

# Nelinearna optika

---

**Volarević, Domagoj**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:880314>

*Rights / Prava:* [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-04**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet

# **NELINEARNA OPTIKA**

Završni rad

Domagoj Volarević

Split, Rujan 2020.

<b>Temeljna dokumentacijska kartica</b>
---

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

**Nelinearna optika**

Domagoj Volarević

Sveučilišni preddiplomski studij Inženjerska fizika, termodinamika i mehanika

**Sažetak:**

Cilj ovog rada je upoznavanje s osnovnim fenomenima nelinearne optike kao što su generiranje drugog i trećeg harmonika, te generiranje sume frekvencija. Opisana je i veza linearne i nelinearne optike, susceptibilnosti i polarizacije. Nelinearni procesi imaju mnoge primjene u znanosti i medicini, te se u budućnosti očekuje značajan napredak u ovoj grani fizike.

- Ključne riječi:** Nelinearna polarizacija i susceptibilnost, primjena nelinearne optike
- Rad sadrži:** 24 stranice, 6 slika, 12 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku
- Mentor:** izv. prof. dr. sc. Željana Bonačić Lošić
- Ocjenjivači:** izv. prof. dr. sc. Željana Bonačić Lošić  
doc. dr. sc. Petar Stipanović  
Viktor Cikojević, mag. phys.
- Rad prihvaćen:** 22. rujna 2020.

Rad je pohranjen u knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

<b>Basic documentation card</b>
---------------------------------

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

**Nonlinear optics**

Domagoj Volarević

University undergraduate study programme Engineering Physics, Thermodynamics and Mechanics

**Abstract:**

The goal of this thesis is to explain the basic processes of nonlinear optics, such as second and third harmonic generation and sum-frequency generation. It also describes the link between linear and nonlinear optics, susceptibility and polarization. Nonlinear optics have many practical applications in science and medicine, and the field is expected to rapidly grow in the future.

**Keywords:** Nonlinear polarization and susceptibility, applications of nonlinear optics

**Thesis consists of:** 24 pages, 6 figures, 12 references. Original language: Croatian

**Supervisor:** Asoc. Prof. Dr. Željana Bonačić Lošić

**Reviewers:** Asoc. Prof. Dr. Željana Bonačić Lošić  
Assist. Prof. Dr. Petar Stipanović  
Viktor Cikojević, Mag. Phys.

**Thesis accepted:** September 22, 2020

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

## Contents

1. Uvod.....	5
2. Nelinearna optička susceptibilnost .....	7
2.1. Susceptibilnost pri generiranju drugog i trećeg harmonika.....	8
2.2. Kramers-Kronigove relacije u nelinearnoj optici.....	9
3. Valna jednadžba za nelinearni optički materijal.....	10
3.1. Generiranje drugog harmonika.....	12
3.2. Izvod generiranja drugog harmonika .....	13
4. Generiranje trećeg harmonika .....	17
5. Generiranje sume frekvencija .....	18
6. Primjena nelinearne optike .....	21
6.1. Nove boje .....	21
6.2. Q-Switching.....	21
6.3. Generiranje THz radijacije .....	21
6.4. Stimulirani Raman laseri.....	21
6.5. Promjena svojstava materijala .....	22
6.6. Nelinearna mikroskopija .....	22
7. Zaključak .....	23
8. Literatura .....	24

## 1. Uvod

Optika je područje fizike koje proučava interakciju svjetlosti i materije. U nelinearnoj optici polarizacija materijala ne ovisi linearno o snazi električnog polja te dolazi do stvaranja valova viših frekvencija od osnovnog stanja koje nazivamo drugim i trećim harmonicima. Na primjer, generiranje drugih harmonika nastaje zbog polarizacije koja raste kvadratno sa snagom električnog polja. Kao posljedica toga, intenzitet svjetla generiranog na frekvenciji drugog harmonika raste kvadratno s intenzitetom upadnog laserskog svjetla. Nelinearna optička svojstva su otkrivena 1962., samo godinu dana nakon demonstracije prvog lasera. Peter Franken je fokusirao puls lasera valne duljine 694 nm u kristal kvarca. S otprilike 3 J energije crvenog svjetla, nastalo je par nJ plavog svjetla valne duljine  $\lambda = 347$  nm. [1]

Nehomogena valna jednadžba u jednoj dimenziji koja povezuje električno polje i polarizaciju [2] je

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

gdje je  $c$  brzina svjetlosti, a  $\mu_0$  je permeabilnost vakuuma. U poglavlju 3. napraviti ćemo izvod ove jednadžbe iz Maxwellovih jednadžbi. Sada promatramo kako dipolni moment po jedinici volumena, odnosno polarizacija  $P(x, t)$ , materijala ovisi o snazi primijenjenog električnog polja  $E(x, t)$ . U linearnoj optici, inducirana polarizacija ovisi linearno o električnom polju:

$$P(x, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(x, t). \quad (1.2)$$

Konstanta proporcionalnosti  $\chi^{(1)}$  se naziva linearnom susceptibilnosti, a  $\epsilon_0$  je permitivnost slobodnog prostora. Uvrštavanjem izraza (1.2) u (1.1), dobivamo

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_0 \chi^{(1)} E). \quad (1.3)$$

Ova jednadžba, uz  $1/c^2 = \epsilon_0 \mu_0$  može se zapisati u obliku

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1 + \chi^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0. \quad (1.4)$$

Vrijednost  $\sqrt{1 + \chi^{(1)}}$  se naziva indeks loma  $n$  te daje brzinu kojom svjetlost putuje kroz materijal  $v = c/n$ . Svjetlost u materijalu možemo opisati na isti način kao svjetlost u vakuumu ako uračunamo ispravak za indeks loma.

U nelinearnoj optici, polarizacija  $P$  nije proporcionalna električnom polju  $E$ , pa se jednadžba (1.2) generalizira tako da se polarizacija  $P(t)$  napiše kao red potencija električnog polja [2]:

$$P(x, t) = \epsilon_0 [\chi^{(1)} E(x, t) + \chi^{(2)} E^2(x, t) + \chi^{(3)} E^3(x, t) + \dots] \quad (1.5)$$

Vrijednosti  $\chi^{(2)}$  i  $\chi^{(3)}$  su nelinearne optičke susceptibilnosti drugog i trećeg reda.  $P^{(2)}(x, t) = \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2(x, t)$  je nelinearna polarizacija drugog reda, a  $P^{(3)}(x, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3(x, t)$  je nelinearna polarizacija trećeg reda.

Zbog jednostavnosti,  $P(x, t)$  i  $E(x, t)$  su prikazani kao skalarna polja. Za prikazati ponašanja vektorske prirode,  $\chi^{(1)}$  postaje tenzor drugog reda a  $\chi^{(2)}$  postaje tenzor trećeg reda i tako

dalje. Također, uzima se da polarizacija u nekom vremenu  $t$  ovisi samo o vrijednosti električnog polja, što implicira da medij mora biti bez gubitaka i bez disperzije [3].

Uvrštavanjem razvoja (1.5) u (1.1) valna jednačina poprima oblik

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon_0 \chi^{(1)} E(x, t) + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2(x, t) + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3(x, t) + \dots). \quad (1.6)$$

Prvi član daje linearni dio  $\chi^{(1)}$  kao i prije. Nelinearne vrijednosti  $\chi^{(2)}$  i  $\chi^{(3)}$  se mogu zanemariti osim ako je električno polje veliko. Generalno, nelinearna susceptibilnost ovisi o frekvencijama polja, ali pod spomenutim pretpostavkama uzima se da su frekvencije konstante.

Valja spomenuti da se nelinearne optičke interakcije drugog reda mogu dogoditi samo u kristalima koji nisu centralno simetrični. Fluidi, plinovi, amorfne krutine (kao što je staklo) su centralno simetrični, pa  $\chi^{(2)}$  iščezava. Optičke interakcije trećeg reda (opisane sa  $\chi^{(3)}$ ) nastaju i za centralno simetrične materijale kao i za materijale koji nisu centralno simetrični, ali su puno slabije. [4]

Promatramo teorijski red veličine za susceptibilnost drugog i trećeg reda [1]. Uzimamo slučaj u kojem je električno polje  $E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_0^2}$ , gdje je  $-e$  naboj elektrona, a  $a_0$  Bohrov radijus.

Numerički dobivamo vrijednost  $E = 5.14 \times 10^{11}$  V/m. Linearna susceptibilnost  $\chi^{(1)}$  je umnožak atomske gustoće i atomske polarizibilnosti. Gustoća  $N$  je reda veličine  $a_0^{-3}$ , a nerezonantna polarizibilnost je reda  $a_0^3$ . Iz čega dobivamo da je  $\chi^{(1)}$  reda veličine  $10^0$ .

Očekuje se da će bez rezonancije nelinearna susceptibilnost drugog reda  $\chi^{(2)}$  biti reda veličine  $\chi^{(1)}/E$ :

$$\chi^{(2)} \approx 1.94 \times 10^{-12} \text{ m/V}.$$

Za  $\chi^{(3)}$  očekujemo red veličine  $\chi^{(1)}/E^2$ :

$$\chi^{(3)} \approx 3.78 \times 10^{-24} \text{ (m/V)}^2.$$

Ove pretpostavke se dobro slažu s eksperimentalnim rezultatima [1].

## 2. Nelinearna optička susceptibilnost

Nelinearne optičke interakcije se opisuju formulom (1.5) samo za materijal koji je bez gubitaka i bez disperzije. Za generalizirani slučaj materijala koji ima disperziju i/ili gubitke nelinearna susceptibilnost postaje kompleksna vrijednost povezana s kompleksnim amplitudama električnog polja i polarizacije. Prikazujemo vektor električnog polja kao diskretnu sumu preko nekog broja frekvencija [1]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{E}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}, \quad (2.1)$$

gdje je  $\mathbf{E}(\omega_n)$  amplituda ovisna o frekvenciji  $\omega_n$ . Koristeći sličan zapis, polarizaciju možemo zapisati kao

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \sum_n \mathbf{P}(\omega_n) e^{-i\omega_n t}. \quad (2.2)$$

Definiramo komponente tenzora drugog reda susceptibilnosti  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m)$  kao konstante proporcionalnosti u odnosu na amplitude nelinearne polarizacije [1]

$$P_i(\omega_n + \omega_m) = \epsilon_0 \sum_{jk} \sum_{(nm)} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m) E_j(\omega_n) E_k(\omega_m). \quad (2.3)$$

Indeksi  $i j k$  se odnose na komponente u kartezijevim koordinatama. Sumacija po  $(nm)$  znači da prilikom sumiranja zbroj  $\omega_n + \omega_m$  mora biti konstantan, dok  $\omega_n$  i  $\omega_m$  variraju. Amplituda  $E(\omega_n)$  je povezana s vremenskom ovisnošću s  $e^{-i\omega_n t}$ , dok je amplituda  $E(\omega_m)$  povezana s vremenskom ovisnošću  $e^{-i\omega_m t}$ , te je produkt amplituda  $E(\omega_n)E(\omega_m)$  povezan s vremenskom ovisnošću s  $e^{-i(\omega_n + \omega_m)t}$  i time doprinosi nelinearnoj polarizaciji koja oscilira na frekvenciji  $\omega_n + \omega_m$ . Neka su frekvencije ulaznih polja  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , a  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  frekvencija izlaznog polja. Sumirajući preko  $\omega_n$  i  $\omega_m$  se dobije

$$P_i(\omega_3) = \epsilon_0 \sum_{jk} \left[ \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) + \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_2, \omega_1) E_j(\omega_2) E_k(\omega_1) \right]. \quad (2.4)$$

Pretpostavimo nadalje da nelinearna susceptibilnost posjeduje intrinzične permutacijske simetrije:

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_m, \omega_n) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_n + \omega_m, \omega_n, \omega_m). \quad (2.5)$$

Sada izraz za nelinearnu polarizaciju postaje

$$P_i(\omega_3) = 2\epsilon_0 \sum_{jk} \left[ \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2) \right]. \quad (2.6)$$

Tako smo dobili generiranje sume frekvencija. U slučaju kad su oba ulazna polja polarizirana u  $x$  smjeru dobijemo

$$P_i(\omega_3) = 2\epsilon_0 \chi_{ixx}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2) E_x(\omega_1) E_x(\omega_2). \quad (2.7)$$



## 2.1. Susceptibilnost pri generiranju drugog i trećeg harmonika

Neka je ulazna frekvencija  $\omega_1$ , a generirana  $\omega_3 = 2\omega_1$ . Sumiranjem preko frekvencija dobivamo generiranje drugog harmonika [1]

$$P_i(\omega_3) = \epsilon_o \sum_{jk} [\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_1) E_j(\omega_1) E_k(\omega_1)]. \quad (2.8)$$

Za posebni slučaj polarizacije u  $x$  smjeru:

$$P_i(\omega_3) = \epsilon_o \chi_{ixx}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_1) E_x^2(\omega_1). \quad (2.9)$$

Jednadžbe koje opisuju generiranje sume frekvencija i jednadžbe koje opisuju generiranje drugog harmonika su različite kada se  $\omega_2$  približava vrijednosti  $\omega_1$ , što je izravna posljedica odabira da se  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_2)$  približava  $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3, \omega_1, \omega_1)$ , kada se  $\omega_1$  približava  $\omega_2$ . Za slučaj istih amplituda, očekuje se da nelinearna polarizacija koja nastaje od dva različita polja mora biti veća nego ona koja nastaje od jednog polja, zato što je ukupni intenzitet jači u prvom slučaju.

Generalizacija izraza (2.3) za slučaj susceptibilnosti trećeg reda [1] daje

$$P_i(\omega_0 + \omega_n + \omega_m) = \epsilon_o \sum_{jkl} \sum_{(nm)} \chi_{ijk}^{(3)}(\omega_0 + \omega_n + \omega_m, \omega_0, \omega_n, \omega_m) \times E_j(\omega_0) E_k(\omega_n) E_l(\omega_m). \quad (2.10)$$

Sumacijom po  $(nm)$  dolazimo do oblika:

$$P_i(\omega_0 + \omega_n + \omega_m) = \epsilon_o D \sum_{jkl} \chi_{ijk}^{(3)}(\omega_0 + \omega_n + \omega_m, \omega_0, \omega_n, \omega_m) \times E_j(\omega_0) E_k(\omega_n) E_l(\omega_m). \quad (2.11)$$

Faktor degeneracije  $D$  predstavlja broj permutacija za frekvencije  $\omega_0$ ,  $\omega_n$  i  $\omega_m$ .

## 2.2. Kramers-Kronigove relacije u nelinearnoj optici

Kramers-Kronigove relacije su korisne jer dozvoljavaju da se odredi realni dio susceptibilnosti na nekoj frekvenciji ako je poznata ovisnost imaginarnog dijela o frekvenciji. Budući da je lakše mjeriti apsorpcijski spektar koji je povezan s imaginarnim dijelom nego ovisnost indeksa loma o frekvenciji koja se dobije iz realnog dijela, ove relacije imaju veliku praktičnu korisnost. Relacije za linearnu optiku imaju sljedeći oblik [3]:

$$\operatorname{Re} \chi^{(1)}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega}, \quad (2.12)$$

$$\operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega) = \frac{-1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{Re} \chi^{(1)}(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega}. \quad (2.13)$$

Za neke slučajeve u nelinearnoj optici moguće je koristiti izraze analogne onima u linearnoj optici. Neka je nelinearna susceptibilnost oblika  $\chi^{(3)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2, \omega_3)$ , gdje je  $\omega_\sigma = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ , a sve frekvencije su pozitivne i različite. Takva susceptibilnost odgovara Kramer-Kronigovim relacijama [1]:

$$\chi^{(3)}(\omega_\sigma; \omega_1, \omega_2, \omega_3) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi^{(3)}(\omega'_\sigma; \omega_1, \omega'_2, \omega_3) d\omega'_2}{\omega'_2 - \omega_2} \quad (2.14)$$

gdje je  $\omega_\sigma = \omega_1 + \omega'_2 + \omega_3$ . Slični rezultati se dobiju za integrale koji imaju  $\omega'_1$  i  $\omega'_3$ .

Za generaciju drugog i trećeg harmonika, dobivamo sljedeće oblike [1]:

$$\chi^{(2)}(2\omega; \omega, \omega) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi^{(2)}(2\omega'; \omega', \omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \quad (2.15)$$

$$\chi^{(3)}(3\omega; \omega, \omega, \omega) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi^{(3)}(3\omega'; \omega', \omega', \omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \quad (2.16)$$

Međutim, postoje nelinearni procesi za koje nije moguće formirati Kramers-Kronigove relacije.

Dakle, Kramers-Kronigove relacije su uvijek zadovoljene za linearnu optiku i samo za neke procese nelinearne optike.

### 3. Valna jednadžba za nelinearni optički materijal

Za nelinearan optički materijal i jako električno polje, polarizacija razvija nove komponente frekvencije koje nisu prisutne u ulaznom polju. Te komponente frekvencije se ponašaju kao novi izvori elektromagnetnog polja.

Promotrimo valnu jednadžbu za propagaciju svjetla kroz nelinearni optički medij. Počinjemo s Maxwellovim jednadžbama [2]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}. \quad (3.4)$$

Promatramo područje u kojem nema slobodnih naboja pa je  $\rho = 0$  i nema slobodnih struja pa je  $\mathbf{J} = 0$ . Pretpostavljamo da materijal nije magnetičan

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}. \quad (3.5)$$

S obzirom na to da materijal nije linearan, polje električnog pomaka  $\mathbf{D}$  izražavamo preko makroskopskog električnog polja  $\mathbf{E}$  i nelinearne polarizacije  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \quad (3.6)$$

Uzimanjem rotacije jednadžbe (3.3) i korištenjem jednadžbe (3.4) uz izraz (3.5) dolazimo do jednadžbe

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D} = 0. \quad (3.7)$$

Nadalje, uvrštavanjem izraza (3.6) dobijemo

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}. \quad (3.8)$$

Prvi član s lijeve strane možemo zapisati kao

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}. \quad (3.9)$$

Primijetimo da u linearnoj optici, prvi član s desne strane nestaje, jer  $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$  implicira  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  kako je polarizacija  $\mathbf{P}$  proporcionalna s  $\mathbf{E}$ .

Generalno, za nelinearne materijale prvi član ostaje, ali postoji par posebnih slučaja u kojima se može zanemariti, npr. ako je  $\mathbf{E}$  transverzalni, beskonačni ravni val [1]. U nastavku izvoda uzimamo da je  $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$  zanemarivo, pa se valna jednadžba može zapisati kao

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D} = 0, \quad (3.10)$$

Uočimo da je ova jednadžba u jednoj dimenziji jednaka jednadžbi (1.1). Korištenjem izraza (3.6), razdvojimo polarizaciju  $\mathbf{P}$  i vektor električnog pomaka  $\mathbf{D}$  na linearnu i nelinearnu komponentu

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{NL}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{(1)} + \mathbf{P}^{NL}, \quad (3.12)$$

gdje je

$$\mathbf{D}^{(1)} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^{(1)}. \quad (3.13)$$

Valna jednadžba (3.10) je sada

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D}^{(1)} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}^{NL}. \quad (3.14)$$

Za materijal bez disperzije i gubitaka, odnos između  $\mathbf{D}^{(1)}$  i  $\mathbf{E}$  se može izraziti preko realnog dielektričnog tenzora  $\epsilon^{(1)}$  koji ovisi o frekvenciji

$$\mathbf{D}^{(1)} = \epsilon_0 \epsilon^{(1)} \cdot \mathbf{E}. \quad (3.15)$$

Za slučaj izotropnog materijala  $\epsilon^{(1)}$  je skalarna veličina relativna permitivnost prostora

$$\mathbf{D}^{(1)} = \epsilon_0 \epsilon^{(1)} \mathbf{E}. \quad (3.16)$$

Uvrštavanjem izraza (3.16), valna jednadžba (3.14) postaje

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\epsilon^{(1)}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}^{NL}. \quad (3.17)$$

Ova jednadžba ima oblik nehomogene valne jednadžbe. Nelinearni odgovor medija se ponaša kao izvor koji se javlja s desne strane jednadžbe. Za linearni materijal desna strana jednadžbe bi bila jednaka nuli i rješenja bi bila slobodni valovi koji se šire brzinom  $c/n$ , gdje je  $n$  indeks loma i zadovoljava  $n^2 = \epsilon^{(1)}$ . Jednadžba (3.17) u jednoj dimenziji je jednaka jednadžbi (1.6).

### 3.1. Generiranje drugog harmonika

Neka laserska zraka čije je električno polje

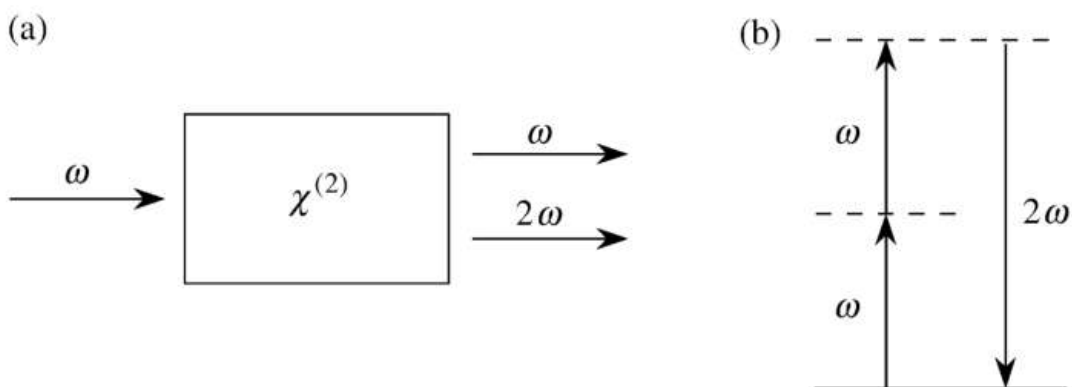
$$E(t) = E e^{-i\omega t} + C, \quad (3.18)$$

upada okomito na materijal kojemu je susceptibilnost drugog reda  $\chi^{(2)}$  različita od nule, kao što je prikazano na slici 3.1.(a). Nelinearna polarizacija koja nastaje prema izrazu (1.6) je

$$P^{(2)}(t) = 2\epsilon_0\chi^{(2)}EE^* + (\epsilon_0\chi^{(2)}E^2e^{-i2\omega t} + C). \quad (3.19)$$

Prvi član doprinosi polarizaciji drugog reda pri osnovnoj frekvenciji  $\omega$ , a drugi član doprinosi pri frekvenciji  $2\omega$ . Uz dobre eksperimentalne uvjete, proces generiranja drugog harmonika je toliko učinkovit da skoro sva snaga ulaznog snopa frekvencije  $\omega$  se pretvara u radijaciju na frekvenciji drugog harmonika  $2\omega$  [1]. Učinkovitost generiranja drugog harmonika lasera Nd:YAG (valna duljina  $1.06\mu\text{m}$ ) je oko 80% [7].

Možemo vizualizirati generiranje drugog harmonika ako zamislimo interakcije u smislu izmjene fotona između različitih frekvencija polja (slika 3.1.(b)). Istovremeno se 2 fotona frekvencije  $\omega$  unište, a stvori se jedan frekvencije  $2\omega$ . Iscrtkana razina se naziva virtualnom razinom jer ne odgovara svojstvenim vrijednostima energije slobodnog atoma, nego predstavlja kombiniranu energiju od jedne od svojstvenih energija atoma i još jednog ili više fotona u polju.



**Slika 3.1:** Generiranje drugog harmonika. (Slika preuzeta iz [1].)

### 3.2. Izvod generiranja drugog harmonika

Ovo poglavlje usko prati matematički izvod generiranja drugog harmonika pronađen u [1]. Pretpostavljamo, kao što je prikazano na slici 3.1.(a), da je medij bez gubitaka i na osnovnoj frekvenciji  $\omega_1$ , a drugi harmonik na frekvenciji  $\omega_2 = 2\omega_1$ .

Ukupno električno polje je

$$E(z, t) = E_1(z, t) + E_2(z, t), \quad (3.20)$$

gdje je svaka od komponenti definirana preko kompleksne amplitude  $E_j(z)$  i sporo varirajuće amplitude  $A_j(z)$ :

$$E_j(z, t) = E_j(z)e^{-i\omega_j t} + C, \quad (3.21)$$

$$E_j(z) = A_j(z)e^{ik_j z}. \quad (3.22)$$

Valni broj i indeks loma koji ovise o frekvenciji ovdje su redom

$$k_j = \frac{n_j \omega_j}{c}, \quad (3.23)$$

$$n_j = [\epsilon^{(1)}(\omega_j)]^{1/2}. \quad (3.24)$$

Jednadžba (3.17) za jednodimenzionalni slučaj širenja u  $z$  smjeru dobiva oblik

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{\epsilon^{(1)}(\omega_j)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P^{NL}, \quad (3.25)$$

te svaka komponenta električnog polja zadovoljava istu valnu jednadžbu

$$\frac{\partial^2 E_j}{\partial z^2} - \frac{\epsilon^{(1)}(\omega_j)}{c^2} \frac{\partial^2 E_j}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_j, \quad (3.26)$$

gdje je nelinearna polarizacija izražena preko pripadajućih komponenti

$$P^{NL}(z, t) = P_1(z, t) + P_2(z, t). \quad (3.27)$$

Izrazi za amplitude polarizacije su [1]

$$P_1(z) = 4\epsilon_0 d_{eff} E_2 E_1^* = 4\epsilon_0 d_{eff} A_2 A_1^* e^{i(k_2 - k_1)z}, \quad (3.28)$$

$$P_2(z) = 2\epsilon_0 d_{eff} E_1^2 = 4\epsilon_0 d_{eff} A_1^2 e^{2ik_1 z}, \quad (3.29)$$

gdje je  $d_{eff} = \frac{1}{2}\chi^{(2)}$  efektivna skalarna vrijednost tenzora susceptibilnosti, ovisna o materijalu.

Nadalje, vezane jednadžbe

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{2i\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2} A_2 A_1^* e^{-i\Delta k z}, \quad (3.30)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{i\omega_2^2 d_{eff}}{k_2 c^2} A_1^2 e^{i\Delta k z}, \quad (3.31)$$

gdje je

$$\Delta k = 2k_1 - k_2, \quad (3.32)$$

daju amplitude  $A_1$  i  $A_2$ . Za konstantnu amplitudu  $A_1$ , jednačba (3.31) se može integrirati da se dobije izraz za prostornu ovisnost amplitude drugog harmonika. Općenito, treba riješiti vezani sustav jednačbi (3.30) i (3.31). Radi lakšeg računa, amplitude se mogu zapisati u sljedećem obliku:

$$A_1 = \left( \frac{I}{2n_1 \epsilon_0 c} \right)^{1/2} u_1 e^{i\phi_1}, \quad (3.33)$$

$$A_2 = \left( \frac{I}{2n_2 \epsilon_0 c} \right)^{1/2} u_2 e^{i\phi_2}, \quad (3.34)$$

gdje je  $I$  ukupni intenzitet valova  $I = I_1 + I_2$ , a intenzitet svakog vala je  $I_j = 2n_j \epsilon_0 c |A_j|^2$

Realne, normalizirane amplitude  $u_1$  i  $u_2$  su definirane tako da je

$$u_1^2(z) + u_2^2(z) = 1. \quad (3.35)$$

Uvodimo parametar za normaliziranu udaljenost

$$\zeta = \frac{z}{l}, \quad (3.36)$$

uzimajući

$$l = \left( \frac{2n_1^2 n_2}{\epsilon_0 c l} \right)^{1/2} \frac{c}{2\omega_1 d_{eff}}. \quad (3.37)$$

Uvodimo i relativnu fazu polja

$$\theta = 2\phi_1 - \phi_2. \quad (3.38)$$

Nakon duljeg izvoda, dobivaju se stvarne vrijednosti  $u_1$ ,  $u_2$  i  $\theta$

$$\frac{du_1}{d\zeta} = u_1 u_2 \sin \theta, \quad (3.39)$$

$$\frac{du_2}{d\zeta} = -u_1^2 \sin \theta, \quad (3.40)$$

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{d}{d\zeta} (\ln u_1^2 u_2). \quad (3.41)$$

Deriviranjem, jednačba (3.41) postaje

$$\frac{d}{d\zeta} (\ln u_1^2 u_2 \cos \theta) = 0, \quad (3.42)$$

što znači da je  $u_1^2 u_2 \cos \theta$  konstanta koju možemo označiti s  $\Gamma$ ,

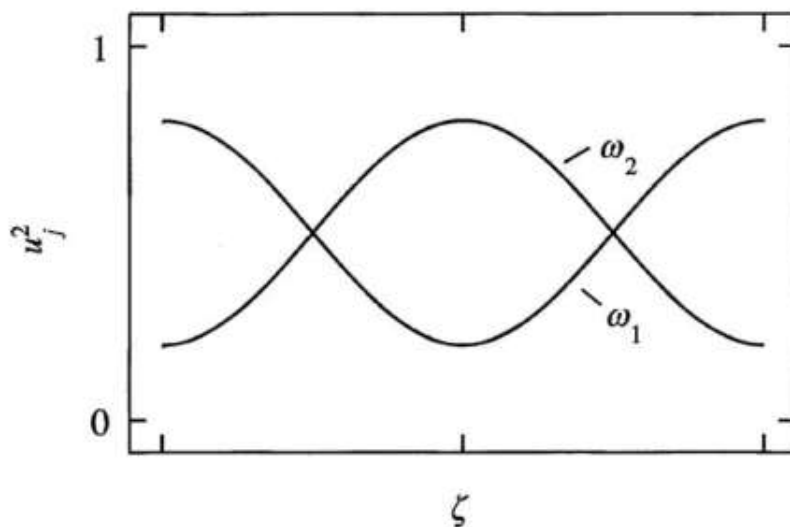
$$u_1^2 u_2 \cos\theta = \Gamma. \quad (3.43)$$

Vrijednost  $\Gamma$  je neovisna o normaliziranoj udaljenosti širenja  $\zeta$  i može se odrediti za poznate vrijednosti  $u_1$ ,  $u_2$  i  $\theta$  na ulazu u nelinearni medij  $\zeta = 0$ .

Jednadžbu (3.40) uz identitet  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  možemo zapisati kao

$$\frac{du_2^2}{d\zeta} = \pm 2[(1 - u_2^2)^2 u_2^2 - \Gamma^2]^{1/2}. \quad (3.44)$$

Ova jednadžba je u standardnom obliku i rješenja se mogu izraziti kao Jacobijeve eliptičke funkcije. Jedno od posebnih rješenja za  $u_1^2$  i  $u_2^2$  uz određene početne uvjete je prikazano na slici 3.2. Generalno, polja osnovnog i drugog harmonika periodično razmjenjuju energiju.



**Slika 3.2.** Grafička rješenja jednadžbe (3.44.) (Slika preuzeta iz [1].)

Rješenje jednadžbe (3.44) postaje jednostavno za posebni uvjet  $\Gamma = 0$ , koji nastaje kad je amplituda bilo kojeg od dva ulazna polja 0 ili kad su polja u fazi tako da je  $\cos\theta = 0$ . Budući da je  $\Gamma$  očuvana veličina, jednaka je nuli za sve vrijednosti  $\zeta$ . Što zahtijeva da  $\cos\theta = 0$ .

Pretpostavimo i  $\sin\theta = -1$ , vidimo da je relativna faza interagirajućih polja prostorno invarijantna za slučaj  $\Gamma = 0$ . Sada jednadžbe (3.39)-(3.41) poprimaju oblik:

$$\frac{du_1}{d\zeta} = -u_1 u_2, \quad (3.45)$$

$$\frac{du_2}{d\zeta} = u_1^2. \quad (3.46)$$

Druga jednadžba se zbog uvjeta (3.35) može transformirati u oblik

$$\frac{du_2}{d\zeta} = 1 - u_2^2. \quad (3.47)$$

Rješenje ove jednadžbe je

$$u_2 = \tanh(\zeta + \zeta_0), \quad (3.48)$$

gdje je  $\zeta_0$  konstanta integracije. Pretpostavimo da su početni uvjeti



$$u_1(0) = 1, \quad u_2(0) = 0.$$

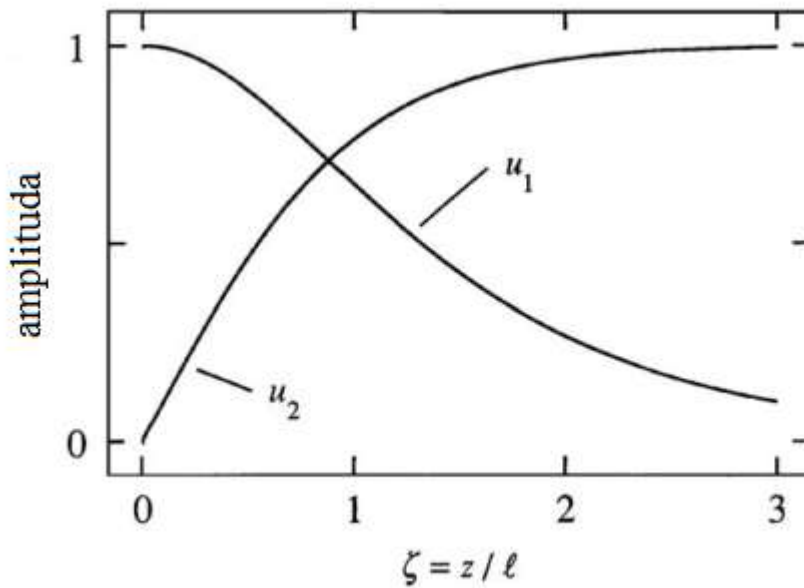
Zbog  $\tanh(0) = 0$ ,  $\zeta_0 = 0$ , pa izraz (3.48) poprima oblik

$$u_2(\zeta) = \tanh(\zeta). \quad (3.49)$$

Amplituda  $u_1$  osnovnog vala se pronalazi iz jednadžbe (3.47) i jednaka je

$$u_1(\zeta) = \operatorname{sech}(\zeta) \quad (3.50)$$

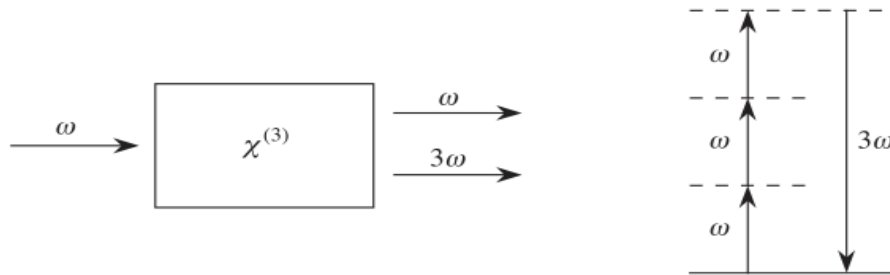
Funkcije  $u_1(\zeta)$  i  $u_2(\zeta)$  dane izrazima (3.50) i (3.49) su prikazane na slici 3.3. Vidimo da se u limesu kada  $\zeta \rightarrow \infty$  sva dolazna radijacija pretvara u drugi harmonik. Također,  $\tanh(\zeta + \zeta_0)$  ima isto asimptotsko ponašanje za sve konačne vrijednosti  $\zeta_0$ , što implicira da za bilo koji početni odnos  $u_1, u_2$  i  $\Gamma = 0$ , sva radijacija osnovne frekvencije se pretvara u drugi harmonik.



*Slika 3.3. Grafička rješenja jednadžbi (3.49) i (3.50.) (Slika preuzeta iz [1].)*

#### 4. Generiranje trećeg harmonika

Za razliku od procesa drugog reda, procesi trećeg reda su mogući u svim medijima, bez obzira na simetriju. Nelinearna susceptibilnost trećeg reda je puno manja od one drugog reda, kao što je prikazano u uvodnom dijelu. Zbog toga je intenzitet generiran trećim harmonikom puno manji od onog koji se dobije generiranjem drugog harmonika. Za razliku od generiranja drugih harmonika, učinkovitost generiranja trećih je samo oko 10%. [5]



**Slika 4.1.** Generiranje trećeg harmonika. (Slika preuzeta iz [1].)

Polarizacija trećeg reda se može napisati kao

$$P_i^{(3)}(3\omega) = \epsilon_0 \sum_{jkl} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega, \omega, \omega) E_j(\omega) E_k(\omega) E_l(\omega), \quad (4.1)$$

gdje je  $E(\omega)$  upadni val frekvencije  $\omega$ , a susceptibilnost trećeg reda  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  tenzor četvrtog reda. Inducirana polarizacija nastaje na frekvenciji  $3\omega$ .

Generiranje trećeg harmonika izravnim putem, kako je prikazano na Slici 4.1., nije praktično, jer je vjerojatnost da će se 3 fotona spojiti iznimno mala. Iz tog razloga treći harmonik se generira kombiniranjem generiranja drugog harmonika i generiranja sume frekvencija. Na prvom nelinearnom kristalu dio vala osnovne frekvencije se konvertira u drugi harmonik. Ostatak vala prve frekvencije zatim ulazi u drugi kristal skupa s valom frekvencije drugog harmonika. [6]

Uvjet za poklapanje faza kod generiranja trećeg harmonika je  $3k_1 - k_3 = 0$ . Gdje su  $\mathbf{k}_1$  i  $\mathbf{k}_3$  valni vektori osnovnog i trećeg harmonika. Ovaj uvjet se može zapisati preko indeksa loma  $n$  u obliku  $n(\omega) - n(3\omega) = 0$ . Generalno, indeks loma nekog materijala je uvijek funkcija frekvencije, zbog čega  $n(\omega) \neq n(3\omega)$ . Generiranja trećeg harmonika iz homogenog materijala se poništi kad je uvjet o slaganju faza zadovoljen. [7]

## 5. Generiranje sume frekvencija

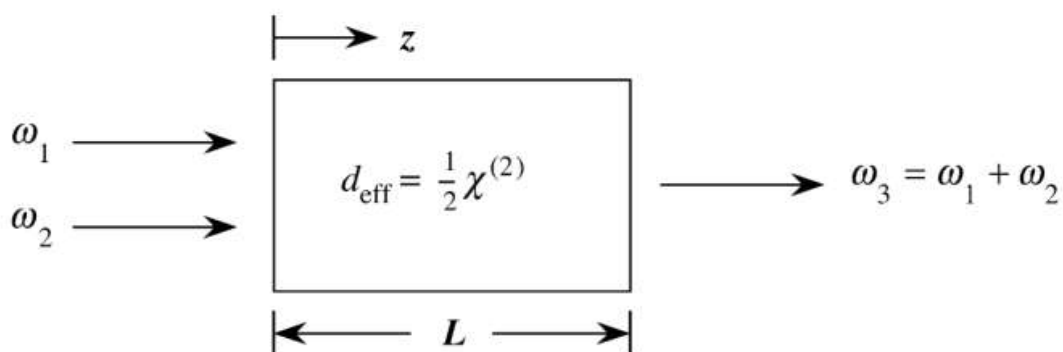
Promatramo proces u kojem dvije monokromatske, kontinuirane zrake  $E_1(z, t)$  i  $E_2(z, t)$  upadaju okomito na nelinearni medij bez gubitaka kao što je prikazano na Slici 5.1. Neka je  $\omega_3$  frekvencija generiranog polja koja se širi u  $+z$  smjeru. Očekujemo da za dovoljno jako polje, rješenje jednadžbe (3.17) ima oblik:

$$E_3(z, t) = A_3(z)e^{i(k_3z - \omega_3t)} + C, \quad (5.1)$$

gdje su valni broj i indeks loma dani s

$$k_3 = \frac{n_3\omega_3}{c}, \quad (5.2)$$

$$n_3^2 = \epsilon^{(1)}(\omega_3). \quad (5.3)$$



*Slika 5.1. Generiranje sume frekvencija. (Slika preuzeta iz [1].)*

Nelinearni izvor će biti

$$P_3(z, t) = P_3 e^{-i\omega_3 t} + C, \quad (5.4)$$

gdje je

$$P_3 = 4\epsilon_0 d_{\text{eff}} E_1 E_2, \quad (5.5)$$

dok su primijenjena polja

$$E_i(z, t) = E_i e^{-i\omega_i t} + C, \quad (5.6)$$

gdje je

$$E_i = A_i e^{ik_i z}, \quad (5.7)$$

uz indeks  $i = 1, 2$ .

Amplituda nelinearne polarizacije se može zapisati kao [1]

$$P_3 = 4\epsilon_0 d_{\text{eff}} A_1 A_2 e^{i(k_1 + k_2)z} \equiv p_3 e^{i(k_1 + k_2)z}. \quad (5.8)$$

Uvrštavamo jednadžbe (5.1), (5.4) i (5.8) u valnu jednadžbu (3.17), i kako polja ovise samo o  $z$  koordinati, dobivamo

$$\frac{d^2 A_3}{dz^2} + 2ik_3 \frac{dA_3}{dz} = \frac{-4d_{eff}\omega_3^2}{c^2} A_1 A_2 e^{i(k_1+k_2-k_3)z}. \quad (5.9)$$

Najčešće se prvi član na lijevoj strani može zanemariti iz razloga što je puno manji od drugog člana. Ova aproksimacija se naziva aproksimacijom sporo varirajuće amplitude, i vrijedi kad god je zadovoljeno

$$\left| \frac{d^2 A_3}{dz^2} \right| \ll \left| k_3 \frac{dA_3}{dz} \right|. \quad (5.10)$$

Ova aproksimacija pojednostavljuje jednadžbu (5.10) na

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{4id_{eff}\omega_3^2}{k_3 c^2} A_1 A_2 e^{i(\Delta k)z}, \quad (5.11)$$

gdje je  $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$  razlika valnih vektora. Jednadžba (5.12) se naziva parna jednadžba za amplitudu, jer pokazuje kako se amplituda vala frekvencije  $\omega_3$  ponaša s obzirom na amplitude valova frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2$ . Generalno, u obzir se uzimaju i varijacije valova frekvencija  $\omega_1$  i  $\omega_2$ . Istim postupkom kao za (5.10) dolazimo do još dvije parne jednadžbe za amplitude:

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{2id_{eff}\omega_1^2}{k_1 c^2} A_3 A_2^* e^{-i(\Delta k)z}, \quad (5.12)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{2id_{eff}\omega_2^2}{k_2 c^2} A_3 A_1^* e^{-i(\Delta k)z}. \quad (5.13)$$

U najjednostavnijem slučaju jedno od upadnih polja je jako ( $\omega_2$ ), a drugo slabo ( $\omega_1$ ). Na taj se način slabi infracrveni signal frekvencije  $\omega_1$  konvertira u vidljivo svjetlo frekvencije  $\omega_3$ . Pretpostavljamo da se amplituda  $A_2$  polja frekvencije  $\omega_2$  ne mijenja s ovom interakcijom, pa  $A_2$  uzimamo kao konstantu u setu jednadžbi za amplitude. Rješenja su jednostavna za slučaj  $\Delta k = 0$ . Deriviranjem jednadžbe (5.12) dobijemo

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} = \frac{2i\omega_1^2 d_{eff}}{k_1 c^2} A_2^* \frac{dA_3}{dz}, \quad (5.14)$$

te uvrštavanjem jednadžbe (5.11), dolazimo do jednadžbe jednostavnog harmoničkog oscilatora

$$\frac{d^2 A_1}{dz^2} = -\kappa^2 A_1, \quad (5.15)$$

čija je konstanta

$$\kappa^2 = \frac{4\omega_1^2 \omega_3^2 d_{eff}^2 |A_2|^2}{k_1 k_3 c^4}. \quad (5.16)$$

Opće rješenje jednadžbe (5.15) je

$$A_1(z) = B \cos \kappa z + C \sin \kappa z. \quad (5.17)$$

Iz jednadžbe (5.12), se vidi da je  $A_3(z) = \frac{k_1 c^2}{2i\omega_1^2 d_{eff}} \frac{1}{A_2^*} \frac{dA_1}{dz}$ , odnosno:

$$A_3(z) = \frac{k_1 c^2}{2i\omega_1^2 d_{eff}} \frac{1}{A_2^*} (-B\kappa \sin \kappa z + C\kappa \cos \kappa z) \quad (5.18)$$

Tražimo rješenje koje zadovoljava rubne uvjete. Pretpostavljamo da polje frekvencije  $\omega_3$  nije prisutno na ulazu, pa jedan od rubnih uvjeta postaje  $A_3(0) = 0$ , što implicira da  $C = 0$ , i zatim  $B = A_1(0)$ . Rješenje za polje frekvencije  $\omega_1$  je

$$A_1(z) = A_1(0) \cos \kappa z, \quad (5.19)$$

i za polje  $\omega_3$

$$A_3(z) = -A_1(0) \frac{k_1 c^2}{2i\omega_1^2 d_{eff}} \frac{1}{A_2^*} \kappa \sin \kappa z. \quad (5.20)$$

Radi jednostavnosti, izraziti ćemo odnos  $\frac{k_1 c^2}{2i\omega_1^2 d_{eff}} \frac{1}{A_2^*} \cdot \kappa$  na sljedeći način:

$$\frac{k_1 c^2}{2i\omega_1^2 d_{eff}} \frac{1}{A_2^*} \cdot \frac{2\omega_1 \omega_3 d_{eff} |A_2|}{(k_1 k_3)^{1/2} c^2} = -i \left( \frac{n_1 \omega_3}{n_3 \omega_1} \right)^{1/2} \frac{|A_2|}{A_2^*}. \quad (5.21)$$

Omjer  $\frac{|A_2|}{A_2^*}$  se može zapisati kao:

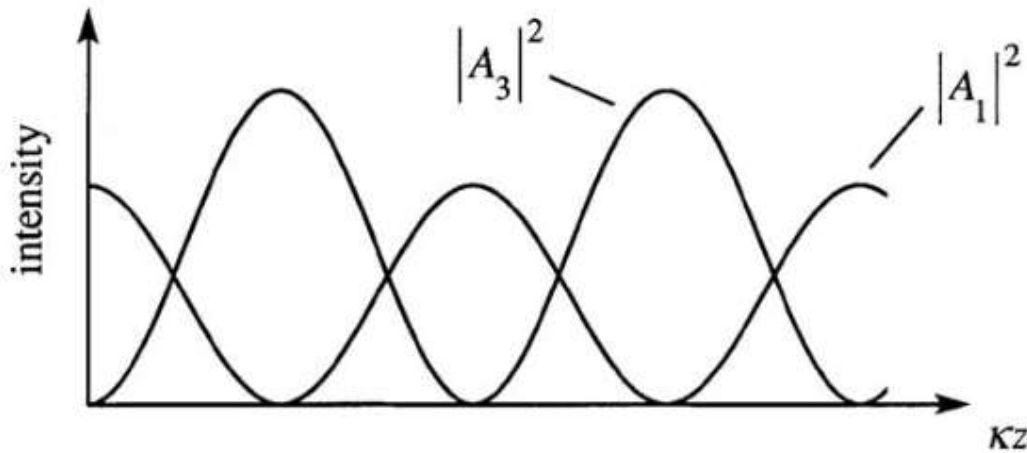
$$\frac{|A_2|}{A_2^*} = \frac{A_2}{A_2} \frac{|A_2|}{A_2^*} = \frac{A_2 |A_2|}{|A_2|^2} = \frac{A_2}{|A_2|} = e^{i\phi_2}, \quad (5.22)$$

gdje je  $\phi_2$  faza od  $A_2$ . Iz ovoga slijedi:

$$A_3(z) = i \left( \frac{n_1 \omega_3}{n_3 \omega_1} \right)^{1/2} A_1(0) \sin \kappa z e^{i\phi_2}. \quad (5.23)$$

Ponašanje funkcija (5.19) i (5.20) je dano grafički na Slici 5.2.

Rješenja za slučaj ne slaganja faza ( $\Delta k \neq 0$ ) imaju dosta kompleksniji oblik [1].



**Slika 5.2.** Intenzitet upadnog i generiranog vala za slučaj poklapanja faza. (Slika preuzeta iz [1].)

## 6. Primjena nelinearne optike

Rana primjena nelinearne optike uključuje procese koji omogućuju širu primjenu lasera, kao što su generiranje drugog harmonika, Q-switching i mode-locking. S generiranjem tankih snopova zraka lasera, omogućena je spektroskopija ultra fine rezolucije. Također, nelinearna optika se koristi u komercijalnim laserima, telekomunikaciji, medicini, manufakturi i procesiranju materijala, sensorima i znanosti [7].

### 6.1. Nove boje

Stvaranje lasera plavih i zelenih boja bez korištenja nelinearnih svojstava je iznimno neučinkovito. Kratke valne duljine koherentnog svjetla je puno lakše dobiti generiranjem drugog i trećeg harmonika infracrvenog lasera. Na primjer, generiranjem drugog harmonika lasera Nd:YAG (valna duljina = 1.06  $\mu\text{m}$ ) dobije se koherentna zelena svjetlost valne duljine 532 nm, koja se koristi za fotokemijske reakcije kao što su fotokataliza, fotoelektroanaliza i fotopolimerizacija [7].

### 6.2. Q-Switching

Q-switching je proces u kojem laser može proizvesti zrake svjetlosti iznimno velikog intenziteta. Otkriven je 1961., a danas se najčešće koristi za rezanje metala i holografiju. Također se koristi za uklanjanje tetovaža. Naime, uništava čestice tinte koje poslije limfnog sustava izbacuju. Za različite boje tinte je potrebno koristiti različite valne duljine, a cijeli proces uklanjanja može trajati između 6 i 20 mjeseci [8].

### 6.3. Generiranje THz radijacije

Na elektromagnetskom spektru, terahertz radijacija se nalazi između infracrvene i mikrovalne. Može proći kroz mnoge nevodljive materijale kao što su odjeća, papir, drvo, plastika i keramika. U jednoj mjeri može proći kroz kožu kao X-zrake ali zbog veće valne duljine slike dobivene THz radijacijom su niske rezolucije. Prednost THz radijacije nad X-zrakama je u tome što THz radijacija nije ionizirajuća pa ne oštećuje tkivo i DNA. Trenutno se koristi za promatranje tkiva bez puno vode i za očitavanje razlika u sadržaju vode i gustoće tkiva. Predviđa se da će u budućnosti THz radijacija moći detektirati rak kože na siguran i bezbolan način [9].

### 6.4. Stimulirani Raman laseri

Najbitnija primjena Raman lasera je u telekomunikacijskim optičkim vlaknima. Generalno, Raman laseri zahtijevaju visoku energiju na ulazu i daju duge valne duljine na izlazu. Korisni su za generiranje valnih duljina koje ne štete vidu pri detekciji svjetlom. Žuti Raman laser se koristi u medicini za akupunkturu [10], uklanjanje akni, čišćenja kože i uklanjanje pigmenta [11].

## **6.5. Promjena svojstava materijala**

Jedna od bitnijih primjena drugog harmonika je kod dijagnosticiranja površinskih svojstava optičkih materijala, s obzirom da površina nikada nije centralno simetrična, drugi harmonik se može generirati na površini bilo kojeg materijala. Intenzitet i kutni oklon drugog harmonika generiranog tim putem ovise o morfologiji površine i prisustvu nečistoća, što omogućuje uvid u svojstva materijala. Sav rad s laserima visoke preciznosti se temelji na multifotonskoj apsorpciji jer na mjestu upada laserske zrake dolazi do ionizacije koja stvara plazmu i tako uklanja cilijani dio. Jednom kada je plazma generirana, nastavlja apsorbirati svjetlosti i održava se dok impuls ne završi. Budući da je apsorpcija plazme neovisna o materijalu, ovaj proces se može koristiti čak i na reflektirajućim površinama [7].

## **6.6. Nelinearna mikroskopija**

Mikroskopija koja se temelji na generiranju viših harmonika ima prednost nad običnom jer može koristiti veće valne duljine bez da ošteti biološki materijal. Najčešće se koristi za proučavanje biološke strukture kolagena. Također se može koristiti za dobivanje slika prozirnih materijala, jer uvjet da su valovi u fazi ovisi o refraktivnom indeksu promatranog materijala [12].

## 7. Zaključak

Nelinearna optika je relativno novo područje, nastalo samo godinu dana nakon demonstracije prvog lasera. Dobiveni procesi logično slijede iz linearne optike kada se uzme u obzir da susceptibilnost i polarizacija ne moraju linearno ovisiti o upadnom valu. Generiranje drugog harmonika je najjednostavniji proces opisan, u kojem dva upadna vala iste frekvencije stvaraju jedan val duplo veće frekvencije, ali samo za materijale koji nemaju centralnu simetriju. Taj proces se može koristiti za ispitivanja svojstava materijala i generiranje koherentne svjetlosti drugačije valne duljine. Generiranje trećeg harmonika je proces u kojem tri upadna vala iste frekvencije stvaraju jedan trostruko veće frekvencije. Taj proces rijetko nastaje od generiranja drugog harmonika, pogotovo izravnim putem; najčešće je kombinirani učinak generiranja drugog harmonika i generiranje sume frekvencija. Treći harmonik je dosta slabijeg intenziteta od drugog, ali može nastati i u materijalima koji su centralno simetrični, tako da za takve materijale ipak vidimo učinak trećeg harmonika. Kod generiranja sume frekvencija, od dva upadna vala različitih frekvencija dobiva se jedan val kombinirane frekvencije što omogućuje stvaranje koherentne svjetlosti različitih svojstava.

Procesi nelinearne optike su omogućili šire primjene lasera kao što su stvaranje novih boja, bolje metode mikroskopije, ultra fino obrađivanje materijala i druge. Nelinearna optika također omogućuje stvaranje terahertz radijacije, koja ima slična svojstva kao X-zrake, ali je neionizirajuća i stoga sigurnija za upotrebu. Iako još ne postoji previše praktičnih načina generacije THz zračenja, predviđa se da će s nelinearnim optičkim procesima bitno unaprijediti i komercijalizirati. Također se predviđa da će nelinearna optika imati primjene i u kvantnoj optici, kvantnim računalima, ultra hladnim atomima, fizici plazime i akceleratorima čestica.



## 8. Literatura

- [1] Robert W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Elsevier Science Publishing Co Inc, San Diego, 2008.
- [2] David J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2017
- [3] Olaf Stenzel, *The Physics of Thin Film Optical Spectra*, Springer International Publishing, Berlin, 2005.
- [4] Joseph Zyss, *Molecular nonlinear optics: materials, physics, and devices*, Academic press, 2013.
- [5] John C. Lindon, George E. Tranter, *Encyclopedia of Spectroscopy and Spectrometry*, Elsevier Science, Amsterdam, 2016.
- [6] Nikolai V. Tkachenko, *Optical Spectroscopy*, Elsevier Science, Amsterdam, 2006.
- [7] Elsa Garmire, *Nonlinear optics in daily life*, Optics express 21.25 (2013): 30532-30544.
- [8] Q-switching, <https://en.wikipedia.org/wiki/Q-switching>, 1.9.2020.
- [9] Terahertz radiation, [https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz\\_radiation](https://en.wikipedia.org/wiki/Terahertz_radiation), 1.9.2020.
- [10] Daniela Litscher, Guangjun Wang, Ingrid Gaischek, Lu Wang, Sandra Wallner-Liebmann, and Erwin Pete, *Yellow laser acupuncture -A new option for prevention and early intervention of lifestyle-related diseases: A randomized, placebo-controlled trial in volunteers. Laser Therapy, 24(1), (2015): 53-61.*
- [11] Pro Yellow Laser - Aesthetic clinic Singapore | Medial and Laser Treatment, <https://www.healthsprings.com.sg/services/aesthetics-face-n-skin-care-pro-yellow-laser/>, 2.9.2020.
- [12] Shakil Rehman, Naveen K. Balla, Elijah Y. Y. Seng, Colin J. R. Sheppard, *Optical Fluorescence Microscopy*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2010.