

# Mladi skupovi zvijezda

---

**Boić, Stella**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:596549>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-18**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet

## **Mladi skupovi zvijezda**

Završni rad

Stella Boić

Split, rujan 2022.

## Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

### Mladi skupovi zvijezda

Stella Boić

Sveučilišni preddiplomski studij Fizika

#### Sažetak:

Mladi skupovi zvijezda su otvorena zvjezdana jata koja su se formirala u posljednjih deset do nekoliko stotina milijuna godina. Nastaju na krakovima spiralnih galaksija u galaktičkoj ravnini te su nepravilnog oblika zbog slabe gravitacijske sile. Zvijezde istog skupa nastale su u isto vrijeme te dijele razna ista svojstva koja nam omogućavaju da utvrdimo je li neka zvijezda dio skupa. Jedan od najsvjetlijih i najbližih mladih skupova Zemlji je skup M45 ili Plejade. Koristeći paralaksu, apsolutnu i prividnu magnitudu te fitanjem ovih vrijednosti na izohrone određene starosti računamo broj članova, udaljenost i starost skupa Plejada. Dobivene vrijednosti jako malo odstupaju od literature te iz toga zaključujemo da je ovaj skup pogodan za korištenje kod računanja udaljenosti daljnjih nebeskih objekata.

**Ključne riječi:** zvijezde, evolucija, skupovi zvijezda, Plejade

**Rad sadrži:** 20 stranica, 13 slika, 1 tablicu, 19 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** doc. dr. sc. Marko Kovač

**Neposredni voditelj:** Tamara Rom, mag. phys.

**Ocjenjivači:** doc. dr. sc. Marko Kovač,  
Tamara Rom, mag. phys.,  
doc. dr. sc. Koraljka Mužić

**Rad prihvaćen:** 18. rujna 2022.

Rad je pohranjen u Knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

<b>Basic documentation card</b>
---------------------------------

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

### **Young star clusters**

Stella Boić

University undergraduate study programme Physics

#### **Abstract:**

Young star clusters are open star clusters that have formed in the last ten to several hundred million years. They are formed on the arms of spiral galaxies in the galactic plane and have an irregular shape due to the weak gravitational force. Stars in the same cluster are formed at the same time and share many of the same properties that allow us to determine whether a star is part of a cluster. One of the brightest and closest young clusters to Earth is the M45 or Pleiades cluster. Using parallax, absolute and apparent magnitude and by fitting these values to isochrones of a certain age, we calculate the number of members, distance and age of the Pleiades cluster. The obtained values deviate very little from the literature, and from this we conclude that this set is suitable for use when calculating the distance of further celestial objects.

**Keywords:** stars, evolution, star clusters, Pleiades

**Thesis consists of:** 20 pages, 13 figures, 1 tables, 19 references. Original language: Croatian.

**Supervisor:** Assist. Prof. Dr. Marko Kovač

**Leader:** Tamara Rom, mag. phys.

**Reviewers:** Assist. Prof. Dr. Marko Kovač,  
Tamara Rom, mag. phys.,  
Assist. Prof. Dr. Koraljka Mužić

**Thesis accepted:** September 18, 2022

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Nastajanje zvijezda</b> . . . . .	<b>1</b>
2.1	Protozvijezde . . . . .	2
2.2	Smještanje na glavni niz H-R dijagrama . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Skupovi zvijezda</b> . . . . .	<b>6</b>
3.1	Svojstva zvjezdanih skupova . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Mladi skupovi zvijezda</b> . . . . .	<b>8</b>
4.1	Plejade . . . . .	9
4.2	Određivanje broja članova, starosti i udaljenosti mladog skupa M45 . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Zaključak</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>A</b>	<b>Kod za određivanje starosti skupa</b> . . . . .	<b>19</b>
<b>B</b>	<b>Kod metode maksimalne vjerojatnosti</b> . . . . .	<b>20</b>

## 1 Uvod

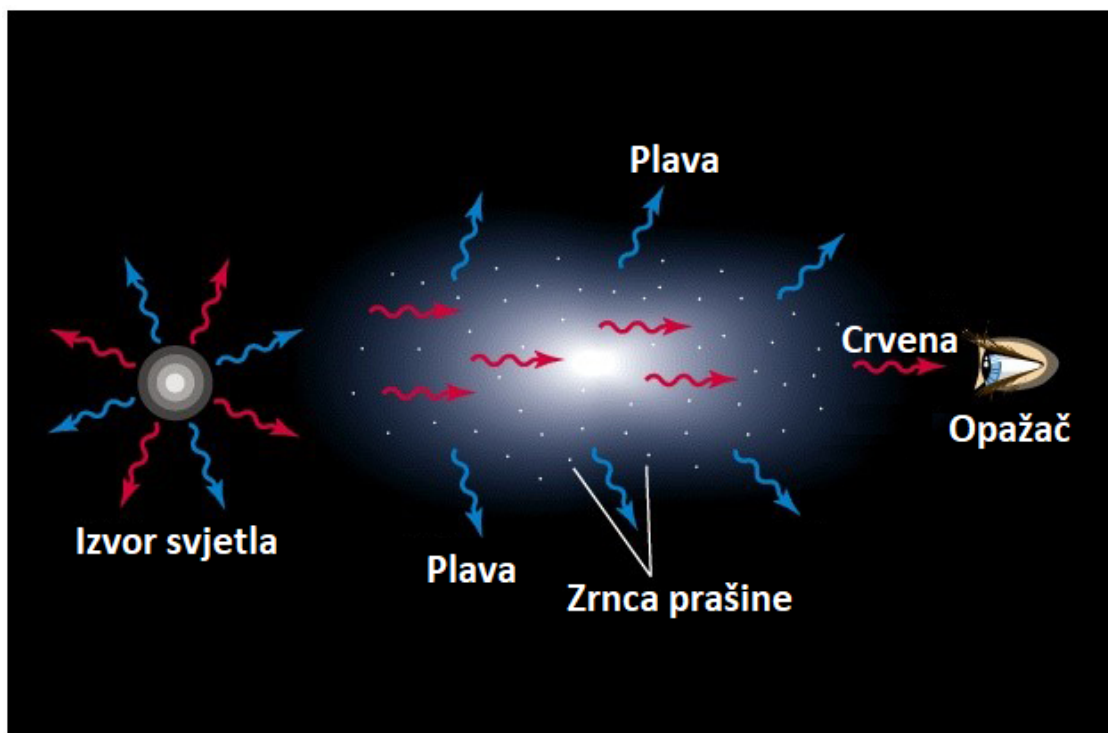
Zvijezda je sferni nebeski objekt koji posjeduje vlastiti izvor energije te se time jasno ističe na nebeskom svodu. Procesom fuzije vodika u zvijezdi dolazi do nastajanja helija i otpuštanja energije zbog koje zvijezda svijetli. Već od vremena drevnih civilizacija uočena je značajnost i korisnost poznavanja objekata na nebu. Pri određivanju strana svijeta te raspoznavanju godišnjih doba ljudi su pratili poziciju zvijezda na nebu. Zvijezde su jedan od sastavnih dijelova svemira i njihovim razumijevanjem dolazimo do većih zaključaka o evoluciji i interakciji tvari u svemiru. Kroz povijest astronomije, teorije i procjene astronomskih veličina neprestano se mijenjaju zbog napretka u tehnologiji i boljeg razumijevanja svemirskih procesa. U ovom radu prolazimo kroz ključne stadije nastajanja zvijezda te njihovu klasifikaciju kako bi naposljetku mogli razmotriti svojstva skupova zvijezda s posebnim fokusom na mlade skupove. Poznavanjem zvjezdanih svojstava kao što su boja, luminozitet, temperatura, masa i paralaksa možemo odrediti evolucijske stadije, udaljenosti i starost zvijezda ili zvjezdanih skupova. Upravo na temelju nekih od navedenih svojstava, u posljednjem dijelu rada, računamo broj članova, udaljenost i starost mladog skupa M45, poznatijeg po nazivu Plejade.

## 2 Nastajanje zvijezda

Za nastanak zvijezde potrebni su plin i prašina koji se nalaze u međuzvjezdanoj tvari (eng. *interstellar medium (ISM)*). Kroz svoju evoluciju, zvijezda mijenja koncentraciju ovih materijala i otpušta ih natrag u međuzvjezdani prostor kako bi se omogućio nastanak novih mlađih zvijezda [1]. Proučavanje ISM-a ključno je za razumijevanje strukture galaksija i životnog ciklusa zvijezda. Daleko najveći udio međuzvjezdane tvari, oko 70% mase, čini plin vodika koji se pojavljuje u neutralnom (HI), molekularnom (H<sub>2</sub>) i ioniziranom (HII) obliku [1, 2]. Ionizacija, izgaranje i raspadanje vodika bitni su procesi u promjeni temperature međuzvjezdanog oblaka.

Međuzvjezdana ekstinkcija (eng. *interstellar extinction*) je posljedica apsorpcije i refleksije zvjezdane svjetlosti kroz oblak prašine [1]. Zbog utjecaja ove pojave promatranjem zvijezde, ona se čini hladnija i manje prividne magnitude nego što ustvari jest. Magnituda je mjera sjaja zvijezde. Sjajnije zvijezde opisuju se manjim ili čak negativnim vrijednostima, dok tamnijim zvijezdama odgovaraju veće vrijednosti. Kako se zvijezde nalaze na različitim udaljenostima od Zemlje, uvedena je apsolutna magnituda kao mjera prividnog sjaja koju bi zvijezda imala na udaljenosti od 10 parseka ( $1 \text{ pc} = 3,08 \cdot 10^{16} \text{ m}$ ) [3]. Za računanje apsolutne magnitude  $M$  potrebno je poznavati prividnu magnitudu  $m$  i udaljenost zvijezde  $r_{\text{pc}}$  (u pc):

$$M = m + 5 - 5 \log r_{\text{pc}}. \quad (2.1)$$



**Slika 1:** *Transmisija crvene i refleksija plave svjetlosti kroz oblak prašine. Crvena svjetlost kao komponenta upadne svjetlosti koja dolazi od izvora ima veću valnu duljinu od plave pa lakše prolazi kroz medij i zaobilazi zrnca prašine. Plava svjetlost se zbog sudara reflektira van oblaka. Promatrani objekt je crveniji nego što bi nalagala njegova prava efektivna temperatura. Proces se naziva Mie raspršenje i javlja se kada je valna duljina upadnog vala približne veličine kao i dimenzija sferne čestice s kojom interagira [1]. Prolaskom kroz atmosferu vidljiva svjetlost prolazi kroz sličan proces koji se naziva Rayleighovo raspršenje, ali su dimenzije čestice u ovom slučaju puno manje [1]. (Slika preuzeta s <https://scienceatyourdoorstep.com> [4] te su oznake prevedene na hrvatski jezik za potrebe ovog završnog rada.)*

Na slici 1 prikazano je raspršenje svjetlosti pri prolasku kroz oblak prašine. Paralelno s upadnom svjetlošću transmitira se crvena svjetlost te se plava svjetlost reflektira van tog pravca u gotovo bilo kojem smjeru [1]. Ukoliko promatrač gleda oblak u smjeru koji nije smjer upada zvjezdane svjetlosti uočava plavu refleksivnu maglicu (eng. *nebula*) [1].

## 2.1 Protozvijezde

Prvi promatrani stadij u nastajanju zvijezde je protozvijezda, nakupina ili oblak tvari koji se zbog nekog svemirskog događaja, najčešće utjecajem supernove, počeo sažimati i time započinje svoju evoluciju prema zvijezdi.

Sir James Jeans (1877-1946), engleski fizičar, matematičar i astronom, 1902. prvi je pristupio opisu nastanka protozvijezda [1]. Bitna pretpostavka u njegovom modelu je zanemarivanje učinaka rotacije, turbulencije i magnetskog polja galaksija [1]. Korištenjem virijalnog teorema,

povezuje prosječnu kinetičku energiju sustava  $K$  u ravnoteži s ukupnom potencijalnom energijom  $U$ :

$$2K + U = 0. \quad (2.2)$$

Ako je član  $2K$  iz jednadžbe (2.2) veći od člana  $U$ , sila tlaka tjera međuzvjezdani oblak na širenje. Obrnuto, ukoliko gravitacijska energija dominira dolazi do kolapsa oblaka. Uvrštavanjem aproksimiranih izraza za energije u virijalni teorem (2.2) i izražavanjem radijusa preko gustoće oblaka  $\rho_0$ , dobije se granična Jeansova masa  $M_J$ :

$$M_J = \left( \frac{5k_b T}{G\mu m_H} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.3)$$

gdje je  $k_b$  Boltzmannova konstanta,  $T$  temperatura,  $G$  univerzalna gravitacijska konstanta,  $\mu$  srednja molekularna težina i  $m_H$  masa atoma vodika.

Da bi došlo do kolapsa, masa međuzvjezdanog oblaka mora biti veća od granične Jeansove mase  $M_J$  [1]. Unatoč dobrom idejnom pristupu, Jeansova kritična masa zbog aproksimacija i zanemarivanja interakcije tvari u međuzvjezdanom prostoru nije skroz točna. Kompleksnijom analizom dobivena je vrijednost od  $0,1 M_\odot$ , gdje  $M_\odot$  predstavlja masu Sunca [1].

U Jeansovom modelu nastanka protozvijezde zanemaren je učinak rotacije, no sustav se ipak rotira te time uzrokuje da se okolni materijal formira u oblik diska, čija gustoća nije homogena. Kolapsom dolazi do adijabatskog sažimanja oblaka te njegova gustoća i temperatura rastu. Zbog nehomogenosti određeni dijelovi će zadovoljiti uvjet granične mase i nastat će lokalni kolapsi [1]. Ovim procesom dolazi do stvaranja velikog broja malih objekata od kojih 1% postanu zvijezde. Iz ovog razloga zvijezde najčešće pronalazimo u skupinama.

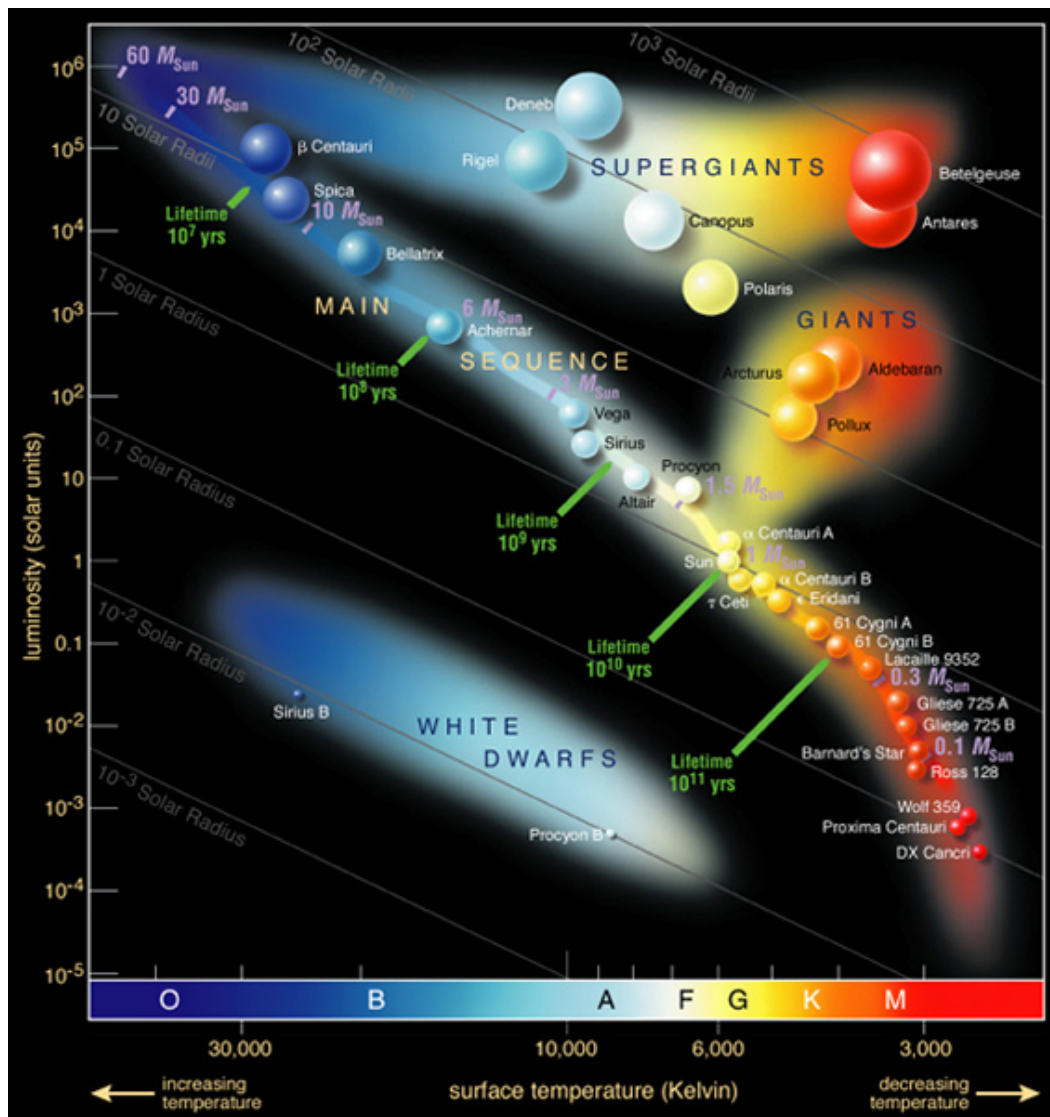
## 2.2 Smještanje na glavni niz H-R dijagrama

Približavajući se temperaturi od 2000 K započinje raspadanje molekularnog vodika u atome što dovodi do neravnoteže i novog kolapsa [2]. Nakon potpune disocijacije molekularnog vodika, zvijezda se zbog gravitacijske sile sažima i grije do temperature dovoljne za fuziju vodika u helij [2]. Oslobođena energija suprotstavlja se sažimanju zvijezde i uspostavlja ravnotežu tlaka plina i zračenja s gravitacijskom silom što zvijezdu čini stabilnom i spremnom za smještanje na glavni niz Hertzsprung - Russellovog dijagrama (H-R) [3].

H-R dijagram je grafički prikaz svrstavanja zvijezda u grupe i nizove prema luminozitetu i efektivnoj površinskoj temperaturi i prikazan je na slici 2 [3]. Prema Stefan-Boltzmannovom zakonu zračenja crnog tijela, luminozitet ovisi o temperaturi i površini tijela te se na taj način može odrediti polumjer zvijezda na dijagramu. Najviše zvijezda se nalazi na središnjem području koje se naziva glavni niz (eng. *main sequence*).

Boja zvijezde direktno je povezana s njenom efektivnom površinskom temperaturom. Spektralne razrede označavamo slovima: O, B, A, F, G, K i M, redom od viših temperatura





**Slika 2:** Hertzsprung - Russell dijagram. Na osi apscisa prikazana je temperatura čija se vrijednost povećava prema lijevo, a na ordinati je luminozitet. Tankim sivim dijagonalnim linijama određeni su polumjeri zvijezda u odnosu na polumjer Sunca. Uz efektivnu temperaturu naznačeni su spektralni razredi s odgovarajućim bojama. (slika preuzeta s <https://www.cosmos.esa.int/> [5])

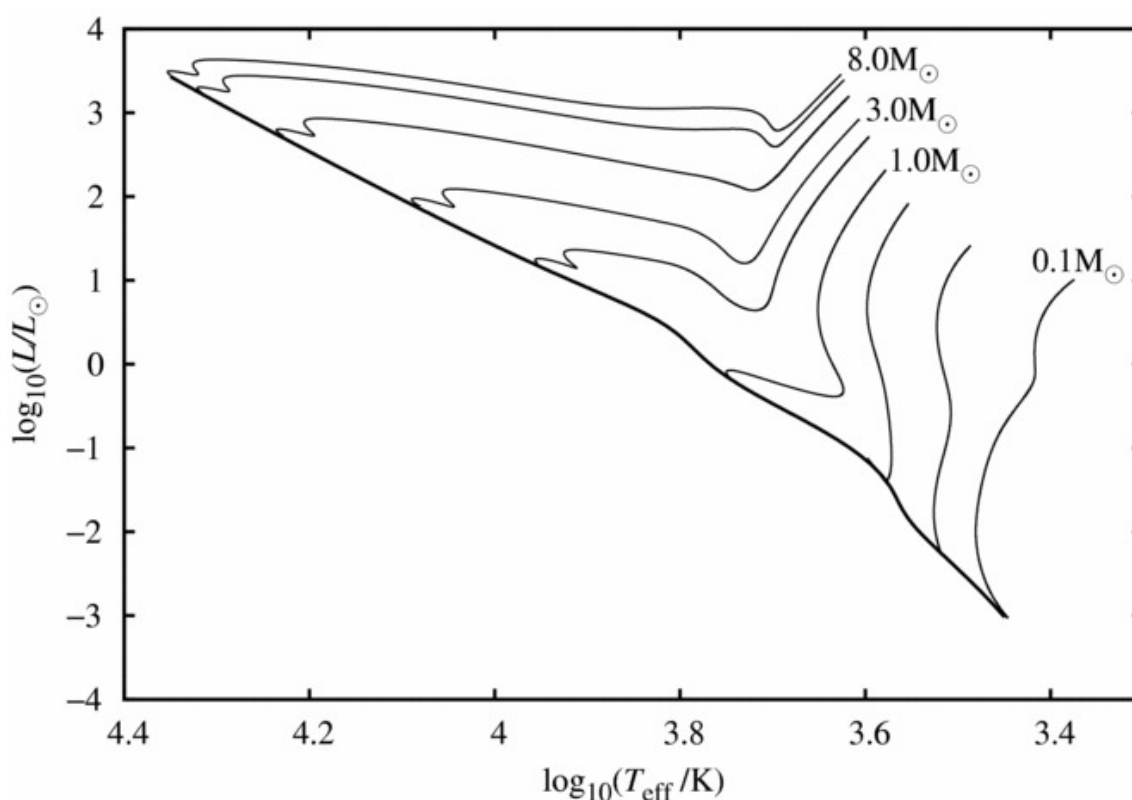
prema nižima [3]. Svaka spektralna linija pripada određenom kemijskom elementu pa je moguće odrediti kemijski sastav zvijezde kao u tablici 1 [3].

Godine 1961., C. Hayashi je pojasnio ponašanje protozvijezde prije samog smještanja na glavni niz. Naime, usporevanjem kolapsa luminozitet opada uz povećanje temperature i zvijezda prati vertikalnu liniju, odnosno, Hayashievu stazu [1]. Luminozitet više ne ovisi direktno o površinskoj temperaturi već o unutarnjim procesima. U konačnici sjaj zvijezde postaje gotovo konstantan dok se temperatura povećava kako bi kompenzirala sažimanje. Ova staza predstavlja granicu nakon koje je moguć nastanak stabilne zvijezde.

Dijagonalna linija na H-R dijagramu gdje se zvijezde po prvi put smještaju na glavni niz i započinju fuziju vodika naziva se još i glavni niz nulte starosti (eng. *zero-age main sequence* (ZAMS)) [1]. Sintagma "nulta starost" govori da se luminozitet, polumjer i temperatura

**Tablica 1:** Spektralni razredi s pridruženim temperaturama, bojama i kemijskim elementima. (tablica preuzeta iz [3])

Spektralni razred	efektivna temperatura / (K)	Boja	kemijski elementi
O	$\geq 30000$	modra	HeI, HeII
B	10000-30000	modro-bijela	HeI, HI
A	7500-10000	bijela	HI
F	6000-7500	žuto-bijela	CaII
G	5200-6000	žuta	CaII, vodikove linije, neutralni materijali
K	3700-5200	žuto-crvena	metali
M	2400-3700	crvena	molekulske vrpce

**Slika 3:** H-R dijagram s prikazanom ZAMS dijagonalnom linijom i vertikalnim Hayashi stazama za različite mase zvijezda. (slika preuzeta s <https://www.cambridge.org> [6])

zvijezde nisu značajno promijenili od samog početka fuzije vodika te da su promjene gotovo neprimjetne [7]. Zvijezde veće mase brže dopijevaju u ovaj stadij od onih manje mase. Na slici 3 prikazane su Hayashi staze za zvijezde različitih masa. Prestankom fuzije vodika u jezgri zvijezda izlazi s glavnog niza.

Promatranjem zvjezdanih skupova uočeno je kako se formira više zvijezda manje mase nego veće i da postoji stroga povezanost broja zvijezda i mase po jedinici volumena [1]. Funkcija početne mase (eng. *initial mass function (IMF)*) opisuje distribuciju masa za skup zvijezda iste starosti [3].

### 3 Skupovi zvijezda

Skup zvijezda ili zvjezdano jato je veći broj zvijezda koje su nastale u isto vrijeme i vezane su gravitacijskom silom [3]. Proučavanjem masa zvijezda zajedničkog porijekla u nekom skupu može se odrediti pojedinačni evolucijski stadij svake zvijezde.

S obzirom na sastav i udio teških metala, zvijezde se po nastanku dijele na populaciju III, populaciju II i populaciju I [1]. Populacija III gotovo ne sadrži metale i za te zvijezde se smatra da su nastale prije 13,7 milijardi godina, upravo nakon Velikog praska [1]. Populacija II ima slabu zasićenost metalom za razliku od najmlađe populacije I koja ima najveći udio metala [1]. Također, postoji podjela na otvoreni i kuglasti skup. Otvoreno zvjezdano jato je nepravilnog oblika i najčešće se pronalazi u krakovima spiralnih galaksija u galaktičkoj ravnini [3]. Jedan od najpoznatijih i nama najbližih skupova ovog tipa je skup M45, još nazvan Plejade ili Vlašići. Kuglasti skupovi, kako im i ime već govori, sfernog su oblika i mogu se pronaći na svim galaktičkim širinama [3]. Zvijezde u otvorenim skupovima su mlađe i uglavnom pripadaju populaciji I, a u kuglastim su starije te pripadaju populaciji II.

#### 3.1 Svojstva zvjezdanih skupova

Udaljenost nebeskih tijela može se odrediti metodom paralakse. Metoda se temelji na promatranju objekta s dva dovoljno udaljena stajališta [3]. Početkom 19. stoljeća prvo uspješno mjerenje zvjezdane paralakse odradio je njemački matematičar i astronom Wilhelm Bessel [3].

Zvjezdana paralaksa je kut pod kojim bi se gledano sa stajališta promatrane zvijezde okomito vidjela udaljenost Sunce-Zemlja. Sa slike 4 možemo matematički odrediti da za zvjezdanu paralaksu vrijedi:

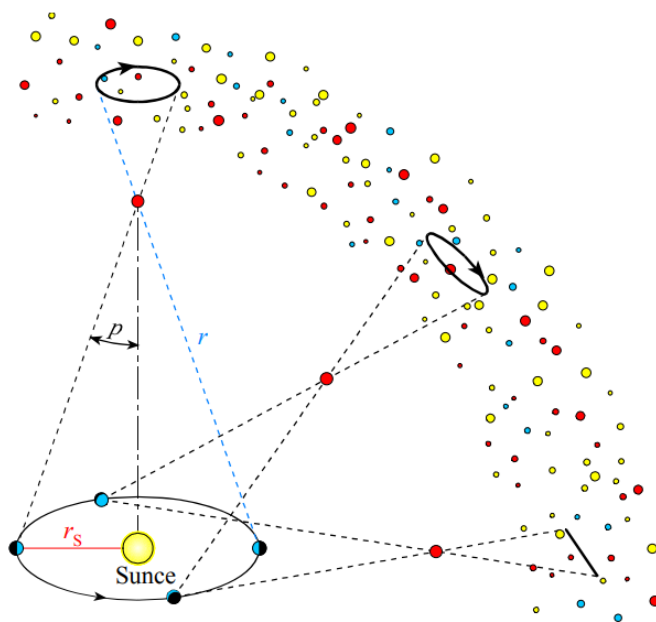
$$\tan p \approx p(\text{rad}) = \frac{r_s}{r}, \quad (3.1)$$

gdje je  $p$  oznaka za zvjezdanu paralaksu,  $r_s$  udaljenost od Sunca do Zemlje i  $r$  udaljenost promatrane zvijezde od Zemlje. U prethodnom izrazu (3.1) tangens funkcija je aproksimirana vrijednosti paralakse u radijanima zbog svog malog iznosa. Udaljenost zvijezde u parsecima  $r_{\text{pc}}$  može se povezati s paralaksom  $p''$  izraženu u lučnim sekundama ( $1 \text{ ls} = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$ , eng. *arcsecond* (arcsec)) :

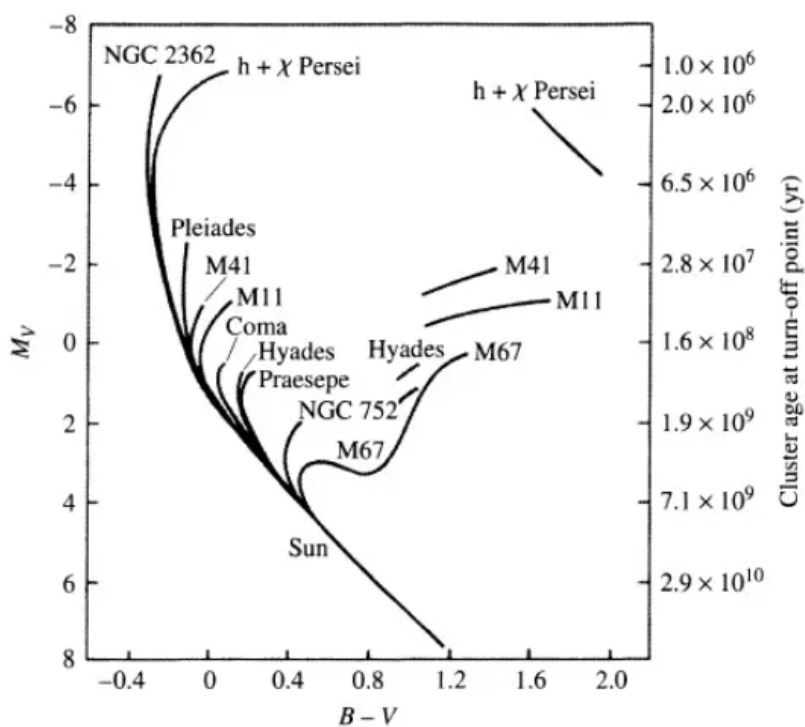
$$r_{\text{pc}} = \frac{1}{p''}. \quad (3.2)$$

Pri određivanju pozicije skupa na H-R dijagramu, temperatura se određuje iz spektralnog razreda, dok je određivanje luminoziteta složenije. Potrebna je apsolutna magnituda koja se može izračunati preko formule (2.1), uz poznavanje prividne magnituda i udaljenosti skupa.

Ukoliko je poznata prividna magnituda i indeksi boja svake zvijezde, može se konstruirati dijagram boja-magnituda [1]. Prednost ovog dijagrama je određivanje starosti prikazanog



**Slika 4:** Skica za određivanje udaljenosti zvijezda metodom paralakse. Prikazana je Zemljina orbita oko Sunca i položaj za sva 4 godišnja doba. Zvijezda se promatra s dva nasuprotna godišnja doba kako bi se postigla veća udaljenost. (slika preuzeta iz [3])



**Slika 5:** Dijagram boja-magnituda za neke skupove populacije I. Na apscisi su vrijednosti  $B-V$  indeksa boja. S lijeve strane ordinate nalaze se vrijednosti apsolutne magnitude, a s desne starost skupa u trenutku kad zvijezde skupa napuštaju glavni niz. (slika preuzeta iz [1])

skupa. Izohrone su krivulje koje povezuju položaje zvijezda istog skupa jednake starosti i različitih masa. Broj zvijezda na izohroni varira s obzirom na evolucijski stadij i raspodjelu mase u skupu koja je određena početnom funkcijom mase [1].

Zadržavanje na glavnom nizu dijagrama je obrnuto proporcionalno masi zvijezde, pa će masivnije zvijezde u skupovima brže napustiti glavni niz. Starost skupa određuje se prema točki isključivanja zvijezda u skupu s glavnog niza. Na slici 5 je prikazan dijagram iz kojeg se može zaključiti da su, naprimjer, Hijade starije od Plejada.

## 4 Mladi skupovi zvijezda

Mlade skupove zvijezda najlakše raspoznamo na dijagramu boja-magnituda, spomenutom u prošlom poglavlju, jer zvijezde tih skupova najkasnije napuštaju područje glavnog niza. To su otvoreni skupovi starosti od 10 milijuna pa do nekoliko stotina milijuna godina, što je jako mlado u usporedbi s kuglastim skupovima koji su nastali prije 12 do 13 milijardi godina. Kako se zvijezde ovih skupova nisu puno pomakle od glavnog niza, u okolici nekih mladih skupova nalaze se ostatci molekularnog oblaka iz kojeg su nastali i uzrokuju pojavu refleksijske maglice koja je jako dobro vidljiva u skupu Plejada na slici 6.



**Slika 6:** Refleksijska maglica u skupu Plejada (M45) (slika preuzeta s <https://apod.nasa.gov> [8])

Skupovi su nepravilnog oblika zbog slabije gravitacijske privlačne sile. Sadrže od nekoliko desetaka pa do više stotina zvijezda koje imaju isto prostorno gibanje. Mjerenjem stvarnog kutnog gibanja (eng. *proper motion*) možemo utvrditi je li neka zvijezda dio skupa ili nije. Stvarno kutno gibanje je kutna promjena položaja zvijezde na nebeskoj sferi okomito na vidno polje promatrača i mjeri se u lučnim sekundama po godini [9].

## 4.1 Plejade

Prvo mjerenje udaljenosti ovog mladog skupa odrađeno je krajem 20. stoljeća Hipparcos misijom (eng. *Hipparcos mission*) u kojoj je Hipparcos satelit kroz razdoblje od 4 godine mjerio vrijednosti paralakse za više od 100 tisuća zvijezda [10]. Rezultati su pokazali da se skup M45 nalazi na udaljenosti od 380 svjetlosnih godina (125 pc), što se uveliko razlikovalo od vrijednosti koju su astronomi odredili na temelju njihova sjaja i ona je iznosila 440 svjetlosnih godina (135 pc) [10]. Nekoliko godina poslije, mjerenja su davala sve sličnije i preciznije rezultate među kojima su Hubble teleskop 2004. godine s rezultatom od 435 svjetlosnih godina (133,37 pc) i mjerenje radio teleskopima 2014. godine gdje je dobivena udaljenost 444 svjetlosne godine (136,13 pc) [10]. Najnovija mjerenja odrađena su novim Gaia satelitom prema kojem je 2016. određena udaljenost od 437 svjetlosnih godina (134 pc), a 2018. 444,23 svjetlosne godine, odnosno  $136,2 \pm 0,5$  parseka. [11].



**Slika 7:** Dio skupa Plejada uslikan 5. travnja 2022. u 20:15 na zemljopisnim koordinatama  $43^{\circ}30'42.1''N$ ,  $16^{\circ}28'03.9''E$ . Korišten je teleskop Celestron Nexstar Evolution 8 uz okular od 40mm te kamera pametnog telefona iPhone 11 uz uključenu opciju LIVE Photo.

Pretpostavlja se da su se zvijezde u skupu, kojih ima preko tisuću statistički potvrđenih članova, formirale u posljednjih 100 milijuna godina [12]. Vrijednosti objavljene u katalozima variraju u intervalu od 75 do 150 milijuna godina starosti, pa je prema WEBDA katalogu starost M45 135,2 milijuna godina [13] dok je u Sky Catalog 2000's 78 milijuna godina [14].

Jedan je od najbližih otvorenih skupova te je i najsvjetliji pa je zbog toga kroz povijest pomagao u navigaciji i računanju godišnjih doba [15]. Imena najsvjetlijih zvijezda u skupu su dana prema sedam sestara iz grčke mitologije: Alkioni (Alcyone), Elektri (Electra), Keleni (Celaeno), Maji (Maia), Meropi (Merope), Steropi (Sterope) i Tajgeti (Taygeta) te njihovim roditeljima Atlantu (Atlas) i Plejoni (Pleione) [15]. Nekoliko navedenih zvijezda označeno je na slici 7.

Plejade imaju veliku ulogu u formiranju ljestvice kozmičke udaljenosti (eng. *cosmic distance ladder*) [16]. To su metode podijeljene u korake koje astronomi koriste za mjerenje relativnih udaljenosti u svemiru, gdje je mjerenje udaljenosti Plejada prvi korak prema točnim rezultatima mjerenja ostalih udaljenosti u svemiru [16]. Kao i većina otvorenih skupova, Plejade neće ostati gravitacijski vezane zauvijek. Istraživanja govore da će se raspasti za 250 milijuna godina zbog gravitacijskih interakcija s drugim zvijezdama, velikim molekularnim oblacima i spiralnim krakovima galaksije [12].

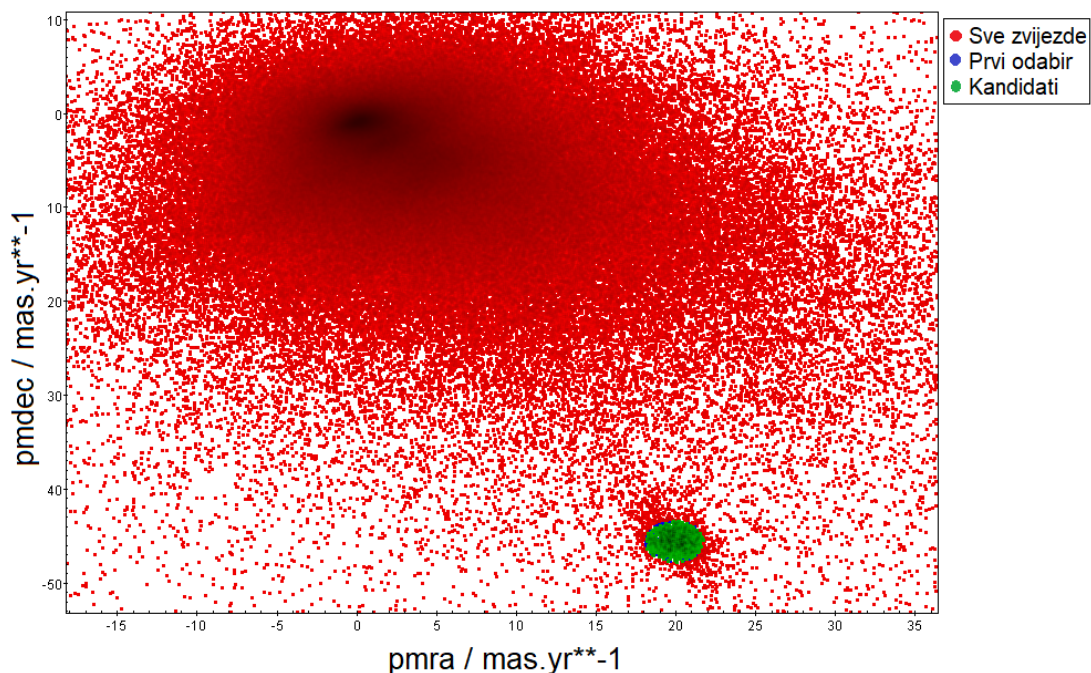
## 4.2 Određivanje broja članova, starosti i udaljenosti mladog skupa M45

Cilj praktičnog dijela rada je odrediti broj članova, starost i udaljenost mladog zvjezdanog skupa M45 slijedeći upute iz [17]. Koristeći Gaia EDR3 (eng. *early data release 3*) set podataka koji je sastavljen od najnovijih mjerenja Gaia satelita, preuzet s [18], dobivamo uvid u vrijednosti paralakse, stvarnog kutnog gibanja, efektivne temperature i mnogih drugih svojstava za više od jedne milijarde zvijezda. Uz pomoć TOPCAT<sup>1</sup> alata preuzete podatke vizualiziramo putem grafova s obzirom na stvarni kut gibanja i paralaksu svake zvijezde kako bi odabrali zvijezde za koje pretpostavljamo da su dio skupa M45. Vrijednosti fizikalnih veličina povezane su s koordinatama nebeskog ekvatorskog sustava gdje se koristi kratica "dec" za deklinaciju i "ra" za rektascenziju. Pri odabiru traženog skupa očekujemo da kandidati dijele isto stvarno kutno gibanje, da imaju približno istu udaljenost, odnosno paralaksu te da na dijagramu boja-magnituda vidimo kontinuirani niz zvijezda u skupu.

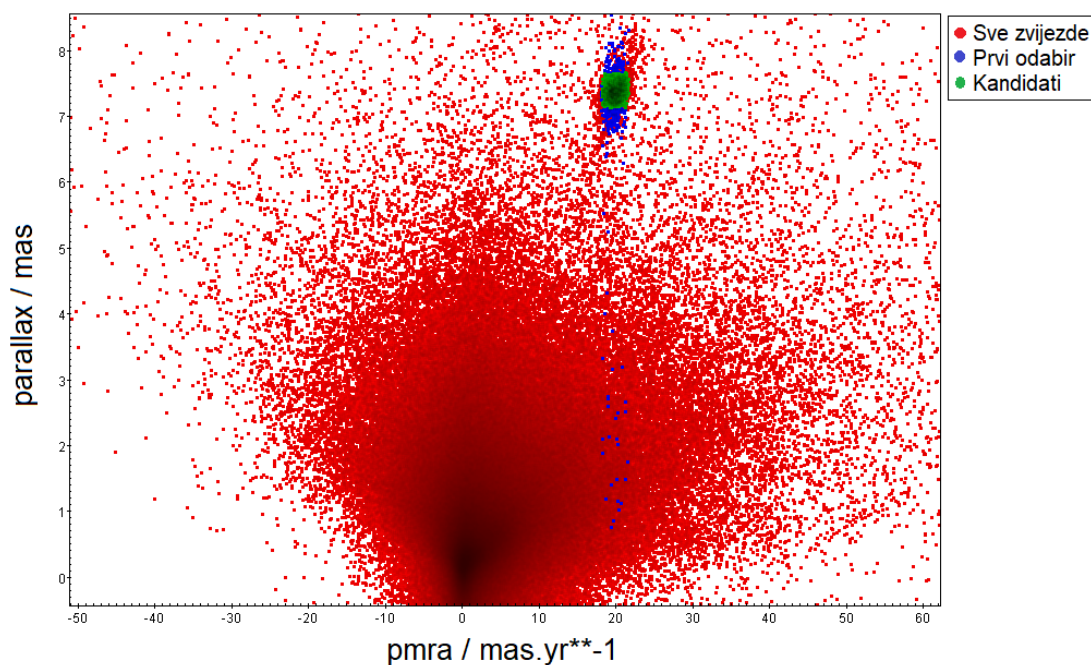
Na grafu stvarnog kutnog gibanja sa slike 8 uočavamo veliku tamnu mrlju koja se nalazi u ishodištu i predstavlja populaciju cijelog polja zvijezda koje se nalaze u preuzetim podacima. Preostala mala tamna mrlja koja je na slikama 8 i 9 označena plavom bojom predstavlja skup nebeskih objekata približno istog stvarnog kutnog gibanja što i očekujemo od naših kandidata. Na dijagramu paralakse (slika 9) vidimo da je dio plavih kandidata raspršen na nižim vrijednostima paralakse, što znači da se ti objekti nalaze puno dalje od ostalih odabranih kandidata. Iz tog razloga izoliramo podskup prvog odabira tako da novi kandidati koji su na slikama 8 i 9 obojani zeleno imaju slične vrijednosti i stvarnog kutnog gibanja i paralakse. Konačne kandidate možemo vidjeti na slici 10 kako slijede gotovo kontinuiranu liniju sastavljenu od zelenih točkica.

---

<sup>1</sup><http://www.star.bris.ac.uk/mbt/topcat/>

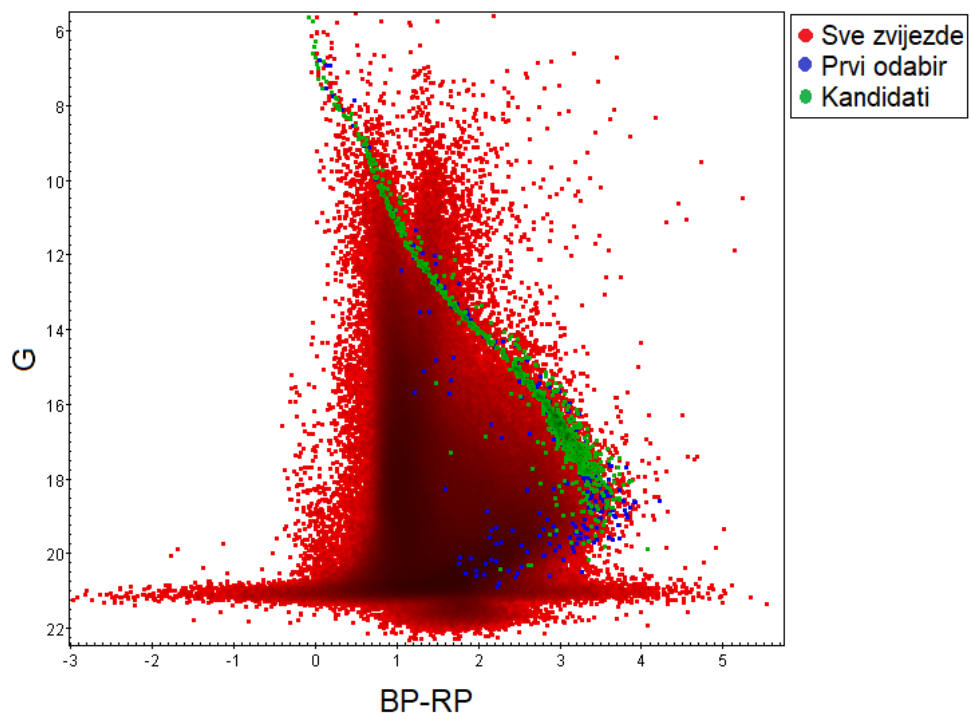


**Slika 8:** Grafički prikaz vrijednosti stvarnog kutnog gibanja. Vrijednosti su izražene u lučnim sekundama po godini s tim da su po apscisi preko deklinacije (pmdec), a po osi ordinata preko rektascenzije (pmra). Crvene točkice označavaju sve zvijezde poznatih vrijednosti, a plave i zelene označavaju odabrane skupove. Prvi plavi odabir je zasjenjen svojim podskupom, odnosno konačnim zelenim kandidatima i na ovom grafu ih teško razlikujemo jer se razlika krije u vrijednostima paralakse koja je prikazana na sljedećoj slici.

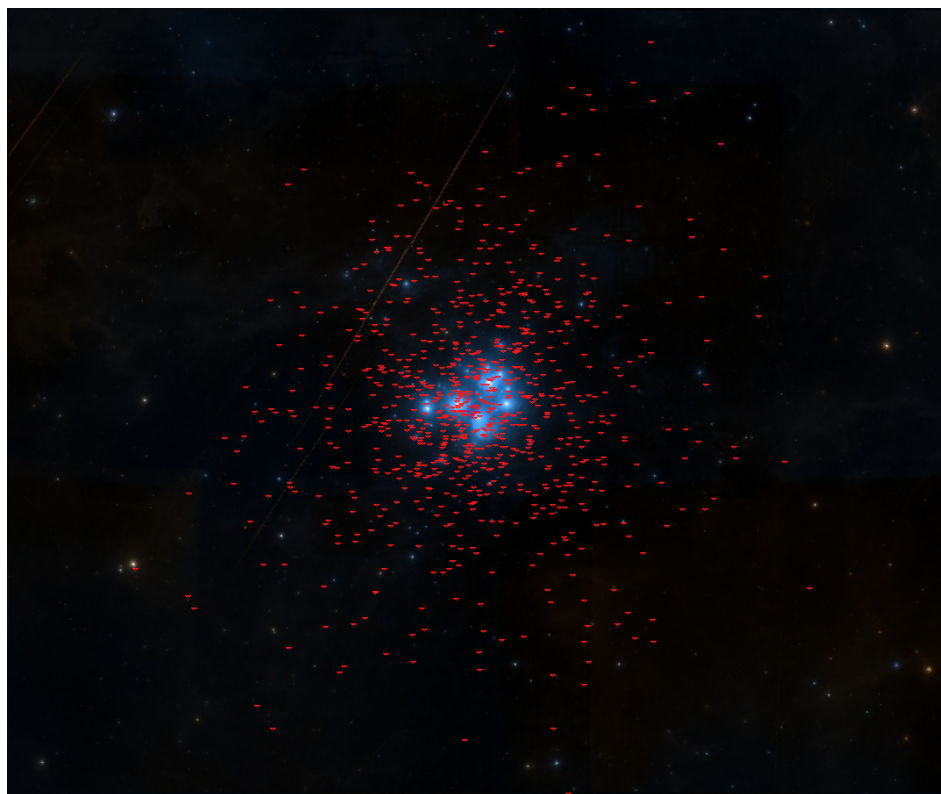


**Slika 9:** Grafički prikaz vrijednosti paralakse zvijezda. Na osi ordinata nalaze se vrijednosti paralakse u lučnim sekundama, a na osi apscisa vrijednosti stvarnog kutnog gibanja preko deklinacije. Crvene, plave i zelene točkice predstavljaju iste oznake kao i na prethodnoj slici.





**Slika 10:** Boja-magnituda dijagram za odabrane kandidate. Na osi apscisa je BP-RP reprezentacija boja, a na ordinati su vrijednosti magnituda prema Gaia G skali magnituda.



**Slika 11:** Prikaz Plejada u zvjezdanom atlasu aplikacije Aladin. Crvene točkice koje označavaju kandidate odabrane u TOPCAT-u preklapaju se sa skupom M45 koji se nazire u pozadini. Skup Plejada je prepoznatljiv po poziciji najsvjetlijih zvijezda i plavoj refleksijskoj maglici.

Ovim postupkom je odabrano 844 kandidata od 712 735 početno preuzetih iz Gaia EDR3 seta podataka. Unošenjem dobivenih podataka u aplikaciju Aladin dobije se slika 11 na kojoj se iza crveno označenih kandidata naziru najsvjetlije zvijezde skupa M45 okružene prepoznatljivom refleksijskom maglicom. Iz ovog preklapanja možemo zaključiti da su naši odabrani kandidati najvjerojatnije dio skupa M45. Kako bi odredili starost, koristimo Parsec-Colibri izohrone preuzete iz [19]. Izohrone su teoretski osmišljene linije koje povezuju zvijezde iste starosti. Srednja starost skupa M45 je oko 100 milijuna godina pa su izohrone odabrane za interval između 10 i 500 milijuna godina s korakom od 2,5 milijuna godina uz zanemarivanje međuzvezdane ekstinkcije te sadrže informacije o pripadajućim apsolutnim magnitudama. Za izračun starosti koristimo metodu najmanjih kvadrata preko koje ćemo u programskom jeziku Python tražiti koja izohrona najbolje odgovara izabranim kandidatima i njihovim vrijednostima. Kod za ovu metodu se nalazi u dodatku A. Kako su izohrone dane s vrijednostima apsolutne magnitude, a kandidati s prividnom magnitudom, koristimo se modulom udaljenosti (eng. *distance modulus (DM)*) koji definira razliku prividne  $m$  i apsolutne magnitude  $M$ :

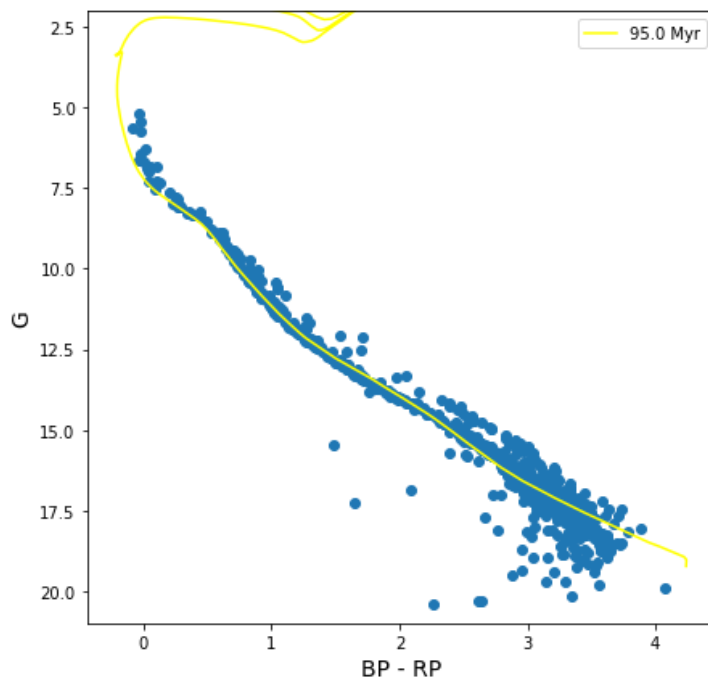
$$DM = m - M = 5 \log(r_{\text{pc}}) - 5. \quad (4.1)$$

Kao najbolji rezultat dobivena je izohrona starosti 95 milijuna godina i udaljenost od 130 parseka što je vrlo blizu vrijednostima koje očekujemo za Plejade. U potpoglavlju 4.1 rečeno je kako starost ovog skupa varira u intervalu od 75 do 150 milijuna godina te se dobiveni rezultat slaže s navedenim. Ukoliko uzmemo da je srednja vrijednost starosti skupa 100 milijuna godina, možemo reći da je ovo mjerenje odrađeno s relativnom pogreškom od 5,0%. Dobivena izohrona i odabrani kandidati prikazani su na slici 12.

Kako bi izračunali udaljenost skupa koristimo izraz (3.2) koji kaže da je udaljenost zvijezde u parsecima dana kao inverz paralakse u lučnim sekundama. Vrijednosti paralakse  $p$  odabranih kandidata dane su s pripadajućim greškama  $\sigma_p$ . Pretpostavljamo da su mjerene paralakse distribuirane u okolini prave vrijednosti  $p_{\text{true}}$ , pa računamo vjerojatnost mjerenja paralakse u odnosu na pravu vrijednost. Za jednu zvijezdu u skupu vjerojatnost je dana izrazom:

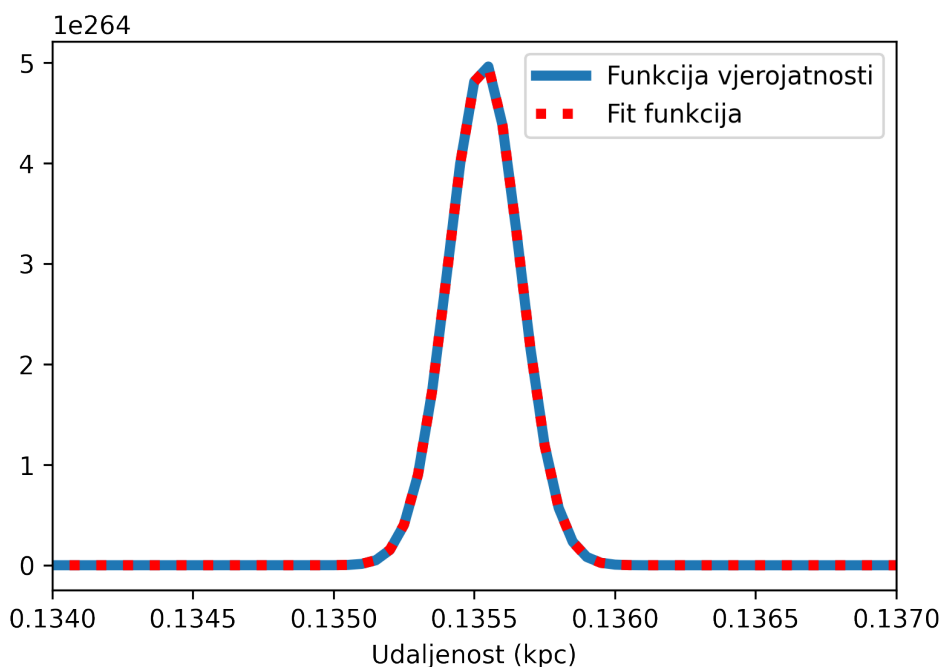
$$P(p|p_{\text{true}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \exp\left(-\frac{(p - p_{\text{true}})^2}{2\sigma_p^2}\right). \quad (4.2)$$

Vjerojatnost mjerenja za cijeli skup dana je produktom svih vjerojatnosti za pojedine članove. Metodom maksimalne vjerojatnosti tražimo udaljenost  $d_{\text{true}} = 1/p_{\text{true}}$  za koju je vjerojatnost mjerenja za cijeli skup maksimalna. U dodatku B se nalazi kod korišten za računanje ove metode. Funkcija ima oblik Gaussove funkcije ili zvonaste krivulje koja prikazuje normalnu raspodjelu oko maksimuma tražene udaljenosti  $d_{\text{true}}$ . Maksimum dobijemo korištenjem funkcije `curve_fit` iz biblioteke `scipy.optimize` koja prima oblik funkcije, vrijednosti udaljenosti i vjerojatnosti, iznos vjerojatnosti za koju smatramo da najbolje odgovara traženoj udaljenosti te srednju vrijednost i pogrešku za račun vjerojatnosti. U prvom nizu kojeg



**Slika 12:** Boja-magnituda dijagram odabranih kandidata uz izohronu koja odgovara starosti od 95 milijuna godina. Na osi apscisa imamo boje predstavljene preko BP-RP i na ordinati vrijednosti magnitude prema Gaia G skali magnituda.

funkcija vraća dobivamo srednju udaljenost, odnosno, udaljenost koja odgovara najvećoj vjerojatnosti mjerenja te pripadajuću pogrešku.



**Slika 13:** Vjerojatnost mjerenja udaljenosti u odnosu na stvarnu vrijednost. Na osi apscisa se nalaze udaljenosti izražene u kiloparsecima, a na osi ordinata vrijednosti nemaju stvarnu vrijednost jer su reducirane u računu te nam je jedino bitno uočiti maksimum funkcije.

Na slici 13 prikazan je fit funkcije vjerojatnosti kojim smo dobili udaljenost  $135,535 \pm 0,125$  parseka. Prisjetimo se, u potpoglavlju 4.1 prema posljednjem Gaia mjerenju udaljenost M45 je  $136,2 \pm 0,5$  parseka. Usporedbom ove dvije vrijednosti dolazimo do relativne pogreške koja je nešto manja od 0,005%.

## 5 Zaključak

Kroz sami proces nastanka zvijezde uočavamo koliko je njeno postojanje kompleksno te kako je svaki sljedeći korak u njenoj evoluciji ovisan o mnoštvu drugih faktora koji se istovremeno mijenjaju u okolini zvijezde. Zvijezde istog skupa povezane su gravitacijskom silom i dijele iste informacije o svom nastanku jer su nastale u isto vrijeme. Na dijagramu boja-magnituda te zvijezde su povezane krivuljom izohronom. Za mlade skupove, kao što su Plejade, vidjeli smo da se izohrona zakreće i odvaja od glavnog niza u području nižih magnituda. U posljednjem dijelu rada odabiranjem kandidata u TOPCAT-u dobili smo 844 zvijezde za koje je izračunata starost od 95 milijuna godina te udaljenost od  $135,535 \pm 0,125$  parseka. Usporedbom grafova i svojstvenih vrijednosti kandidata s literaturnim vrijednostima za skup M45 dobivene su relativne pogreške od 5% za određivanje starosti i 0,005% za udaljenost. To su vrlo male pogreške za ovako jednostavne pristupe i metode. Zbog jednostavnosti računanja udaljenosti ovog skupa jasno je da predstavlja dobar odabir za kalibriranje kozmičke ljestvice udaljenosti, uz pomoć koje možemo računati udaljenost daljih sličnih nebeskih objekata.

## 6 Literatura

- [1] Bradley W. Carroll i Dale A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, drugo izdanje, Cambridge University Press, 2018.
- [2] Terry D. Oswalt i Martin A. Barstow, *Planets, Stars and Stellar Systems: Stellar Structure and Evolution*, Vol 4, Springer, 2013.
- [3] Roša D., Valečić A., Drvar Z., Hržina M., Romštajn I., Maričić D. i Bašić M., *Astronomija 1*, web izdanje, Zagreb, Zvezdarnica Zagreb - Zagrebački astronomski savez, 2016.
- [4] Emma Garrett, *Science at Your Doorstep*, URL: <https://scienceatyourdoorstep.com/2018/07/15/extinction-and-reddening-of-starlight/> (21. 8. 2022.)
- [5] ESO, *Cesar*, URL: <https://www.cosmos.esa.int/web/cesar/the-hertzsprung-russell-diagram> (22. 8. 2022.)
- [6] Anna D. Raiton, Christopher A. Tout i Sverre J. Aarseth, *Pre-Mainsequence Stellar Evolution in N-Body Models*, Cambridge University Press, 2014.
- [7] Carl J. Hansen, Steven D. Kawaler i Virginia Trimble, *Stellar Interiors: Physical Principles, Structure and Evolution*, drugo izdanje, New York, Springer-Verlag, 2004.
- [8] Roberto Colombari, *Astronomy Picture of the Day*, URL: <https://apod.nasa.gov/apod/ap130918.html> (23. 08. 2022.)
- [9] The Editors of Encyclopaedia, *Encyclopedia Britannica*, URL: <https://www.britannica.com/science/proper-motion> (23. 08. 2022.)
- [10] Guillermo Abramson, *Placing the Pleiades*, Sky and Teleskop, 2019., URL: <https://fisica.cab.cnea.gov.ar/estadistica/abramson/papers/astro/pleiades-st-proofs.pdf> (20. 09. 2022.)
- [11] Guillermo Abramson, *The Distance to the Pleiades According to Gaia DR2*, The American Astronomical Society, 2018., URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2515-5172/aada8b> (20. 09. 2022.)
- [12] The Nine Planets, *The Pleiades (Open Star Cluster) Facts*, URL: <https://nineplanets.org/the-pleiades/> (17. 09. 2022.)
- [13] Ernst Paunzen, Gabriel Szász i Jan Janík, *A site Devoted to Stellar Clusters in the Galaxy and the Magellanic Clouds*, Department of Theoretical Physics and Astrophysics, URL: [https://webda.physics.muni.cz/cgi-bin/ocl\\_page.cgi?dirname=mel022](https://webda.physics.muni.cz/cgi-bin/ocl_page.cgi?dirname=mel022) (20. 09. 2022.)

- [14] *Messier 45*, URL: <https://www.messier.seds.org/m/m045.html> (20. 09. 2022.)
- [15] The Editors of Encyclopaedia, *Encyclopedia Britannica*, URL: <https://www.britannica.com/place/Pleiades-astronomy> (17. 09. 2022.)
- [16] The University of Western Australia, *Explanation of the cosmic distance ladder*, 2011., URL: <https://www.uwa.edu.au/science/-/media/Faculties/Science/Docs/Explanation-of-the-cosmic-distance-ladder.pdf> (17. 09. 2022.)
- [17] Koraljka Mužić, *Module Stellar populations, practical assignment*
- [18] European Space Agency, *Gaia Archive*, URL: <https://gea.esac.esa.int/archive/> (29. 08. 2022.)
- [19] Léo Girardi, *Osservatorio Astronomico di Padova*, URL: <http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd> (22. 8. 2022.)

## A Kod za određivanje starosti skupa

```

34 #godine učitavamo kao logaritme kako bi se koristili nizim vrijednostima
35 ages=np.unique(isochrones['logAge'])
36
37 #određivanje intervala i koraka za udaljenost u pc
38 dmin,dmax,step=50,200,10
39 distances = np.arange(dmin,dmax,step)
40
41 #metoda najmanjih kvadrata
42 rmsd=np.zeros(shape=(len(ages),len(distances)))
43 for i in range(len(ages)): #odabir godine iz niza
44     age=ages[i]
45     for j in range(len(distances)): #odabir udaljenosti iz niza
46         distance=distances[j]
47         #modul udaljenosti DM = m - M, razlika prividne i apsolutne magnitude
48         DM=5*np.log10(distance)-5
49         #odabiremo izohronu koja odgovara trenutnoj godini u for petlji
50         isochrone=isochrones[isochrones['logAge'] == age][0:N]
51         #razlika BP i RP magnitude kako bi dobili BP-RP
52         col_iso = isochrone['G_BPmag'] - isochrone['G_RPmag']
53         #apsolutnoj magnitudi izohrone dodamo DM kako bi dobili prividnu magnitudu
54         mag_iso = isochrone['Gmag'] + DM
55         #reprezentacija izohrone kao kontinuirane linije
56         line = LineString(np.asarray([col_iso,mag_iso]).T)
57
58         d=np.empty(len(data)) #niz velicine broja odabranih kandidata
59         for k in range(len(data)):
60             col_data=data['bp_rp'][k] #bp-rp odabranih kandidata
61             mag_data=data['phot_g_mean_mag'][k] #magnituda odabranih kandidata
62             #bp-rp i magnitude reprezentiramo kao tocku u 2D prostoru
63             point=Point(col_data,mag_data)
64             d[k] = point.distance(line) #najmanja udaljenost tocke i izohrone
65             rmsd[i,j]=np.sqrt(np.nanmean(d)**2) #spremanje apsolutne udaljenosti
66
67 fig,ax = plt.subplots(figsize=(7,7)) #crtanje
68 pos=ax.imshow(rmsd,cmap='PiYG', norm=LogNorm(),origin='lower',
69               extent=[distances[0],distances[-1], \
70                       10**ages[0]/1e6,10**ages[-1]/1e6],aspect='auto')
71 fig.colorbar(pos, ax=ax)#,format= "%d")
72
73 #argmin bira najmanju vrijednost
74 minrmsd_pos=np.unravel_index(rmsd.argmin(), rmsd.shape)
75 print(np.nanmin(rmsd),minrmsd_pos)
76 print("Best fit model: age = ", np.round(10**ages[minrmsd_pos[0]]/1e6),\
77       'Myr; distance=',distances[minrmsd_pos[1]],'pc')#godine vracamo u Myr

```



## B Kod metode maksimalne vjerojatnosti

```

12 #odredivanje intervala i koraka udaljenosti u kpc
13 start = 0.12
14 stop = 0.15
15 step = 0.00005
16 dist = np.arange(start, stop, step)
17 print("*** number of distances to probe:",len(dist))
18
19 #odredivanje vjerojatnosti
20 L=[]
21 for i in range(0, np.size(dist)):
22     #vjerojatnost za jednu zvijezdu
23     f = np.log10((1./(np.sqrt(2*np.pi*dpar**2))) \
24                 *np.exp(-(par-1/dist[i])**2/(2*dpar)))
25     #vjerojatnost za sve zvijezde
26     Li=np.sum(f)
27     L.append(Li)
28
29 #crtanje grafa vjerojatnosti
30 plt.plot(dist, np.power(10., L-np.repeat(400,len(L))), label='data')
31 plt.xlabel("distance (kpc)")
32
33 print(np.size(L)) #broj provjerenih udaljenosti
34 x = dist
35 y = np.power(10., L-np.repeat(400,len(L)))
36
37 #srednja vrijednost i pripadajuca pogreska
38 mean = sum(x * y) / sum(y)
39 sigma = np.sqrt(sum(y * (x - mean)**2) / sum(y))
40
41 #definiranje 1D Gaussove funkcije
42 def Gauss(x, a, x0, sigma):
43     return a * np.exp(-(x - x0)**2 / (2 * sigma**2))
44
45 #funkcija za fitanje
46 popt,pcov = curve_fit(Gauss, x, y, p0=[max(y), mean, sigma])
47
48 print('Mean distance: ', round(popt[1]*1000, 3),'+/-', \
49       round(popt[2]*1000, 3), 'pc')
50
51 plt.plot(x, y, label='data',linewidth=4)
52 plt.plot(x, Gauss(x, *popt), 'r:', linewidth=4,label='fit')
53 plt.xlabel("distance (kpc)")
54 plt.legend()

```