načine kako bi se sila trenja mogla smanjiti i povećati, primjene poluge, razliku stabilnog i nestabilnog tijela. Nakon obrade sila i tlaka učenici se upoznaju s fizičkim pojmom energija. Kao i sila, energija je pojam koji se pojavljuje u svakodnevnom životu i učenici često ih ne razlikuju. Osim potencijalne i kinetičke energije, susreću se i sa fizičkom veličinom rad i snaga te zakonom očuvanja energije. Na samom kraju sedmog razreda učenici prelaze sa makrosvijeta i nečega vidljivog i opipljivog, na atome i subatomske čestice koje nisu vidljive golim okom. Agregacijska stanja, toplinsko širenje tijela i unutarnja energija su među zadnjim konceptima koji učenici obrađuju u sedmom razredu. Preporuka kurikuluma je da učenici na kraju sedmog razreda znaju opisati postupak te provesti pokus i argumentirati rezultat, provedu neko istraživanje i, najbitnije od svega, da razumiju i pravilno opisuju fizičke veličine [3].

Učenici sedmih i osmih razreda koji su sudjelovali u istraživanju učili su fiziku u sedmom razredu iz udžbenika Školske knjige „Fizika oko nas 7“. Uz udžbenik imamo i pripadajuću radnu bilježnicu i kutiju za izvođenje pokusa. Unutar kutije, osim potrebnog pribora za obavljanje svakog pokusa, učenici dobiju radne listiće s opisom pokusa i istraživačkim pitanjima. Udžbenik je gradivo sedmog razreda podijelio u četiri cjeline. Prva cjelina, tijela i tvari, spominje pojmove pokusa, duljine, površine, volumena, mase i gustoće. U kutiji za pokus se nalaze četiri radna listića i preporuka izdavačke kuće je da se određeni pojmovi obrađuju

duže sa zadnjim satom obrađivanjem pokusa. Druga cjelina, međudjelovanje tijela, ima devet lekcija i imamo šest radnih listića s pokusima u kutiji. Prvo se obrađuje pojam sile, a prva sila koja se uči je elastična sila. Tek nakon obrade elastične sile, učenici uče kako se sile sastavljaju, pa težinu i silu težu, silu uzgona i silu trenja. Osim sila, učenici uče o težištu, zakonu poluge i na kraju o tlaku. Treća cjelina, energija, započinje s fizičkim veličinama rad pa snaga. Sljedeća lekcija je oblici energije koja je podijeljena na tri dijela, različite oblike energija, kinetička, gravitacijska i elastična. Zadnja lekcija je pretvorba energija uz koju postoji radni listić o automobilu-igrački sa solarnim panelima. Učenici dobiju u kutiji potreban pribor za automobil-igračku koji sami moraju sastaviti. To je ujedno jedini pokus unutar kutije za ovu cjelinu. Posljednja, četvrta, cjelina u udžbeniku je unutarnja energija i struktura tvari. Cjelina je podijeljena na osam lekcija, čestični sastav tvari, molekule i atomi, agregacijska stanja, unutarnja energija, toplinsko širenje tijela, mjerenje temperature, promjena unutarnje energije toplinom, o čemu ovisi toplina. U kutiji za pribor imaju dva pokusa vezana za toplinsko širenje tijela. Iako znanje mehanike koju smo istraživali u ovom radu ima najviše pokusa za obradu, nije nam poznato koliko i jesu li uopće učenici pokuse obrađivali [4].

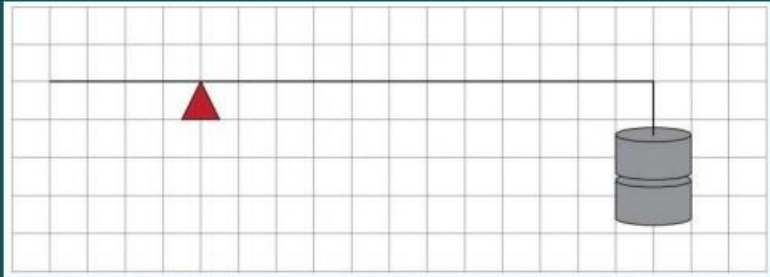
Cilj nacionalnih ispita iz fizike je ispitivanje znanja i vještina koje su učenici stekli tijekom dosadašnjega osnovnoškolskog obrazovanja. Sadržaj ispita, odnosno područja ispitivanja, mogu se pronaći u vodiču kroz sadržaj i strukturu nacionalnih ispita koju su napisali i objavili Nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja. Područja koja se ispituju na nacionalnom ispitu iz fizike su: struktura tvari, međudjelovanje, gibanje i energija. Iz tablice koju su objavili sa područjima ispitivanja, potpodručja ispitivanja, odgojno-obrazovnih ishoda i razrada ishoda možemo uočiti da se testiraju svi osnovni pojmovi i koncepti naučeni u sedmom razredu. Nacionalni ispit iz fizike sadrži 30 pitanja, od toga su 18 pitanja višestrukog odgovora, a 12 zadataka otvorenog tipa (2 zadatka kratkog odgovora i 10 zadataka produženoga odgovora). Isto tako su u vodiču objavili koliko zadataka iz svakog područja fizike se nalaze u ispitu [5].

**Tablica 1.** Broj zadataka u ispitu prema vrstama zadataka za svako potpodručje ispitivanja

POTPODRUČJE ISPITIVANJA	VRSTE ZADATAKA		UKUPAN BROJ ZADATAKA
	ZADATCI ZATVORENOGA TIPA	ZADATCI OTVORENOGA TIPA	
Tijela i tvari	2	1	3
Sila i međudjelovanje	4	5	9
Energija	3	1	4
Unutarnja energija i toplina	3	0	3
Električna struja	4	3	7
Gibanje	2	2	4
<b>UKUPNO</b>	<b>18</b>	<b>12</b>	<b>30</b>

Kao što možemo vidjeti u tablici 1. najveći broj zadataka je iz područja sila i međudjelovanja, skoro trećina testa. Ispit se piše 90 minuta bez prestanka. Na web stranici Nacionalnog centra za vanjsko vrednovanje obrazovanja, za razliku od provedenih državnih matura, nisu objavljeni javno nacionalni ispit, ali u vodiču imamo primjere zadataka.

Slika prikazuje dvostranu polugu. Na desni kraj poluge ovješena su dva jednaka utega.



Koliko jednakih takvih utega moramo objesiti na lijevi kraj poluge da bi bila u ravnoteži?

A. dva  
B. četiri  
C. šest  
D. osam

The diagram shows a horizontal beam on a triangular fulcrum. The fulcrum is positioned 3 grid units from the left end and 7 grid units from the right end. On the right end, two identical cylindrical weights are suspended vertically. The background is a grid.

**Točan odgovor:** C

**Područje ispitivanja:** *Međudjelovanja*

**Potpodručje ispitivanja:** *Sila i međudjelovanje*

**Odgojno-obrazovni ishod:** FIZ OŠ B.7.4. Učenik analizira uvjete ravnoteže tijela i zakonitost poluge.

**Razrada odgojno-obrazovnoga ishoda:** Učenik konstruira zakonitost ravnoteže poluge.

**Kognitivna razina:** primjena

**Procijenjena težina:** teško

**Slika 1.** *Primjer zadatka na nacionalnom ispitu iz fizike*

Školske godine 2008/2009. provedena je probna državna matura u Republici Hrvatskoj. Već sljedeće godine rezultati državne mature su bodovani za upise na fakultet. Srednje obrazovanje učenika koji pohađaju gimnaziju završava polaganjem državne mature. Za ostale učenike strukovnih i umjetničkih programa, koji traju četiri godine, mogu pristupiti državnoj maturi, ali nije nužno [6]. Osim tri glavna predmeta, matematika, hrvatski i engleski jezik, učenici mogu pisati državnu maturu i iz ostalih predmeta ovisno o potrebi upisivanja na fakultet. To nam uključuje i fiziku. Svake godine Nacionalni centar za vrednovanje vanjskog obrazovanja

objavljuje ispitni katalog za pojedini predmet u kojem opisuju što se točno ispituje i očekuje od učenika te tip pitanja za svaki predmet [7].

**Tablica 2.** Broj pitanja po području ispitivanja iz ispitnog kataloga za državnu maturu u školskoj godini 2022./2023.

POTPODRUČJE ISPITIVANJA	UDIO BODOVA	ZADATCI ZATVORENOGA TIPA	ZADATCI OTVORENOGA TIPA
MEHANIKA	25 %	5	3
TERMODINAMIKA	15 %	5	1
ELEKTROMAGNETIZAM	25 %	5	3
TITRANJE, VALOVI I OPTIKA	20 %	5	2
MODERNA FIZIKA	15 %	4	2
<b>UKUPNO</b>	<b>100 %</b>	<b>24</b>	<b>11</b>

Kao što se vidi u tablici 2. zadatci iz mehanike čine 25 % zadataka, odnosno četvrtina ispita. Istu tablicu, tj. tablicu s istim tipom postotaka po području ispitivanja, možemo pronaći u ispitnim katalogima u prethodnim pet godine (školska godina 21./22., 20./21., 19./20., 18./19. i 17./18.). Što nas dovodi do zaključka da konceptualno znanje iz fizike nam je potrebno i za državnu maturu.

### 3 MATERIJALI I METODE

U ovom dijelu ćemo opisati metodu evaluacije znanja učenika. Test s konceptualnim zadacima su rješavali učenici osmih i sedmih razreda Osnovne škole Bijaći, te učenici sedmih razreda Osnovne škole Okruk u Okrugu Gornjem. Ukupan broj učenika je 152, od toga 67 čine učenici osmih razreda, a 85 učenici sedmih razreda. Od 152 učenika, 73 su djevojčice, a 79 dječaci. Učenici obiju škola koriste udžbenike “Fizika oko nas” u izdanju Školske knjige [4, 8].

Priložit ćemo konceptualni test na zaokruživanje te analizirati zadatke koje su pristupnici trebali riješiti.

#### 3.1 Konceptualni test

U nastavku su navedeni konceptualni zadatci koji su adaptirani iz knjige “Peer instruction” Erica Mazura [9].

Knjiga „Peer instruction“ Erica Mazura je vodič za učitelja predmeta fizike na različitim razinama da potaknu učenike na razmišljanje o predmetu umjesto na pamćenje jednadžbi. Osim metoda rada za poboljšanje nastave, unutar knjige nalaze se brojna konceptualna pitanja i testovi iz različitih područja fizike. Ta pitanja su osmišljena da potaknu diskusiju i interakciju među ispitanicima za vrijeme nastave. Pitanja se isto mogu modificirati za ispite. U knjizi su opisane različite metode rada za različita područja fizike pomoću kojih učenici i studenti mogu lakše naučiti koncepte unutar fizike. Neke metode su bolje istražene od drugih, neke pokazuju bolje rezultate od drugih. Ova knjiga je od velike koristi nastavnicima i profesorima fizike.

Rješenja i objašnjenja rješenja su u sljedećem potpoglavlju, a rezultati koje su učenici ostvarili će biti prikazani u sljedećem poglavlju.

1. Čovjek gura vrlo težak teret po vodoravnoj vodoravnom podu. Rad sile teže na teretu
  - a) ovisi o težini tereta.
  - b) ne može se izračunati bez više informacija.
  - c) jednak je nuli.

2. Gravitacijska konstanta  $G$  je

- a) jednaka  $g$  na površini Zemlje.
- b) drugačije na Mjesecu nego na Zemlji.
- c) dobiven mjerenjem brzine padanja predmeta koji imaju različite mase.
- d) ništa od navedenog

3. Astronauti na mjesecu mogu skočiti visoko jer

- a) tamo teže manje nego na Zemlji.
- b) im je tamo masa manja nego na Zemlji.
- c) na Mjesecu nema atmosfere.

4. Gurate drveni sanduk po podu konstantnom brzinom. Odlučili ste okrenuti sanduk na drugu stranu, smanjujući upola površinu u kontaktu s podom. U novoj orijentaciji, da biste gurnuli isti sanduk preko istog poda istom brzinom, sila koju primjenjujete mora biti otprilike:

- a) četiri puta veća
- b) dvostruko veća
- c) jednako velika
- d) upola manja
- e) jedna četvrtina sile koja je bila potrebna prije nego što ste promijenili orijentaciju sanduka.

5. Dvije kuglice, jedna dvostruko teža od druge, spuštene su na tlo s krova zgrade. Neposredno prije udara o tlo, teža kuglica ima:

- a) jednaku kinetičku energiju kao i lakši.
- b) dvostruko veću kinetičku energiju od lakšeg.
- c) upola manje kinetičke energije od lakšeg.
- d) četiri puta veću kinetičku energiju od lakšeg.
- e) nemoguće odrediti.

6. Zamislite da držite dvije identične cigle pod vodom. Cigla A nalazi se odmah ispod površine vode, dok je cigla B na većoj dubini. Sila potrebna da se cigla B drži na mjestu je:

- a) veća
- b) ista kao
- c) manja od sile potrebne da se cigla A drži na mjestu.

7. Dvije jednake čaše napunjene su vodom do iste razine. U jednoj od dvije čaše plutaju kockice leda. Koja teži više?

- a) Čaša bez kockica leda.
- b) Čaša s kockicama leda.
- c) Njih dvoje imaju istu težinu.

8. Dvije jednake čaše napunjene su do iste razine vodom. U jednoj od dvije čaše plutaju kockice leda. Kad se kockice leda otope, u kojoj je čaši razina vode viša?

- a) Čaša bez kockica leda.
- b) Čaša s kockicama leda.
- c) U oba je ista.

9. Dvije čaše napunjene su vodom do iste razine. Jedna od dviju šalica ima plastične kuglice koje plutaju u njoj. Ako je gustoća plastičnih kuglica manja od gustoće leda, koja od dvije čaše teža?

- a) Šalica bez plastičnih kuglica.
- b) Šalica s plastičnim kuglicama.
- c) Njih dvoje imaju istu težinu.

10. Olovni uteg je pričvršćen za veliki čvrsti komad stiropora koji pluta u posudi s vodom. Zbog težine olova, razina vode je u ravnini s gornjom površinom stiropora. Ako se komad stiropora okrene naopako, tako da uteg sada visi ispod njega, razina vode u spremniku:

- a) raste.
- b) pada.
- c) ostaje ista.

## 3.2 Analiza konceptualnih zadataka

U nastavku su navedeni konceptualni zadatci sa svojim rješenjima i objašnjenjem rješenja.

1. Čovjek gura vrlo težak teret po vodoravnom podu. Rad sile teže na teretu

c) jednak je nuli.

Rad sile definiran je kao umnožak komponente sile u smjeru pomaka i veličine tog pomaka. [10]:

$$W = F \cdot s \quad (1)$$

Definicije rada koje se nalaze u novim i starijim udžbenicima su: rad je određen kao umnožak sile koja je djelovala na tijelo u smjeru puta i duljine puta [11]; rad je djelovanje sile puta [12]; kada sila  $F$  djeluje na tijelo uzduž puta  $s$ , kažemo da sila obavlja rad na tome tijelu [4]. Sila teže djeluje na tlo, a čovjek gura teret vodoravno, pa sila teže ne obavlja rad na teret, odnosno jednaka je nuli.

2. Gravitacijska konstanta  $G$  je

d) ništa od navedenog

Gravitacijska konstanta  $G$  je empirijska fizička konstanta dobivena laboratorijskim eksperimentom 1797./1798. te iznosi  $6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}$  [13, 14].

3. Astronauti na mjesecu mogu skočiti visoko jer

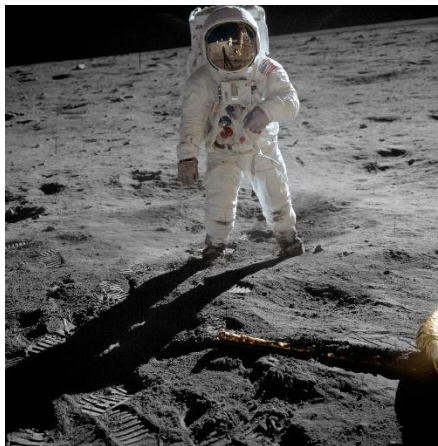
a) tamo teže manje nego na Zemlji.

Silu težu računamo kao umnožak mase tijela  $m$  i gravitacijske akceleracije  $g$ :

$$F = m \cdot g \quad (2)$$

Pošto je gravitacijska akceleracija manja na Mjesecu nego na Zemlji, tamo tijela teže manje i sporije padaju [13, 14, 15, 16].





**Slika 2.** Astronaut Buzz Aldrin na Mjesecu, slikao ga je astronaut Neil Armstrong koji se vidi u refleksiji kacige uz planetu Zemlju (slika preuzeta s <https://history.nasa.gov/alsj/a11/images11.html#Mag37> [17])

4. Gurate drveni sanduk po podu konstantnom brzinom. Odlučili ste okrenuti sanduk na drugu stranu, smanjujući upola površinu u kontaktu s podom. U novoj orijentaciji, da biste gurnuli isti sanduk preko istog poda istom brzinom, sila koju primjenjujete mora biti otprilike:

c) jednako velika

Sila je proporcionalna koeficijentu trenja  $\mu$  i težini sanduka  $F_g$ :

$$F_{tr} = \mu \cdot F_g \quad (3)$$

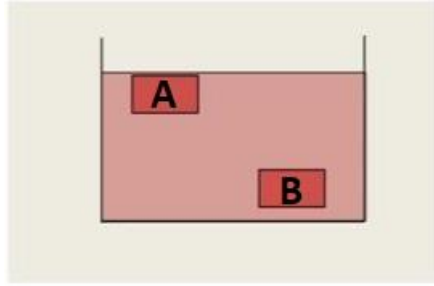
Nijedno ne ovisi o veličini površine koja je u kontaktu s podom [9].

5. Dvije kuglice, jedna dvostruko teža od druge, spuštene su na tlo s krova zgrade. Neposredno prije udara o tlo, teža kuglica ima:

b) dvostruko veću kinetičku energiju od lakšeg.

Kinetička energija je proporcionalna masi tijela [9], što se vidi iz sljedeće formule:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad (4)$$



*Slika 3. Dvije identične cigle uronjene pod vodom na različitim dubinama*

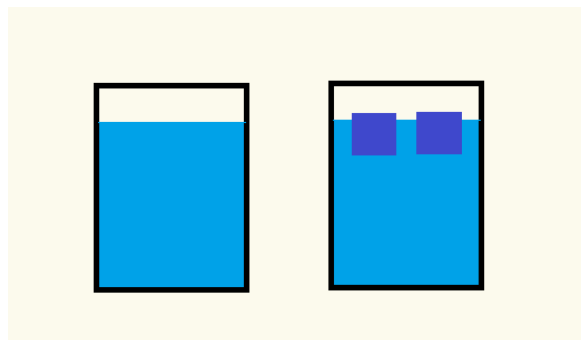
6. Zamislite da držite dvije identične cigle pod vodom. Cigla A nalazi se odmah ispod površine vode, dok je cigla B na većoj dubini. Sila potrebna da se cigla B drži na mjestu je:

b) ista kao sila potrebna da se cigla A drži na mjestu.

Sila uzgona na svaku ciglu jednaka je težini vode koju istiskuje, što vidimo iz relacije:

$$F_u = \rho_{tek} \cdot g \cdot V_{ur} \quad (5)$$

Gdje je  $\rho_{tek}$  gustoća tekućine,  $g$  gravitacijsko ubrzanje, a  $V_{ur}$  volumen uronjenog dijela tijela. Sila uzgona ne ovisi o dubini [9].



*Slika 4. Dvije identične napunjene vodom do iste razine, u lijevom samo voda, a u desnoj s kockicama leda*

7. Dvije jednake čaše napunjene su vodom do iste razine. U jednoj od dvije čaše plutaju kockice leda. Koja teži više?

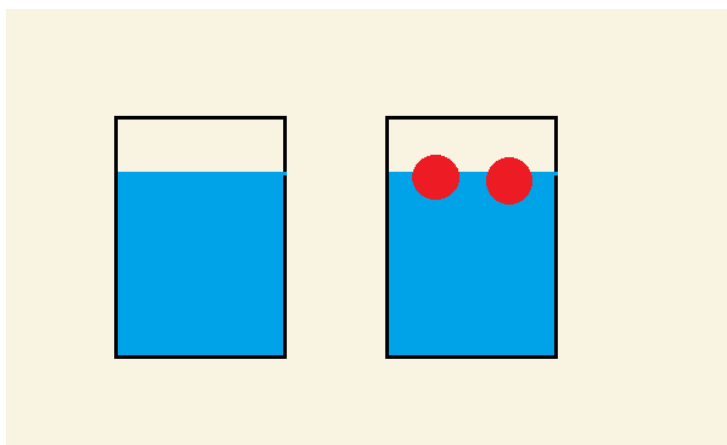
c) Njih dvije imaju istu težinu.

Ovo pitanje se nadovezuje na prethodno pitanje. Kockice leda istiskuju točno svoju težinu u vodi, tako da dvije čaše imaju istu težinu [9].

8. Dvije jednake čaše napunjene su do iste razine vodom. U jednoj od dvije čaše plutaju kockice leda. Kad se kockice leda otope, u kojoj je čaši razina vode viša?

c) U oba je ista.

Kada se kockice leda otope, pretvaraju se u količinu vode iste težine. Ova težina također je jednaka težini vode koju su kocke izvorno istisnule. Budući da su gustoće otopljenog leda i okolne vode identične, volumen koji zauzima otopljeni led točno je jednak volumenu istisnute vode [9].



*Slika 5. Dvije čaše napunjene vodom do iste razine, lijeva samo s vodom, a u desnoj s kuglicama*

9. Dvije čaše napunjene su vodom do iste razine. Jedna od dviju šalica ima plastične kuglice koje plutaju u njoj. Ako je gustoća plastičnih kuglica manja od gustoće leda, koja od dvije čaše teža?

c) Njih dvoje imaju istu težinu.

Plastične kuglice istiskuju točno svoju težinu u vodi, tako da dvije čaše teže jednako [9].

10. Olovni uteg je pričvršćen za veliki čvrsti komad stiropora koji pluta u posudi s vodom. Zbog težine olova, razina vode je u ravnini s gornjom površinom stiropora. Ako se komad stiropora okrene naopako, tako da uteg sada visi ispod njega, razina vode u spremniku:

c) ostaje ista.

Sila uzgona je nepromijenjena, tako da je volumen istisnute vode nepromijenjen, a razina vode ostaje ista [9].

## 4 REZULTATI

### 4.1 Rješivost testa po razredu

U tablicama 3., 4., 5., 6. i 7. su prikazani rezultati učenika sedmih i osmih razreda. Stupci prikazuju zadatke, a redci rezultate pojedinog učenika. Zadatcima koji su točno riješeni pridružen je broj jedan (1), zadatcima koji su netočno riješeni pridružena je nula (0), te u zadnjem stupcu prikazan je ukupan broj točno riješenih zadataka za svakog učenika. Zbog većeg broja ispitanika tablice su podijeljene u više dijelova. Prve dvije tablice su rezultati učenika osmih razreda.

*Tablica 3. Rezultati ostvareni u 8. a i 8. b razredu*

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
8.a 1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.a 2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.a 3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.a 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.a 5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.a 6	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.a 7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
8.a 8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.a 9	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3
8.a 10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2
8.a 11	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3
8.a 12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	3
8.a 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.a 14	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.a 15	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.a 16	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.a 17	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
8.b 1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.b 2	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	3
8.b 3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
8.b 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
8.b 5	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3
8.b 6	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
8.b 7	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.b 8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2
8.b 9	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	4
8.b 10	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	3
8.b 11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.b 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.b 13	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
8.b 14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
8.b 15	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3

**Tablica 4.** Rezultati ostvareni u 8. c i 8. d razredu

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
8.c 1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 3	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	4
8.c 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.c 6	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.c 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.c 8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.c 9	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
8.c 10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	4
8.c 11	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2
8.c 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.c 13	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.d 1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.d 2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.d 5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
8.d 6	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
8.d 7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
8.d 8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.d 9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
8.d 10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
8.d 11	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.d 12	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	3
8.d 13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
8.d 14	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	4
8.d 15	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	5
8.d 16	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2
8.d 17	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.d 18	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 19	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 20	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
8.d 21	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2
8.d 22	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	4

Naredne tri tablice su rezultati učenika sedmih razreda.

**Tablica 5.** Rezultati ostvareni u 7. a i 7. b razredu

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
7.a 1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 4	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	6
7.a 5	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	7
7.a 6	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 7	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 8	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	6
7.a 9	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	5
7.a 10	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	4
7.a 11	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.a 12	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 13	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	5
7.a 14	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	3
7.a 15	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	5
7.a 16	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	4
7.a 17	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 18	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	5
7.a 19	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 20	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	5
7.b 1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
7.b 2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
7.b 7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
7.b 8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 12	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
7.b 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7.b 14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7.b 15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7.b 16	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 17	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 18	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

**Tablica 6.** Rezultati ostvareni u 7. d i 7. a razredu

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
7.d 1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
7.d 2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.d 3	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.d 4	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2
7.d 5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3
7.d 7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
7.d 8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7.d 9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
7.d 10	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	3
7.d 11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 13	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 14	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 15	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.d 16	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	6
7.d 17	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2
7.d 18	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 19	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.a 2	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	5
7.a 3	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	7
7.a 4	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 5	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	4
7.a 6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.a 7	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	3
7.a 8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.a 9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.a 10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
7.a 11	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3
7.a 12	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	4
7.a 13	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	3
7.a 14	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3
7.a 15	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
7.a 16	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 17	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	3

**Tablica 7.** rezultati ostvareni u 7. b razredu

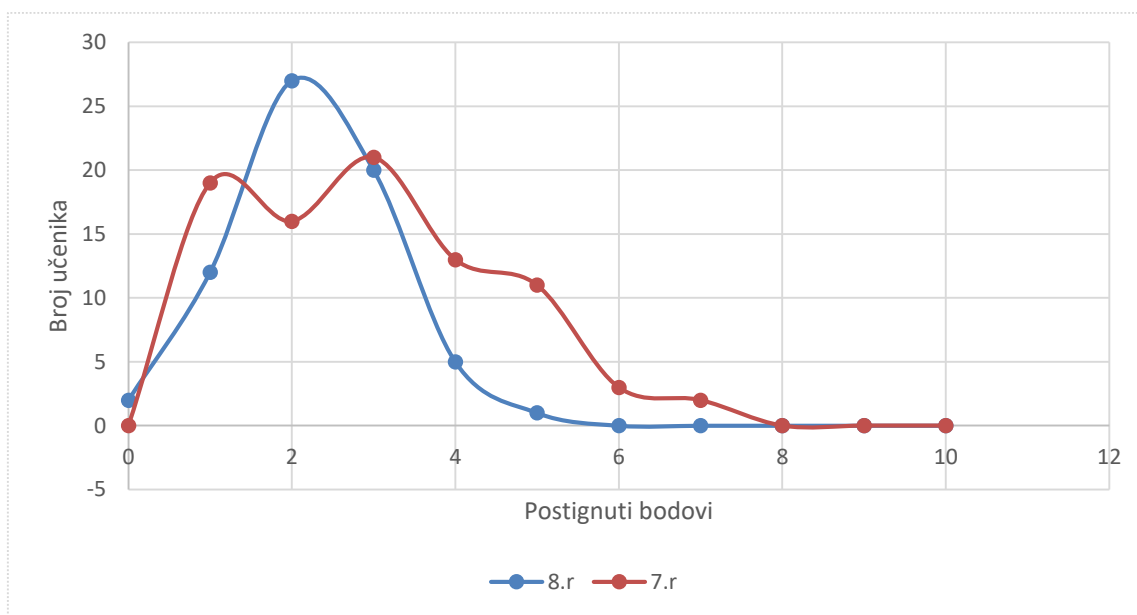
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
<b>7.b 1</b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
<b>7.b 2</b>	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
<b>7.b 3</b>	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2
<b>7.b 4</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
<b>7.b 5</b>	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	4
<b>7.b 6</b>	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	3
<b>7.b 7</b>	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	4
<b>7.b 8</b>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
<b>7.b 9</b>	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	4
<b>7.b 10</b>	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	5
<b>7.b 11</b>	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	3

Iz priloženih tablica možemo primijetiti da od 152 učenika nema nijednog sa maksimalnim mogućim brojem bodova, te nemamo učenika s rezultatima od 9 ni 8 bodova. Najveći postignuti rezultat je bio 6 bodova, a najmanji minimalni 0. U svrhu daljnje rasprave te obrade podataka koristili smo funkciju *Sumif* u programu Excel za određivanje učestalosti određenih rezultata. U nastavku su tablica te linijski i stupčasti graf s prikazanom dobivenih podataka.

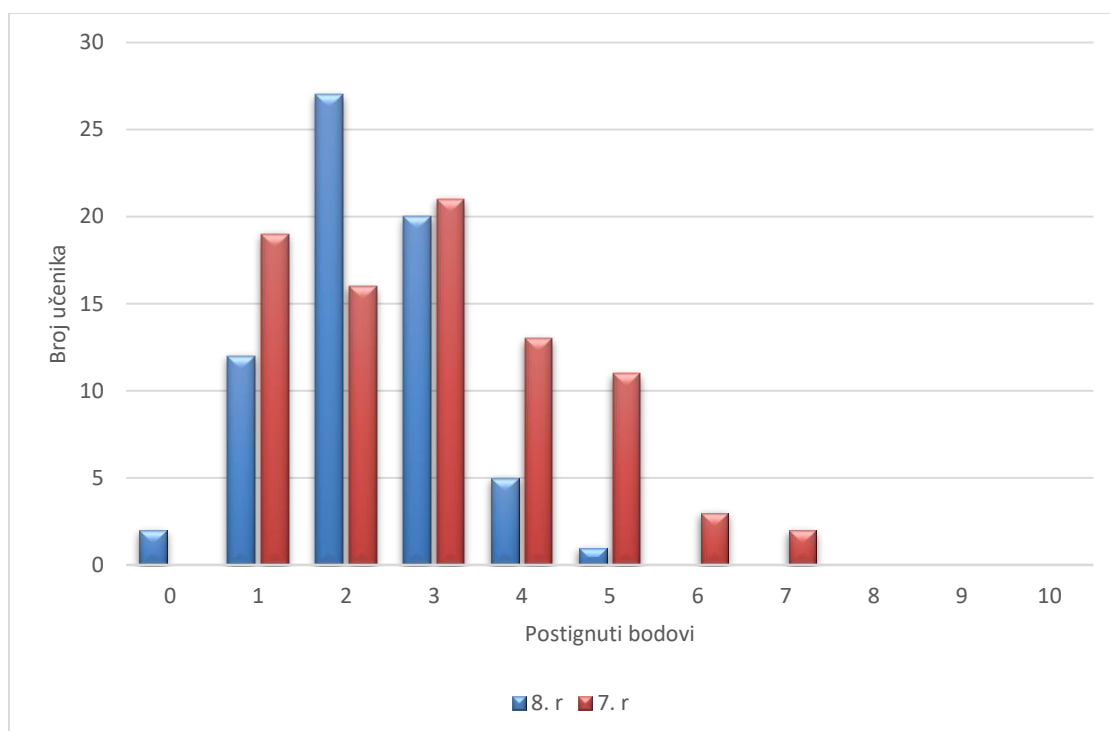
**Tablica 8.** Učestalost pojavljivanja određenih bodova po skupinama

Bodovi	8.r	7.r
0	2	0
1	12	19
2	27	16
3	20	21
4	5	13
5	1	11
6	0	3
7	0	2
8	0	0
9	0	0
10	0	0





*Slika 6. Linijski graf ostvarenih bodova po skupini.*



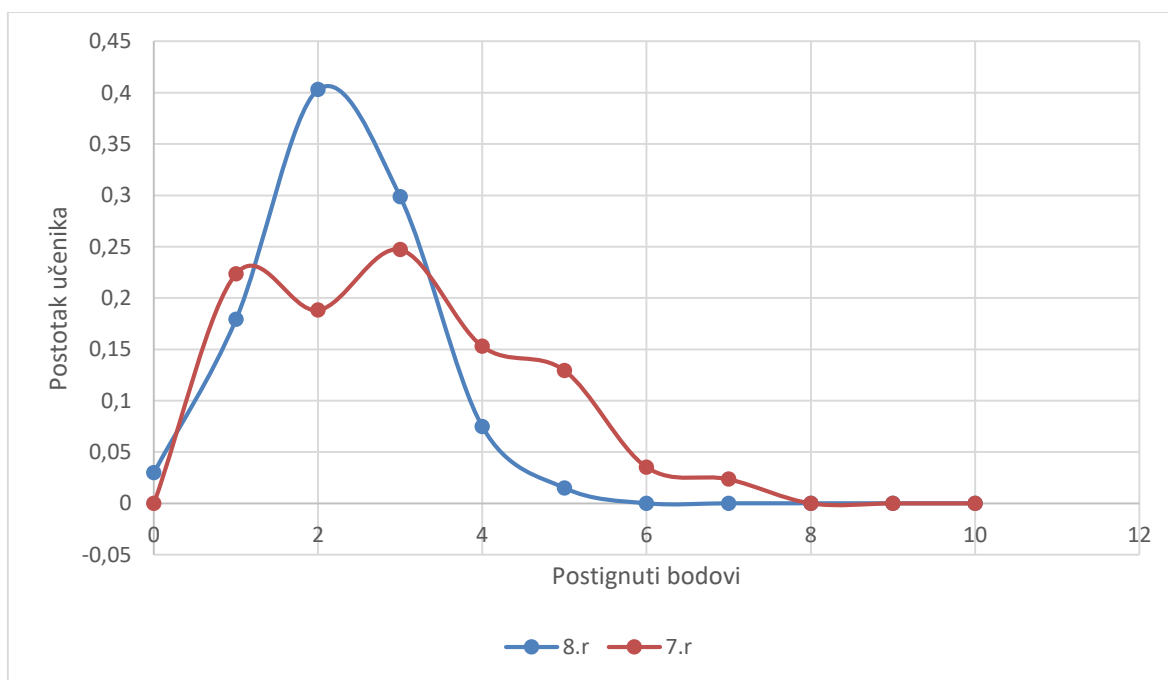
*Slika 7. Stupčasti graf ostvarenih bodova po skupini*

Kao što vidimo iz prijašnjih tablica, veći je broj ispitanika sedmih razreda nego osmih. Imamo odstupanje veće od 25% (~27%), tj. 67 učenika osmih razreda te 85 učenika sedmih razreda.

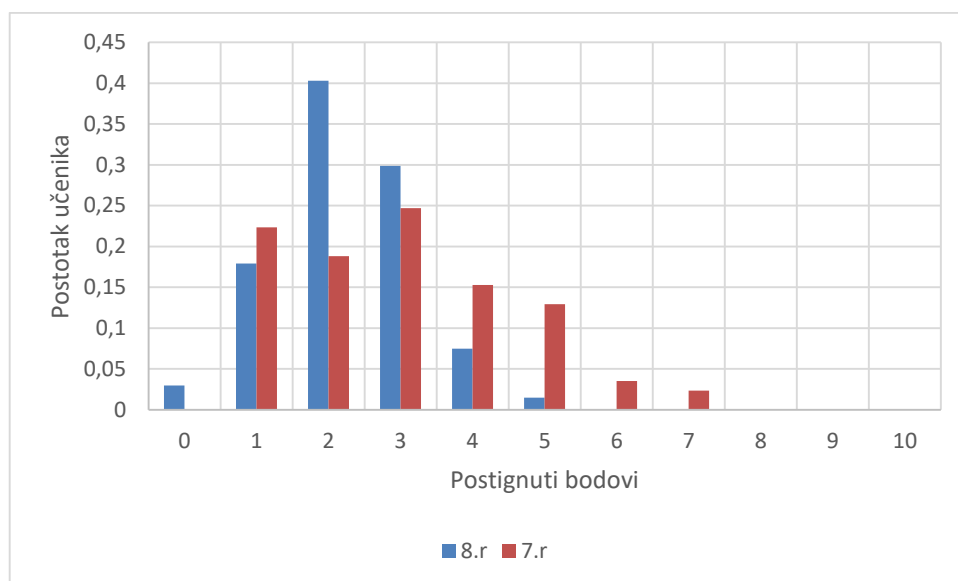
Da dobijemo bolji uvid u ostvarenost bodova izračunat ćemo postotak učenika koji su ostvarili određeni broj bodova. Postotak broja učenika s određenim brojem bodova po skupini je prikazan u tablici 9.

**Tablica 9.** Postotak određenih bodova po skupini

Bodovi	8.r	7.r
0	0,029851	0
1	0,179104	0,223529
2	0,402985	0,188235
3	0,298507	0,247059
4	0,074627	0,152941
5	0,014925	0,129412
6	0	0,035294
7	0	0,023529
8	0	0
9	0	0
10	0	0



**Slika 8.** Linijski graf postotka ostvarenih bodova po skupini



Slika 9. Stupčasti graf postotka ostvarenih bodova po skupini

## 4.2 Rješivost testa po spolu

U tablicama 10., 11., 12., 13. i 14. su prikazani rezultati učenika sedmih i osmih razreda odvojenih po spolu. Stupci prikazuju zadatke, a retci rezultate pojedinog učenika. Zadatcima koji su točno riješeni pridružen je broj jedan (1), zadatcima koji su netočno riješeni pridružena je nula (0), te u zadnjem stupcu prikazan je ukupan broj točno riješenih zadataka za svakog učenika. Zbog većeg broja ispitanika tablice su podijeljene u više dijelova. Prve dvije tablice su rezultati učenika osmih i sedmih razreda.

Tablica 10. Rezultati dječaka u 7. a i 7. b razredu osnovne škole Okrug

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
7.a 9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.a 10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
7.a 11	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3
7.a 12	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	4
7.a 13	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	3
7.a 14	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	3
7.a 15	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
7.a 16	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 17	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	3
7.b 7	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	4
7.b 8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2
7.b 9	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	4
7.b 10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	5
7.b 11	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	3

**Tablica 11.** Rezultati dječaka u osmim razredima (8. a, 8. b, 8.c i 8. d)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
8.a 9	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	3
8.a 10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2
8.a 11	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3
8.a 12	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	3
8.a 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.a 14	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.a 15	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.a 16	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.a 17	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
8.b 6	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
8.b 7	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.b 8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2
8.b 9	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	4
8.b 10	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	3
8.b 11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.b 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.b 13	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
8.b 14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
8.b 15	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	3
8.c 8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.c 9	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
8.c 10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	4
8.c 11	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	2
8.c 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.c 13	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.d 11	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.d 12	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	3
8.d 13	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
8.d 14	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	4
8.d 15	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	5
8.d 16	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2
8.d 17	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
8.d 18	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 19	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 20	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
8.d 21	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2
8.d 22	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	4

**Tablica 12.** Rezultati dječaka u sedmim razredima osnovne škole Bijaći

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
7.a14	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	3
7.a 15	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	5
7.a 16	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	4
7.a 17	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 18	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	5
7.a 19	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 20	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	5
7.b 8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 12	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
7.b 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7.b 14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
7.b 15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7.b 16	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 17	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 18	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.d 10	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	3
7.d 11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 13	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 14	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 15	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.d 16	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	6
7.d 17	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2
7.d 18	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.d 19	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4

U naredne dvije tablice su rezultati učenica osmih i sedmih razreda.

Tablica 13. Rezultati učenica sedmih razreda (7. a, 7. b, 7. d, 7. a i 7. b)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
7.a 1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 4	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	6
7.a 5	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	7
7.a 6	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 7	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	4
7.a 8	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	6
7.a 9	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	5
7.a 10	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	4
7.a 11	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	5
7.a 12	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 13	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	5
7.b 1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
7.b 2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
7.b 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.b 5	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.b 6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
7.b 7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
7.d 1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
7.d 2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.d 3	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
7.d 4	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2
7.d 5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.d 6	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3
7.d 7	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
7.d 8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7.d 9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
7.a 1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
7.a 2	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	5
7.a 3	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	7
7.a 4	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	3
7.a 5	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	4
7.a 6	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.a 7	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	3
7.a 8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
7.b 1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
7.b 2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
7.b 3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2
7.b 4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
7.b 5	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	4
7.b 6	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	3

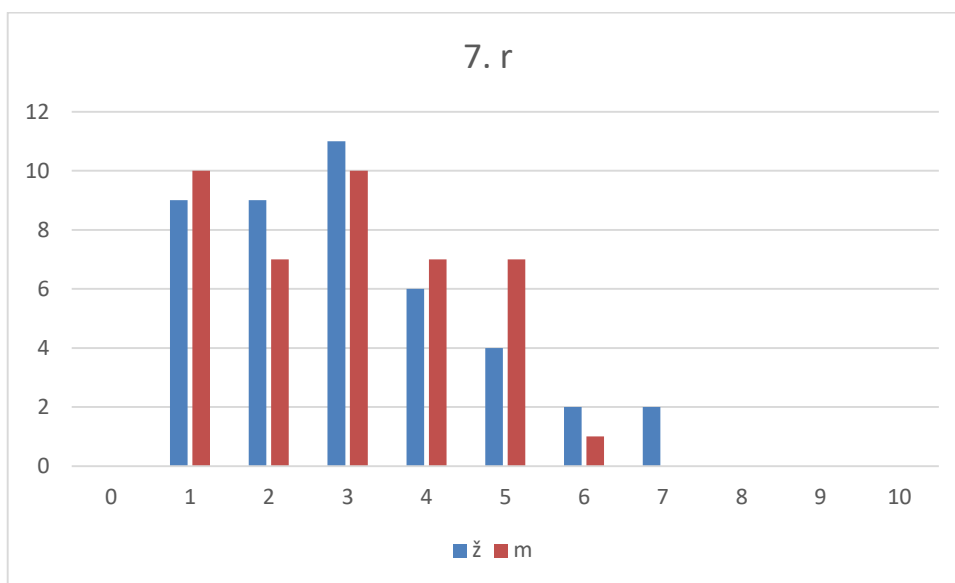
**Tablica 14.** Rezultati učenica osmih razreda (8. a, 8. b, 8. c i 8. d)

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Ukupno
8.a 1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8.a 2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.a 3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2
8.a 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.a 5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.a 6	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.a 7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2
8.a 8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.b 1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	3
8.b 2	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	3
8.b 3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3
8.b 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2
8.b 5	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	3
8.c 1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 3	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	4
8.c 4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
8.c 5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.c 6	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.c 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
8.d 1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.d 2	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2
8.d 4	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	2
8.d 5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2
8.d 6	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	3
8.d 7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
8.d 8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
8.d 9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3
8.d 10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	3

Kao što smo već komentirali, možemo primijetiti da od 152 učenika nema nijednog sa maksimalnim mogućim brojem bodova, te nemamo učenika s rezultatima od 9 ni 8 bodova. Najveći postignuti rezultat je bio 7 bodova i postigle su ga dvije učenice sedmih razreda. Najmanji postignuti rezultat je minimalni 0 i postigli su ga dva učenika osmih razreda. U svrhu daljnje rasprave te obrade podataka koristili smo funkciju *Sumif* u programu Excel za određivanje učestalosti određenih rezultata. U nastavku su tablica te stupčasti graf s prikazanim dobivenim podacima.

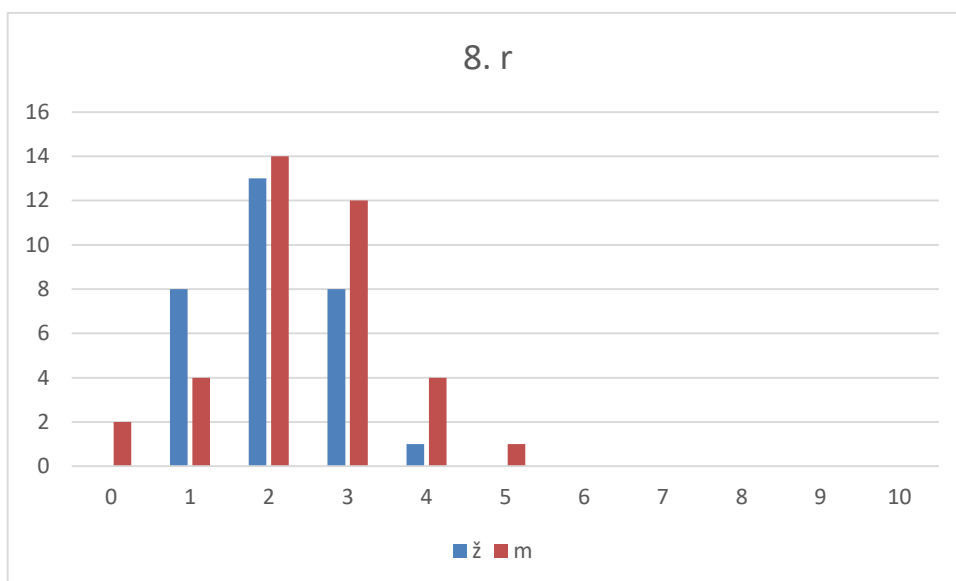
**Tablica 15.** Učestalost pojavljivanja određenih bodova po skupinama

Bodovi	8.r		7.r		Ukupno	
	ž	m	ž	m	ž	m
0	0	2	0	0	0	2
1	8	4	9	10	17	14
2	13	14	9	7	22	21
3	8	12	11	10	19	22
4	1	4	6	7	7	11
5	0	1	4	7	4	8
6	0	0	2	1	2	1
7	0	0	2	0	2	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0

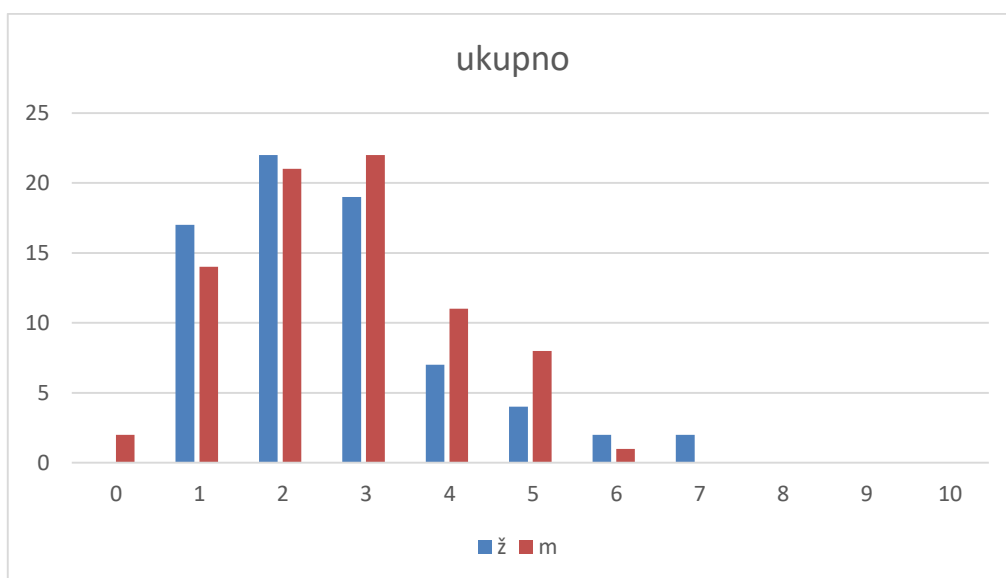


**Slika 10.** Stupčasti graf rezultata učenica i učenika sedmih razreda





*Slika 11. Stupčasti graf rezultata učenica i učenika osmih razreda*



*Slika 12. Stupčasti graf rezultata učenica i učenika sedmih i osmih razreda*

### 4.3 Pouzdanost testa

Prije detaljne analize rezultata moramo provjeriti pouzdanost testa. Pri određivanju pouzdanosti testa odredili smo indeks težine svakog pojedinog zadatka pa i indeks težine cijelog testa.

Težinu pojedinog zadatka nam pokazuje indeks težine zadatka. Indeks težine zadatka računa se tako da broj učenika koji su točno riješili zadatak podijelimo s ukupnim brojem učenika:

$$P_i = \frac{N_i}{N} \quad (6)$$

Pri čemu  $N_i$  nam predstavlja broj učenika koji su točno riješili  $i$ -ti zadatak, a  $N$  ukupan broj učenika koji su rješavali test. Možemo zaključiti da vrijednost od  $P$  će biti između 0 i 1. Što je dobivena vrijednost manja, tj. bliža nuli, to nam govori da je mali broj učenika točno riješilo zadatak što upućuje da je zadatak bio teži. Obratno, što je dobivena vrijednost veća, odnosno bliža jedinici, to nam govori da je veliki broj učenika točno riješilo zadatak pa je zadatak jednostavan. Zaključujemo da je idealan rezultat  $P$  vrijednosti nekog zadatka 0,5, ali općenito prihvaćamo sve vrijednosti koje se nalaze u rasponu od 0,2 do 0,8 [18]. U Tablici 14. prikazane su interpretacije različitih raspona indeksa težine [19].

**Tablica 16.** Interpretacija i opis značenja raspona indeksa težine

Raspon	Značenje	Opis
0,0 - 0,3	Izrazito teško	Ispitanici odgovaraju na pitanja nasumično stoga postoji mogućnost greške u zadatku
0,3 - 0,5	Vrlo teško	Zadatci su u ovome rasponu vrlo teški i predstavljaju izazov i najboljim ispitanicima.
0,5 - 0,7	Umjereno teško	Zadatci su umjereno teški, a blago naginju ka težoj kategoriji zadataka.
0,7 - 0,9	Umjereno jednostavno	U ovaj raspon spada većina klasično sastavljenih zadataka; Ispitanici se rijetko žale na njih.
0,9 – 1,0	Vrlo jednostavno	Zadatke koji spadaju u ovaj raspon s lakoćom rješava većina ispitanika; zapravo su prejednostavni da bi pružili ikakvu relevantnu informaciju o znanju ispitanika, a mogu narušiti pouzdanost testa.

Indeks težine testa računamo kao srednju vrijednost indeksa težine pojedinog zadatka. Drugim riječima, indeks težine testa računam pomoću sljedeće relacije:

$$\bar{P} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_i \quad (7)$$

Gdje nam je K ukupan broj zadataka u testu. U Tablici 15. prikazani su indeksi težine pojedinih zadataka i indeks težine cijelog testa.

*Tablica 17. Indeks težine zadataka i testa*

<b>Zadatak</b>	<b>P – indeks težine</b>
1.	0,026316
2.	0,105263
3.	0,388158
4.	0,361842
5.	0,677632
6.	0,157895
7.	0,236842
8.	0,144737
9.	0,236842
10.	0,322368
Ukupna složenost testa:	0,265789

Prosječni indeks testa nam ukazuje da je test bio izrazito težak za ispitanike. Iz tablice vidimo da su ispitanici najbolje riješili peti zadatak, a najlošije prvi.

## 5 RASPRAVA

Prije nego što započnemo analizu svakog zadatka pojedinačno, za bolje razumijevanje analize postaviti ćemo tablicu broja određenog odgovora po svakom pitanju.

*Tablica 18. Broj određenih odgovora za svako pitanje*

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
<b>odg a</b>	107	13	65	5	12	71	23	22	64	71
<b>odg b</b>	41	99	38	42	103	24	90	106	49	29
<b>odg c</b>	4	22	49	55	12	57	36	22	36	49
<b>odg d</b>	0	16	0	33	15	0	0	0	0	0
<b>odg e</b>	0	0	0	17	9	0	0	0	0	0

### 5.1 Analiza po zadacima

Analizirat ćemo rješivost pojedinih zadataka te komentirati najčešće odgovore. Analizu ćemo napraviti zasebno za svaki zadatak redoslijedom kojim se pojavljuju u testu.

1. Zadatak - Ispitanici su trebali povezati i uočiti da sila i put nisu u istom smjeru, odnosno da rad sile teže je jednak onda nuli. Učenici su najlošije riješili ovaj zadatak. Od 152 ispitanika samo četiri učenika sedmih razreda je riješilo točno ovaj zadatak. Najčešći odgovor na ovo pitanje je bilo pod a) ovisi o težini tereta. Od 152 ispitanika, svega 107 učenika, odnosno 70,4%, što je više od pola. Ovaj zadatak se pokazao izrazito teškim.
2. Zadatak - Cilj je bio da se učenici prisjete definicije gravitacijske konstante. Ovaj zadatak je riješilo 16 učenika, tj. 10,5% , a najčešći odgovor je bio pod b) da je  $G$  jednaka  $g$  na površini zemlje. Taj odgovor je dalo čak 99 učenika, tj. 65,1% učenika, što je više od pola. Ovaj zadatak se također pokazao izrazito teškim.
3. Zadatak - Na učenicima je da se prisjete da pojmovi težina i masa nisu isti. Ovaj zadatak je po indeksu težine vrlo težak, te svega 65 učenika ga je točno riješilo. On je drugi po redu s najviše točnih odgovora te ga je više od trećine učenika točno riješilo, tj. 38,8 %. Najveći broj odgovora je bio baš taj točni zadatak. Sljedeći po redu je pod c) da na Mjesecu možemo više skočiti nego na Zemlji zbog manjka atmosfere. Taj odgovor je dalo 49 učenika.

4. Zadatak - U ovom zadatku trebalo je uočiti da sila je proporcionalna koeficijentu trenja i težini sanduka te ne ovisi o veličini površine koja je u kontaktu s podom. Od 152 učenika, 55 ih je točno riješilo zadatak i to je bio najčešći odgovor, tj. 36,2% učenika je riješilo točno taj zadatak, što je više od trećine učenika. Sljedeći po redu bio je pod b) da je potrebna dvostruko veća sila, kojeg je zaokružilo 27,6% ispitanika. Po indeksu težine ovaj zadatak je vrlo težak.
5. Zadatak - Ovaj zadatak je bio usmjeren na usvojenost koncepta očuvanja energije i kinetičke energije. Učenici su najbolje riješili ovaj zadatak, od 152 ispitanika 103 su zaokružili točan odgovor. Odnosno 67,8% ispitanika je točno odgovorilo. Ovo je jedini zadatak kojeg su više od pola ispitanika točno riješili te je po indeksu težine zadatak umjereno težak.
6. Zadatak - Cilj ovog zadatka je bio da učenici se prisjete da sila uzgona jednaka je težini vode koju istiskuje i ne ovisi o dubini. Ovaj zadatak je točno riješilo samo 15,8 % učenika, odnosno samo 24 učenika. Najčešći odgovor je bio pod a) da je potrebna veća sila za ciglu na većoj dubini. Taj odgovor je dalo 71 učenik, tj. 46,7 %, što je skoro polovica ispitanika. Ovaj zadatak se također pokazao izrazito teškim.
7. Zadatak - U ovom zadatku trebalo je uzeti u obzir da kockice leda istiskuju točno svoju težinu u vodi pa je težina u obje čaše jednaka. Zadatak se pokazao izrazito teškim te ga je samo 23,7 % učenika točno riješilo, odnosno 36 učenika. Najčešći odgovor je bio pod b) da čaša s kockicama leda ima veću težinu. Taj odgovor je dalo 90 učenika, tj. 59,2%, što je više od pola ispitanika. Zadatak je izrazito težak po indeksu težine.
8. Zadatak - Ovaj zadatak ponovo ispituje razumijevanje da kockice leda istiskuju točno svoju težinu u vodi. Za razliku od prijašnjeg zadatka ovaj zadatak su točno riješili samo 14,5% učenika, tj. 22 učenika. Najčešći odgovor je bio pod b) da u čaši s ledom razina vode je viša, kojeg je zaokružilo 106 učenika, odnosno 69,7% učenika. Ovaj zadatak se također pokazao izrazito teškim.
9. Zadatak - Na učenicima je da se prisjete da tijela uronjena u tekućinu istiskuju svoju težinu i ne ovise o gustoći tijela. Najčešći odgovor na ovo pitanje bio je pod a) kojeg je dalo 64 učenika, tj. 42,1% ispitanika, a točan odgovor zaokružilo je najmanje učenika samo 36 njih, odnosno 23,7%. Po indeksu težine ovaj zadatak je izrazito težak.
10. Zadatak - U ovom zadatku je trebalo uzeti u obzir da se sila uzgona ne mijenja, tako da je volumen istisnute vode nepromijenjen. Od 152 učenika, 49 ih je točan odgovor

zaokružilo, odnosno 32,2 % što je skoro trećina ispitanika. To je bio drugi po redu najčešći odgovor, a prvi je bio pod a) da razina vode raste kojeg je dalo 71 učenika, tj. 47,7% skoro pola. Ovaj zadatak se također pokazao vrlo teškim.

## 5.2 T-test

Za obradu statističkih podataka koristili smo t-test kojim određujemo razliku srednjih vrijednosti između dvije grupe podataka. Prilikom odabira t-testa moramo razmotriti na kakvom tipu populacije smo proveli istraživanje i želimo li testirati razliku u određenom smjeru. Jedna od primjena t-testa je provjeravanje koliko se dvije grupe razlikuju i je li razlika značajna. U ovome istraživanju nas zanima postoji li značajna razlika između znanja iz mehanike učenika sedmih i osmih razreda. Kao nultu hipotezu postavljamo da ne postoji značajna razlika između te dvije skupine. Nultu hipotezu ćemo prihvatiti ili odbaciti ovisno o dobivenoj p vrijednosti. Kada se koristi t-test za određivanje razlike između grupa možemo koristiti sparni t-test ili nezavisni t-test. Kod sparnog t-testa koristi se jedna grupa ljudi i gledamo razliku u različitim vremenskim trenucima te grupe. S nezavisnim t-testom imamo dvije različite skupine ispitanika i provjeravamo postoji li razlika između njih. Možemo provesti dvostrani ili jednostrani t-test. Kod dvostranog t-testa važno nam je razlikuju li se dvije populacije jedna od druge, a kod jednostranog t-testa je li srednja vrijednost populacije veća ili manja od druge. T-test procjenjuje stvarnu razliku između dviju srednjih vrijednosti skupine koristeći omjer razlike u srednjim vrijednostima skupine u odnosu na standardnu pogrešku obiju skupina. To se može izračunati pomoću statističkih programa ili pomoću formule. Formula za t-test s dva uzorka kojem određujemo t vrijednost je:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (8)$$

Pri čemu su  $\bar{x}_1$  i  $\bar{x}_2$  srednje vrijednosti svake grupe,  $s_2$  ukupna standardna pogreška dviju skupina, te  $n_1$  i  $n_2$  broj ispitanika u svakoj skupini. Veća vrijednost t pokazuje da je razlika između srednjih vrijednosti skupine veća od skupne standardne pogreške, što ukazuje na značajniju razliku između skupina. Nakon što izračunamo t njenu vrijednost uspoređujemo s kritičnim vrijednostima navedenima u studentovoj t-distribuciji [20]. Ako je vrijednost veća tada možemo odbaciti nultu hipotezu i zaključiti da su dvije skupine zapravo različite. Osim t vrijednosti potrebna nam je p-vrijednost. P-vrijednost je broj, kojeg računamo statističkim testom, koji nam pokazuje kolika je vjerojatnost da je nulta hipoteza istinita. Odnosno govori nam koliko je vjerojatno da su se naši podaci mogli pojaviti pod nultom hipotezom. Što je vrijednost p manja tada je vjerojatnost odbacivanja nulte hipoteze veća. Manja p-vrijednost nam govori da se statistika testa udaljava od raspona statistike predviđenog nultom hipotezom.

Drugim riječima, ako je p-vrijednost 0,05 to nam govori da bi u 5% slučajeva vidjeli test jednako ekstreman kao ona u kojem je nulta hipoteza istinita. P-vrijednost sami odabiremo ovisno o razini značajnosti koju želimo postaviti za test i najčešće vrijednosti su 0,10, 0,05 i 0,01. Mi ćemo koristiti razinu značajnosti od 0,05 [21].

Varijanca je mjera varijabilnosti, odnosno prosječno kvadratno odstupanje od srednje vrijednosti. Ona nam govori o stupnju širenja skupa podataka. Što je varijanca veća u odnosu na srednju vrijednost to su podaci širi. Varijancu podataka  $s_n^2$  za niz od n podataka računamo formulom:

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 \quad (9)$$

Pri čemu je  $\bar{x}_n$  srednja vrijednost, a  $x_1, x_2, \dots, x_n$  niz podataka. U programu Excel postoji funkcija VAR.S koja automatski računa varijancu. Rezultati za dobivene podatke su u tablici 19. i 20..

**Tablica 19.** Varijanca po razredu

VARIJANCA	
8.r	7.r
0,9801	2,47563
Omjer veće i manje varijance:	2,525897

**Tablica 20.** Varijanca po spolu

VARIJANCA	
ž	m
2,12519	1,783187
Omjer veće i manje varijance:	1,191793

Kao pravilo, ako je omjer veće varijance prema manjoj varijanci manji od 4, tada pretpostavljamo da su varijance približno jednake i koristimo t-test za dva uzorka [22]. Iz podataka u tablicama vidimo da za jedan i drugi slučaj omjer varijanca je manji od 4 stoga možemo pretpostaviti da u ovom istraživanju su varijance jednake.

Osim varijance i p-vrijednosti u iskazivanju rezultata t-testa potrebni su nam i stupnjevi slobode. Stupnjevi slobode je broj neovisnih informacija korištenih za izračun statistike. Broj stupnjeva slobode se stavlja u zagrade pored statističkog testa. Broj ovisi o veličini uzorka, odnosno kad imamo mali uzorak onda imamo samo nekoliko stupnjeva slobode, a kada imamo

veliki uzorak onda imamo mnogo stupnjeva slobode. Naravno, postoje slučajevi kada sve vrijednosti u uzorku nisu slobodne, tj. podaci nisu nezavisni. Primjer takvog slučaja bi bilo da želimo navesti četiri cijela broja čiji je zbroj 50. Za prva tri broja imamo slobodu pri biranju, npr. 10, 15 i 8. Prva tri broja imaju svoju sumu, u našem slučaju 33, i zbog toga nemamo opciju biranja za četvrti broj već postoji ograničenje i da dobijemo sumu od 50 moramo izabrati broj 17. Broj stupnjeva slobode može se izračunati na više načina ovisno o uzorku i kakav test želimo provesti. Pošto mi radimo t-test s dva nezavisna uzorka tada formula za izračun stupnjeva slobode koju trebamo koristiti je:

$$df = n_1 + n_2 - 2 \quad (10)$$

Gdje nam  $n_1$  predstavlja veličinu uzorka prve grupe, a  $n_2$  veličinu druge grupe. U našem slučaju dobijemo da je [23]:

$$df = 67 + 85 - 2 = 73 + 79 - 2 = 150 \quad (11)$$

Nakon što smo naveli tri podatka koja su nam potrebna da provedemo t-test možemo prikazati rezultate t-testa. Drugim riječima, možemo otkriti postoji li značajna razlika između skupina. U programu Excel imamo funkcije koje računaju sve potrebne vrijednosti. Rezultati t-testa za obje skupine su u tablicama 21. i 22..

*Tablica 21. T-test za razrede*

	<b>7.r</b>	<b>8.r</b>
<b>Srednja vrijednost</b>	2,976471	2,253731
<b>Varijanca</b>	2,47563	0,9801
<b>n</b>	85	67
<b>Srednja varijanca</b>	1,727865	
<b>Pretpostavljena srednja razlika</b>	0	
<b>df</b>	150	
<b>t vrijednost</b>	3,365517	

*Tablica 22. T-test za spol*

	<b>m</b>	<b>ž</b>
<b>Srednja vrijednost</b>	2,683544	2,630137
<b>Varijanca</b>	1,783187	2,12519
<b>n</b>	79	73
<b>Srednja varijanca</b>	1,954189	
<b>Pretpostavljena srednja razlika</b>	0	
<b>df</b>	150	
<b>t vrijednost</b>	0,235326	



### 5.3 Rasprava o rezultatima t-testa

U potpoglavlju 4.2 proveli smo statističku analizu podataka i za prvi slučaj, gdje gledamo razliku između znanja iz mehanike učenika sedmih i osmih razreda, dobili smo t-vrijednost 3,365517. Ako pogledamo tablične t-vrijednosti (prilog 1[24]) možemo uočiti da ne piše vrijednost za 150 stupnjeva slobode. U tablici s t-vrijednostima imamo t-vrijednost za 100 i 1000 stupnjeva slobode. Pošto se t-vrijednost smanjuje povećanjem stupnjeva slobode za bilo koju p-vrijednost, možemo zaključiti da tablična t-vrijednost za 150 stupnjeva slobode je nešto između tablične vrijednosti za 100 i 1000 stupnjeva slobode. Mi smo odabrali p-vrijednost da nam je 0,05. Ako usporedimo dobivenu t-vrijednost s tabličnom t-vrijednosti za p-vrijednost od 0,05 i 150 stupnjeva slobode dobijemo da je dobivena t-vrijednost veća od tablične t-vrijednosti.

$$t = 3,365517 > 1,984$$

Stoga možemo odbaciti nultu hipotezu i zaključiti da postoji razlika između znanja iz mehanike učenika sedmih i osmih razreda. U potpoglavlju 4.1 smo prikazali rezultate učenika osmih i sedmih razreda, te zaključili da učenika sedmih razreda je oko 25% više, pa smo napravili i analizu po postotku učenika.

**Tablica 23.** Rezultati sedmih i osmih razreda po broju učenika i postotku učenika

bodovi	Broj učenika		Postotak učenika	
	8.r	7.r	8.r	7.r
0	2	0	0,029851	0
1	12	19	0,179104	0,223529
2	27	16	0,402985	0,188235
3	20	21	0,298507	0,247059
4	5	13	0,074627	0,152941
5	1	11	0,014925	0,129412
6	0	3	0	0,035294
7	0	2	0	0,023529
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Iz Tablice 23. možemo uočiti da najmanji broj bodova, tj. minimum od 0 bodova, su postigla dva učenika osmih razreda te da nema učenika sedmih razreda s tim brojem bodova. Iako nema učenika koji je postigao maksimalan broj bodova, maksimalan broj bodova kojeg su učenici sedmog razreda postigli su 7 i taj broj bodova je postiglo dvoje učenika, dok za osmi razred je to bilo 5 bodova kojeg je postigao samo jedan učenik. Također možemo uočiti da najčešći broj

bodova za učenike osmih razreda je bio 2 boda kojeg je postiglo 40,3 % učenika te da broj bodova 0 – 2 je postiglo 61,2 % učenika osmih razreda i 41,2 % učenika sedmih razreda. Odnosno, skoro dvije trećine učenika osmih razreda postiglo je rezultat do 2 boda, dok više od pola učenika sedmih razreda je postiglo rezultat veći od 2 boda. Ova razlika u znanju vidi se i u broju učenika koji su postigli broj bodova 5. Za osmi razred imamo jednog učenika, odnosno 1,5%, dok za sedmi razred imamo 11 učenika, odnosno 12,9% što je 8,5 puta više.

Raspravimo što bi mogao biti razlog ovakve razlike u bodovima i što nam to znači za podučavanje fizike. Učenici sedmih razreda netom prije testa obrađivali su gradivo iz mehanike tako da je to znanje bilo relativno svježije, za razliku od učenika osmih razreda koji su to učili godinu dana prije. Iako su učenici osmih razreda malo prije testa pisali nacionalni ispit iz fizike, gdje im se testiralo znanje iz fizike koje su do tada učili uključujući mehaniku, rijetko koji učenik je učio za ispit jer rezultat nije ulazio u zaključnu ocjenu niti se gledao pri upisu u srednju školu. Drugim riječima, učenici osmih razreda nisu bili motivirani za učenje fizike za nacionalni ispit i zbog toga nisu obnovili znanje i gradivo sedmog razreda. Također, učenici osmih razreda su u trenutku testa podučeni većem području fizike koje je moglo dovesti do miješanja pojmova i koncepata. Sve nas navodi da učenici zaboravljaju i/ili miješaju koncepte i pojmove te da ne vidi povezanost gradiva.

Također smo u potpoglavlju 4.2 analizirali rezultate ispitivanja da provjerimo postoji li razlika između znanja iz mehanike učenica i učenika. Izračunali smo t-vrijednost i usporedili s tabličnom t-vrijednosti za p-vrijednost 0,05 i 150 stupnjeva slobode dobijemo da je tablična t-vrijednost veća od dobivene t-vrijednosti.

$$t = 0,235326 < 1,984$$

Stoga nultu hipotezu ne odbacujemo i možemo zaključiti da ne postoji razlika između znanja učenica i učenika iz mehanike. Iako iz Tablice 24 možemo uočiti da su minimalan broj bodova postigla dva učenika osmih razreda, a najveći broj bodova dvije učenice sedmih razreda, obje skupine su otprilike podjednako podijeljene po bodovnoj tablici. Odnosno, za jednu i drugu skupinu ispitanika otprilike polovica učenica i učenika je postiglo rezultat 0-2, a druga polovica 3-7 bodova.

**Tablica 24.** Rezultati učenica i učenika po broju učenika i postotku učenika

<b>Bodovi</b>	<b>Broj učenika</b>		<b>Postotak učenika</b>	
	<b>ž</b>	<b>m</b>	<b>ž</b>	<b>m</b>
0	0	2	0	0,025316
1	17	14	0,232877	0,177215
2	22	21	0,30137	0,265823
3	19	22	0,260274	0,278481
4	7	11	0,09589	0,139241
5	4	8	0,054795	0,101266
6	2	1	0,027397	0,012658
7	2	0	0,027397	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0

## 6 PRIJEDLOZI ZA POBOLJŠANJE USVAJANJA KONCEPATA IZ MEHANIKE

Kao što smo vidjeli u poglavlju 2, koncepti mehanike čine veliki postotak zadataka na nacionalnom ispitu i državnoj maturi, tj. skoro trećina i četvrtina zadataka. Isto tako smo u prijašnjem poglavlju vidjeli da postoji značajna razlika u znanju mehanike između učenika sedmih i osmih razreda. Odnosno da dolazi do zaboravljanja nekih osnovnih koncepata u mehanici.

Za razliku od ostalih područja fizike, pogotovo elektromagnetizma gdje većina dobro shvati koncept, s mehanikom često učenici imaju krive ideje i miskoncepcije. Te krive ideje i miskoncepcije ponekad su toliko tvrdokorne da ih i neki studenti fizike imaju. Neki učenici i studenti imaju iste miskoncepcije i nakon učenja mehanike. Odnosno pri rješavanju jednostavnih konceptualnih pitanja, umjesto korištenja stečenog znanja iz mehanike, služe se svojom intuicijom. Dok kod rješavanja tradicionalnih formuliranih zadataka iz mehanike nemaju problema. Njihove ideje o gibanju tijela priliče prednjutnovsku razdoblju, idejama u aristotelskoj fizici. Mehanika koju učenici uče u sedmom razredu ponekad je kontraintuitivna jer unosi velike idealizacije i gibanje se promatra u nekim idealnim uvjetima, tj. situacijama koje nas ne okružuju u svakodnevnom životu kao što je nedostatak trenja. Neke tipične miskoncepcije u fizici su da na svako tijelo koje se giba djeluje sila, za stalno gibanje potrebna je stalna sila, sila je povezana s brzinom gibanja, gibanje se zbiva u smjeru sile koja djeluje, ideje o gravitaciji, ideje o slobodnom padu, itd.. U Konceptualnom testu jedno od pitanja, treće pitanje, povezano je s idejom o gravitaciji. Kao što smo već komentirali u potpoglavlju 5.1 te kao što možemo vidjeti iz tablice 18., iako je najviše odgovora bilo točno, drugi najčešći odgovor na to pitanje je bilo da astronaut može skočiti visoko jer na Mjesecu nema atmosfere. Ova pretkoncepcija se i u drugim istraživanjima pokazala česta. Također, veliki broj učenika ima pretkoncepciju da teže tijelo pada brže. Iskustva brojnih nastavnika je pokazalo da tu pretkoncepciju učenici imaju i nakon izvršavanja različitih pokusa gdje se pokaže da pretkoncepcija nije točna. Drugim riječima, učenici izlaze iz učionice s istom idejom s kojom su ušli. Prvi primjer je nešto s čime učenici se ne susreću u svakodnevnom životu i vjerojatno zbog toga imaju problema s razumijevanjem koncepata. Drugi primjer je nešto što ponekad nije istinito, npr. list papira, list i perje pada sporije od nekog čvrstog tijela zbog otpora zraka zbog čega učenici imaju pretkoncepciju da nešto teže pada brže [2].

Pri podučavanju mehanike, koja učestalo ima veliki broj pretkoncepcija, moramo uzeti u obzir da dosta ovih učeničkih pretkoncepcija nisu iracionalne već su konceptualizacija informacija i iskustava koje učenici dobivaju iz različitih izvora. Isto tako ponekad učenici koriste neprecizan jezik i nisu u stanju objasniti svoje ideje. Ti pretkoncepti mogu biti toliko tvrdokorni da ih je teško promijeniti. Te najbitnije od svega, moramo uzeti u obzir da se slične

ideje pojavljuju kod učenika različite dobi i različitog formalnog fizikalnog obrazovanja i u različitim zemljama. Istraživanje M. Planinić i suradnika [25] koje uspoređuje konceptualne testove u mehanici i jednostavnom strujnom krugu popraćene ljestvicom pouzdanosti je pokazalo da nema velike razlike između znanja u ta dva područja. No, za pouzdanost odgovora u mehanici učenika je bila gotovo maksimalna, dok za strujni krug bila veoma niska. To istraživanje nas dovodi do dva zaključka. Prvi smo već spomenuli, da su pretkonceptije u mehanici vrlo duboko ukorijenjene. Drugi zaključak je da su učenici vrlo nesigurni u konceptualno razumijevanje strujnog kruga. Nas zanima prvi zaključak i kako ga se riješiti.

Kako da se riješimo tako tvrdokornih ideja učenika iz mehanike? Početkom osamdesetih nastaju prvi radovi o konceptualnoj promjeni [26,27]. Konceptualna promjena je kognitivni proces u kojem je naglašena transformacija koncepcija u procesu učenja. Da bi se uspješno ostvarile konceptualne promjene u učionici, temeljni uvjeti su [28]:

1. Mora se pokazati da postojeća koncepcija je nezadovoljavajuća.
2. Novu ideju koju predstavljamo učenicima mora biti donekle razumljiva, koherentna i konzistentna.
3. Nova predstavljena ideja mora otpočetak djelovati uvjerljivo.
4. Nova ideja učeniku mora djelovati plodonosnije od stare ideje.

Još jedan način rada koji se pokazao učinkovit pri uklanjanju pretkonceptija i boljim shvaćanjem koncepata je istraživački usmjerena nastava. Drugim riječima, učenici samostalno obavljaju eksperimente nakon kojih diskutiraju i dolaze do konkretnih zaključaka o određenom konceptu [29,30,31,32]. Nedavni primjer takve vrste nastave je proveden za diplomski rad K. Louis Madunić [33]. Učenici dva razredna odjela sedmih razreda su učili isto gradivo na dva različita načina. Jedna grupa, kontrolna skupina, imala je predavačku nastavu fizike uz rješavanje konceptualnih i numeričkih zadataka. Ponekad su korišteni snimljeni pokusi, računalne simulacije i demonstracijski pokusi. Druga grupa, eksperimentalna skupina, su također rješavali konceptualne i numeričke zadatke, ali uz izmjenu da su učenici samostalno radili eksperimente. Nakon obrade gradiva dobili su test s konceptualnim zadacima. Pokazalo se da postoji značajna odstupanja između te dvije skupine. Odnosno učenici u eksperimentalnoj skupini su bolje riješili konceptualni test. U istom radu provedena je anketa o zadovoljstvu nastave i pokazalo se da znanje koje prenosimo učenicima često nije proporcionalno njihovom zadovoljstvu .

Fizika među učenicima nije popularan predmet. U medijima, pogotovo američkim serijama i filmovima koji se često prikazuju na našim televizijama, ljubav prema fizici i razumijevanje fizike se najčešće percipira kao dosadno ili kao vrlo ekscentrično. Za tinejdžere u doba kada se učenici prvi put susreću s fizikom, način na koji se prezentiraju i kako ih drugi gledaju je jako

bitan. Postoji mogućnost da učenici od samog početka imaju negativan stav prema fizici i manjak motivacije da je nauče. Isto tako, dosta učenika ne vide smisao učenja fizike u današnjem dobu kada do bilo koje informacije mogu doći brzo. Učenici koji dobro znaju fiziku, često imaju dobre ocjene i iz drugih predmeta, drugim riječima ciljaju na određeni prosjek za uspješnije daljnje školovanje. Promjenom njihovog mišljenja i stava, te popularizacijom predmeta, moglo bi doći do poboljšanja u razumijevanju osnovnih fizikalnih koncepata. Ovo bi bila neka alternativna metoda pristupu nastavi fizike koju bi bilo zanimljivo istražiti.

Nešto što trebamo upamtiti pri podučavanju fizike je razina kognitivnog razvoja. Kada se učenici susreću prvi put sa fizikom oni su na prijelazu iz razine konkretnog mislioca na razinu formalnog mislioca. Drugim riječima učenici istih godina u istom razredu ne stvaraju skup ekvivalentnih opažaća. Taj prijelaz sa konkretnog na formalnog mislioca nije jednako brz kod svih učenika. Jedan način rada neće dovesti sve učenike do istog zaključka te govori se o potrebi individualizacije nastave [2].

## 7 ZAKLJUČAK

U ovome radu smo proveli istraživanje razumijevanja temeljnih fizikalnih koncepata iz područja mehanike. Temeljna razlika između učenika je godina učenja fizike. Konceptualni test su rješavali učenici sedmih razreda, koji su netom prije testa obrađivali gradivo iz mehanike, i učenici osmih razreda, koji su godinu dana prije toga obradili mehaniku te netom prije testa pisali nacionalne ispite uključujući fiziku. Test se sastojao od deset konceptualnih pitanja iz različitih područja mehanike. Iako su netom prije testa učenici osmih razreda pisali nacionalni ispit iz fizike rezultati statističkog istraživanja su pokazali značajnu prednost učenika sedmih razreda u razumijevanju konceptualnih zadataka iz mehanike. Što nas navodi do zaključka da se osnovni koncepti zaboravljaju ako se kontinuirano ne obnavljaju i/ili ako nastane nerazumijevanje tijekom prve godine fizike.

Isto tako smo proveli kraće istraživanje da provjerimo postoji li ikakva razlika između razumijevanja konceptualnih zadataka između djevojčica i dječaka. Rezultati su pokazali da nema većih odstupanja u znanju između djevojčica i dječaka.

Pošto se učenici osnovnih škola susreću tek sa fizikom u sedmom razredu gdje onda uče temelje fizike bez kojih ne mogu napredovati, bilo bi korisno da se ovakav tip istraživanja provodi kroz više škola tijekom dužeg vremenskog perioda te za više područja fizike koja se uče u sedmom razredu. Ovakvim istraživanjem možemo pronaći najbolji način podučavanja osnovnih koncepata fizike tako da učenici imaju dobre temelje za nastavak obrazovanja.

## 8 Literatura

- [1] NCVVO, nacionalni centar za vanjsko vrednovanje obrazovanja, URL: <https://www.ncvvo.hr/obavijest-o-provedbi-nacionalnih-ispita-u-cetvrtom-i-osmom-razredu-skolske-godine-2022-2023/> (12. 09. 2023.)
- [2] Rudolf Krsnik, *Suvremene ideje u metodici nastave fizike*, Školska knjiga, Zagreb 2008.
- [3] *Kurikulum za nastavni predmet fizike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*, Narodne novine br. 10, 2019, URL: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_10\\_210.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_10_210.html) (12. 09. 2023.)
- [4] V. Paar, S. Martinko i T. Čulibrk, *Fizika oko nas 7*, Školska knjiga, Zagreb 2019.
- [5] NCVVO, vodič kroz sadržaj i strukturu nacionalnih ispita, URL: <https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2022/11/Vodic-kroz-sadrzaj-i-strukturu-NI-finale1.pdf> (22. 09. 2023.)
- [6] *Pravilnik o polaganju državne mature*, Narodne novine br. 1, 2013, URL: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2013\\_01\\_1\\_35.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2013_01_1_35.html) (22. 09. 2023.)
- [7] NCVVO, Ispitni katalog za državnu maturu u školskoj godini 2022./2023., URL: <https://www.ncvvo.hr/wp-content/uploads/2022/09/FIZ-2023.pdf> (22. 09. 2023.)
- [8] V. Paar, S. Martinko, T. Čulibrk, M. Klaić, D. Sila, *Fizika oko nas 8*, Školska knjiga, Zagreb 2020.
- [9] Eric Mazur, *Peer instruction*, Prentice Hall, New Jersey 1997.
- [10] NCERT, National Council of Educational research and Training, URL: <https://ncert.nic.in/ncerts/l/keph106.pdf> (19. 09. 2023.)
- [11] V. Vujnović, M. Šuveljak, R. Rasol, *Fizika 7*, SysPrint, Zagreb 2007.
- [12] Z. Beštak Kadić, N. Brković, P. Pećina, *Fizika*, Alfa i Element, Zagreb 2008.
- [13] Royal Society of Edinburg, Wernerian Natural History Society, The Edinburgh Philosophical Journal, Opseg 12, Archibald Constable, 1825.
- [14] URL: [https://books.google.hr/books?id=ZrloHemOmUEC&pg=PA355&redir\\_esc=y#v=onepage&q&f=false](https://books.google.hr/books?id=ZrloHemOmUEC&pg=PA355&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false)
- [15] R. A. Serway, J. W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers*, Brooks/Cole, 1993.
- [16] R. A. Serway, J. W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers*, URL: <https://www.lehman.edu/faculty/anchordoqui/SJ1.pdf> (20. 09. 2023.)
- [17] NASA, National Aeronautics and space administration , URL: <https://history.nasa.gov/alsj/a11/images11.html#Mag37> (23. 09. 2023.)
- [18] R. Macanip, On-Line, URL: <https://www.slideshare.net/RonaldQuileste/item-analysis-discrimination-and-difficulty-index> (19. 09. 2023.)
- [19] D. Weiss, D. Vale, „What is classical item difficulty (P value)?“, ASC, URL: <https://assess.com/classical-item-difficulty-p-value/> (19. 09. 2023.)
- [20] R. Bevans, Scribbr, An introduction to t Test | Definition, Formula and Examples, URL: <https://www.scribbr.com/statistics/t-test/> (20. 09. 2023.)
- [21] R. Bevans, Scribbr, Understanding P-value | definition and examples, URL: <https://www.scribbr.com/statistics/p-value/> (20. 09. 2023.)
- [22] Z. Bobbitt, Statology, What is the assumption of equal variance in statistics?, URL: <https://www.statology.org/equal-variance-assumption/> (20. 09. 2023.)
- [23] S. Turney, Scribbr, How to find degrees of freedom | Definition and formula, URL: <https://www.scribbr.com/statistics/degrees-of-freedom/> (21. 09. 2023.)
- [24] S. Turney, Scribbr, Students t table, URL: [Students-t-table-one-tailed-two-tailed-L-Scribbr.pdf](https://www.scribbr.com/statistics/students-t-table-one-tailed-two-tailed-L-Scribbr.pdf) (21. 09. 2023.)



- [25] M. Planinić, W.J. Boone, R. Krsnik, M. Beilfuss, *Exploring Alternative Conceptions From Newtonian Dynamics and Simple DC Circuits: Links Between Item Difficulty and Item Confidence*, Journal of research in science teaching, **43**, 50 - 171 (2006)
- [26] P. Hewson, *A conceptual change approach to learning science*, European Journal of Science Education, **3**, 383-396(1981)
- [27] G. Posner, K. Strike, P.hewson, W. Gertzog, *Accommodation of scientific concept: towards theory of conceptual change*, Science Education, **66**, 211-227(1982)
- [28] K. Strike, G. Posner, *A conceptual change view of learning and understanding*, New york, Academic Press, 1985.
- [29] J.J. Schwab, *The Teaching of Science as Inquiry*, Bulletin of the Atomic Scientists,**14**, 374-379 (1958)
- [30] A. van Heuvelen, *Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies*, American Journal of Physics, **59**, 891-897 (1991)
- [31] R.D. Anderson. *Reforming Science Teaching: What Research Says About Inquiry*, Journal of Science Teacher Education, **13**, 1-12 (2002)
- [32] L. Schalk, P.A. Edelsbrunner, A. Deiglmayr, R. Schumacher, E. Stern. *Improved application of the control-of-variables strategy as a collateral benefit of inquiry-based physics education in elementary school*, Learning and Instruction, **59**, 34-45 (2019)
- [33] K. Louis Madunić. *Istraživačka nastava fizike u osnovnoj školi i razvoj učeničkog konceptualnog razumijevanja*, Diplomski rad. Split: Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet (2023).

## 9 Prilozi

Critical values of  $t$  for two-tailed testsSignificance level ( $\alpha$ )

Degrees of freedom ( $df$ )	.2	.15	.1	.05	.025	.01	.005	.001
1	3.078	4.165	6.314	12.706	25.452	63.657	127.321	636.619
2	1.886	2.282	2.920	4.303	6.205	9.925	14.089	31.599
3	1.638	1.924	2.353	3.182	4.177	5.841	7.453	12.924
4	1.533	1.778	2.132	2.776	3.495	4.604	5.598	8.610
5	1.476	1.699	2.015	2.571	3.163	4.032	4.773	6.869
6	1.440	1.650	1.943	2.447	2.969	3.707	4.317	5.959
7	1.415	1.617	1.895	2.365	2.841	3.499	4.029	5.408
8	1.397	1.592	1.860	2.306	2.752	3.355	3.833	5.041
9	1.383	1.574	1.833	2.262	2.685	3.250	3.690	4.781
10	1.372	1.559	1.812	2.228	2.634	3.169	3.581	4.587
11	1.363	1.548	1.796	2.201	2.593	3.106	3.497	4.437
12	1.356	1.538	1.782	2.179	2.560	3.055	3.428	4.318
13	1.350	1.530	1.771	2.160	2.533	3.012	3.372	4.221
14	1.345	1.523	1.761	2.145	2.510	2.977	3.326	4.140
15	1.341	1.517	1.753	2.131	2.490	2.947	3.286	4.073
16	1.337	1.512	1.746	2.120	2.473	2.921	3.252	4.015
17	1.333	1.508	1.740	2.110	2.458	2.898	3.222	3.965
18	1.330	1.504	1.734	2.101	2.445	2.878	3.197	3.922
19	1.328	1.500	1.729	2.093	2.433	2.861	3.174	3.883
20	1.325	1.497	1.725	2.086	2.423	2.845	3.153	3.850
21	1.323	1.494	1.721	2.080	2.414	2.831	3.135	3.819
22	1.321	1.492	1.717	2.074	2.405	2.819	3.119	3.792
23	1.319	1.489	1.714	2.069	2.398	2.807	3.104	3.768
24	1.318	1.487	1.711	2.064	2.391	2.797	3.091	3.745
25	1.316	1.485	1.708	2.060	2.385	2.787	3.078	3.725
26	1.315	1.483	1.706	2.056	2.379	2.779	3.067	3.707
27	1.314	1.482	1.703	2.052	2.373	2.771	3.057	3.690
28	1.313	1.480	1.701	2.048	2.368	2.763	3.047	3.674
29	1.311	1.479	1.699	2.045	2.364	2.756	3.038	3.659
30	1.310	1.477	1.697	2.042	2.360	2.750	3.030	3.646
40	1.303	1.468	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551
50	1.299	1.462	1.676	2.009	2.311	2.678	2.937	3.496
60	1.296	1.458	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	3.460
70	1.294	1.456	1.667	1.994	2.291	2.648	2.899	3.435
80	1.292	1.453	1.664	1.990	2.284	2.639	2.887	3.416
100	1.290	1.451	1.660	1.984	2.276	2.626	2.871	3.390
1000	1.282	1.441	1.646	1.962	2.245	2.581	2.813	3.300
Infinite	1.282	1.440	1.645	1.960	2.241	2.576	2.807	3.291