

# Analiza odabranih svojstava Sigma-čestice u centralnim teškoionskim sudarima korištenjem GiBUU modela

---

Jukić, Ivo

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, University of Split, Faculty of science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:166:604611>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-25**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Science](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet

**Analiza odabranih svojstava Sigma-čestice u  
centralnim teškoionskim sudarima  
korištenjem GiBUU modela**

Diplomski rad

Ivo Jukić

Split, rujan 2019.

Zahvaljujem prof. dr. sc. Mili Dželaliji na mentorstvu pri izradi diplomskog rada. Posebno zahvaljujem neposrednoj voditeljici dr. sc. Ivani Weber na velikoj pomoći i savjetovanju pri pisanju rada. Zahvaljujem doc. dr. sc. Petru Stipanoviću na završnim komentarima i savjetima. Zahvaljujem kolegicama i kolegama, obitelji i prijateljima, koji su mi bili velika podrška u godinama studiranja.

## Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno – matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Diplomski rad

### Analiza odabranih svojstava Sigma-čestice u centralnim teškoionskim sudarima korištenjem GiBUU modela

Ivo Jukić

Sveučilišni diplomski studij Fizika, smjer Računarska fizika

#### Sažetak:

Korištenjem GiBUU transportnog modela ispituju se odabrana svojstva  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^+$  čestica nastalih centralnim sudarima istovrsnih izotopa ugljika  $^{12}\text{C}$ , nikla  $^{59}\text{Ni}$  i olova  $^{208}\text{Pb}$ , pri energijama projektila od 2 i 5 GeV po nukleonu, mjereno iz laboratorijskog sustava. Odabrana svojstva uključuju položaje i količine gibanja nastalih čestica. Položaji se ispituju preko koordinata čestica u ravnini okomitoj na pravac sudara, te preko histograma koordinata čestica duž pravca sudara. Količine gibanja se ispituju preko histograma transverzalne komponente količine gibanja, koja predstavlja mjeru gibanja čestice u ravnini okomitoj na pravac sudara, te preko histograma longitudinalne komponente količine gibanja, koja predstavlja mjeru gibanja čestice duž pravca sudara. Navedene veličine se promatraju pri različitim vrijednostima ulaznih parametara. Na kraju je napravljena analiza stvorenih  $\Sigma$  čestica u  $(y, p_t)$  faznom prostoru.

**Glavne riječi:** centralni teškoionski sudari, GiBUU model, Sigma-čestica

**Rad sadrži:** 71 stranicu, 50 slika, 1 tablicu, 7 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** prof. dr. sc. Mile Dželalija

**Neposredni voditelj:** dr. sc. Ivana Weber

**Ocjenjivači:** prof. dr. sc. Mile Dželalija,  
dr. sc. Ivana Weber,  
doc. dr. sc. Petar Stipanović

**Rad prihvaćen:** 9. 9. 2019.

Rad je pohranjen u Knjižnici Prirodoslovno – matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

## Basic documentation card

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Master thesis

### **Analysis of selected properties of Sigma-particle in central heavy-ion reactions by using GiBUU model**

Ivo Jukić

University graduate study programme Physics, orientation Computational Physics

#### **Abstract:**

GiBUU transport model is used to analyze selected properties of  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$  and  $\Sigma^+$  particles in central collisions of identical carbon  ${}^{12}_6\text{C}$ , nickel  ${}^{59}_{28}\text{Ni}$  and lead  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$  isotopes, for cases where projectile has the kinetic energy of 2 GeV and 5 GeV per nucleon, measured from the laboratory reference frame. The selected properties include created particles' position and momentum. Positions are presented by particles' coordinates in a plane perpendicular to collision axis and by histograms of particles' coordinates along collision axis. Momentums are presented by histograms of transversal component of momentum, which represents the measure of particles' motion in a plane perpendicular to collision axis, and by histograms of momentum component along the collision axis, which represents the measure of particles' motion along the same axis. Selected properties are presented for several different values of input parameters. Finally, particles are presented in  $(y, p_t)$  phase space.

**Keywords:** central heavy-ion collisions, GiBUU model, Sigma-particle

**Thesis consists of:** 71 pages, 50 figures, 1 tables, 7 references. Original language: Croatian.

**Supervisor:** Prof. Dr. Mile Dželalija

**Leader:** Dr. Ivana Weber

**Reviewers:** Prof. Dr. Mile Dželalija,  
Dr. Ivana Weber,  
Assist. Prof. Dr. Petar Stipanović

**Thesis accepted:** September 9, 2019.

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

# Sadržaj

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Uvod</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Fizika visokih energija</b>                     | <b>2</b>  |
| 2.1      | Fazni dijagram nuklearne tvari                     | 2         |
| 2.2      | Relativistički sudari teških iona                  | 3         |
| 2.2.1    | Centralni i necentralni sudari                     | 5         |
| 2.3      | Kontrakcija duljine                                | 6         |
| 2.4      | Vremenska skala                                    | 7         |
| <b>3</b> | <b>Fizikalne veličine u analizi</b>                | <b>8</b>  |
| 3.1      | Četverovektor količine gibanja i invarijantna masa | 8         |
| 3.2      | Transverzalna masa                                 | 9         |
| 3.3      | Rapiditet  | 9         |
| 3.4      | Pseudorapiditet                                    | 10        |
| <b>4</b> | <b>Sigma čestica</b>                               | <b>11</b> |
| 4.1      | Izospin  | 11        |
| 4.2      | Osnovna svojstva                                   | 12        |
| 4.3      | Eksperimenti                                       | 12        |
| <b>5</b> | <b>GiBUU transportni model</b>                     | <b>14</b> |
| 5.1      | Osnove GiBUU modela                                | 14        |
| 5.2      | GiBUU - instalacija                                | 16        |
| 5.3      | GiBUU - pokretanje i korištenje                    | 17        |
| 5.4      | GiBUU - podjela čestica                            | 18        |
| 5.5      | GiBUU - izrada histograma                          | 19        |
| <b>6</b> | <b>Rezultati i rasprava</b>                        | <b>21</b> |
| 6.1      | C+C na 2 GeV                                       | 21        |
| 6.2      | C+C na 5 GeV                                       | 23        |
| 6.2.1    | Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom C+C     | 25        |
| 6.3      | Ni+Ni na 2 GeV                                     | 32        |
| 6.4      | Ni+Ni na 5 GeV                                     | 33        |
| 6.4.1    | Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom Ni+Ni   | 34        |
| 6.5      | Pb+Pb na 2 GeV                                     | 47        |
| 6.6      | Pb+Pb na 5 GeV                                     | 48        |
| 6.6.1    | Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom Pb+Pb   | 49        |
| 6.7      | Usporedba fizikalnih veličina iz sve tri reakcije  | 62        |

|          |                             |           |
|----------|-----------------------------|-----------|
| <b>7</b> | <b>Zaključak . . . . .</b>  | <b>69</b> |
| <b>8</b> | <b>Literatura . . . . .</b> | <b>70</b> |

# 1 Uvod

GiBUU je transportni model koji se koristi za simulaciju nuklearnih reakcija. GiBUU omogućava simulaciju elementarnih reakcija ( $pp$ ,  $pn$ ), raspršenja elektrona, fotona i neutrina na jezgri ( $eA$ ,  $\gamma A$ ,  $\nu A$ ), sudara hadrona s jezgrom ( $pA$ ) te teškoionskih sudara ( $AA$ ). Dostupne energije su u intervalu od nekoliko desetaka MeV-a do nekoliko desetaka GeV-a. U ovom radu model se koristi za simulaciju teškoionskih sudara. Preciznije, promatraju se centralni sudari istovrsnih jezgri ugljika  ${}^{12}_6\text{C}$ , nikla  ${}^{59}_{28}\text{Ni}$  i olova  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ , pri energijama projektila od 2 i 5 GeV po nukleonu, mjereno iz laboratorijskog sustava. Prvo se za svaku reakciju, preko histograma mase, ustanovi broj i vrsta čestica koje su nastale u sudaru. Posebna pažnja posvećena je  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^+$  česticama, koje su predmet detaljnije analize. Za one reakcije u kojima je broj nastalih  $\Sigma$  čestica dovoljan za kvalitetnu analizu, promatraju se svojstva položaja i količina gibanja nastalih čestica te kako promjena ulaznih parametara, kao što je trajanje simulacije, utječe na rezultate. Položaji se ispituju preko koordinata čestica u  $xy$  ravnini, koja je okomita na pravac sudara, te preko histograma  $z$  koordinata čestica, pri čemu se os sudara nalazi na  $z$  osi. Količine gibanja se ispituju preko histograma transverzalne količine gibanja, koja predstavlja mjeru gibanja okomito na pravac sudara, te preko histograma longitudinalne količine gibanja duž pravca sudara. U završnom dijelu analize se uspoređuju rapiditet, transverzalna količina gibanja i transverzalna masa čestica nastalih u različitim reakcijama. Rapiditet i transverzalna količina gibanja se promatraju zajedno, u obliku 2D histograma.

Centralni sudari su središnja tema rasprave u ovom radu, ali u analizi sudara jezgri olova se promatraju i necentralni sudari, gdje se promjenom parametra sudara ispituje razlika svojstava čestica nastalih u centralnom i necentralnom sudaru.

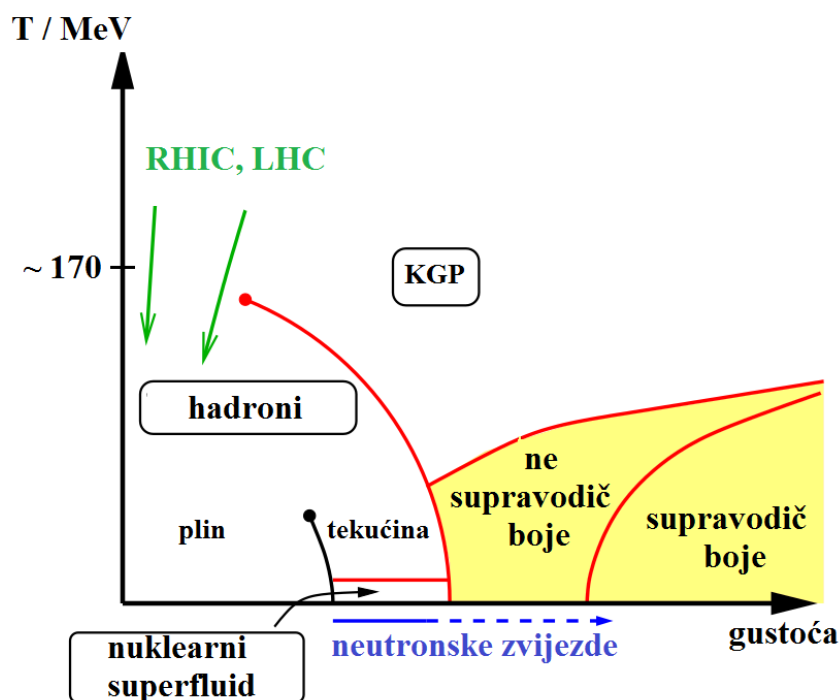


## 2 Fizika visokih energija

Današnji svemir sastoji se od tvari koju čine atomi. Svaki atom sadrži jezgru sastavljenu od protona i neutrona koja je okružena elektronskim oblakom. Protoni i neutroni sastoje se od kvarkova koje veže jaka sila. Jaka sila ostvaruje se izmjenom nove vrste čestica - gluona. Izolirani kvarkovi nikad nisu eksperimentalno opaženi, kao ni gluoni. Kvarkovi i gluoni su trajno vezani unutar čestica koje formiraju. [1]

### 2.1 Fazni dijagram nuklearne tvari

Sudaranjem jezgri vrlo visokih energija brzinama usporedivim s brzinom svjetlosti stvaraju se uvjeti 100 000 puta veće temperature od one u središtu Sunca. U tim ekstremnim uvjetima dolazi do "otapanja" protona i neutrona pri čemu se kvarkovi i gluoni oslobađaju i formiraju kvark-gluonsku plazmu (KGP). Postojanje te faze i njezina svojstva ključni su za razumijevanje kvantne kromodinamike [2]. Fazni dijagram nuklearne tvari prikazan je na slici 1. Na osi ap-



**Slika 1:** Fazni dijagram nuklearne tvari prikazuje fazu tvari pri različitim gustoćama i temperaturama. Ilustracija je preuzeta iz [3]

scisa prikazana je gustoća, a na ordinatnoj osi temperatura u MeV. Temperatura je jednaka nuli duž  $x$  osi, a gustoća je približno nula sve do točke prijelaza iz hadronskog plina u tekućinu, kada gustoća postaje približno jednaka nuklearnoj gustoći, koja približno iznosi  $2.3 \times 10^{17}$  kg/m<sup>3</sup>. [3] Veće gustoće tvari od nuklearne gustoće možda je moguće pronaći u neutronske zvijezdama, gdje gravitacija sabija zvijezdu do jako velikih gustoća. Međutim, još nije poznato događa li

se to [3]. Na području ultra visokih gustoća i niskih temperatura kvarkovi postaju korelirani i formiraju supravodič kromodinamičkog naboja (boje) [8]. To područje faznog dijagrama još je relativno neistraženo [8]. Na niskim gustoćama tvar je u fazi hadronskog plina sve do kritične temperature od približno 170 MeV ( $\approx 10^{12}$  K), kada prelazi u fazu KGP [3]. Kritična temperatura prijelaza iz hadronskog plina u KGP je stoga 100 000 puta veća od temperature u središtu Sunca koja iznosi približno  $15 \times 10^6$  K. Teškoionski eksperimenti u akceleratorima istražuju upravo to područje [3].

Stvaranje KGP i njezin prijelaz u interagirajuću hadronsku materiju tema su znanstvenih istraživanja već skoro tri desetljeća. Prema Teoriji velikog praska, svemir je u prvoj sekundi svog nastanka prešao iz stanja KGP u stanje bezbojne hadronske tvari. U tom kontekstu, fazni prijelaz iz partonskih stupnjeva slobode (kvarkova i gluona) u hadronsku tvar središnja je tema istraživanja moderne fizike visokih energija [2]. S ciljem razumijevanja tog prijelaza, rade se brojni laboratorijski eksperimenti u kontroliranim uvjetima koji ispituju relativističke teškoionske sudare.

## 2.2 Relativistički sudari teških iona

Prema kvantnoj kromodinamici, u relativističkim teškoionskim sudarima stvaraju se uvjeti jako visoke temperature i gustoće pri čemu se događa prijelaz hadronske tvari u snažno interagirajuću KGP [2]. Shematski prikaz vremenske evolucije relativističkih teškoionskih sudara prikazan je na slici 2.



**Slika 2:** Vremenska evolucija relativističkog teškoionskog sudara. Jezgre se prije sudara gibaju jedna prema drugoj relativističkim brzinama. Imaju oblik tankog diska, što je posljedica Lorentzove kontrakcije duljine pri gibanju relativističkim brzinama. Slika je preuzeta iz [8].

Teškoionski eksperimenti se, između ostalih mjesta, provode i na CERN-u unutar akceleratora Large Hadron Collider (LHC). Tu se u određenom dijelu svake godine sudaraju ioni olova pri energiji od 2.76 TeV po paru nukleona mjereno iz sustava centra mase, a analiza nastale KGP obavlja se na detektoru ALICE (A large Ion Collider Experiment). Tu se detaljno proučava kako se nastala KGP širi i hladi formirajući čestice od kojih je svemir sastavljen danas. Detektor ALICE dugačak je 26 m, širok 16 m i visok 16 m. Nalazi se 56 m pod zemljom u blizini francuskog sela St Genis - Pouilly. U istraživanja na detektoru uključeno je više od 1000 znanstvenika s

više od 100 znanstvenih instituta iz 30 zemalja. [1]

Slična istraživanja rade se i na SPS-u (Super - Proton - Synchrotron), RHIC-u (Relativistic - Heavy - Ion - Collider), FAIR-u (Facility for Antiproton and Ion Research) itd. Primjerice, na RHIC-u se sudaraju jezgre zlata na energijama od 0.2 - 21.3 TeV po nukleonu, pri čemu je pretpostavljeno da se radi o eksperimentima s mirujućom metom. Proračuni pokazuju da je u tim eksperimentima postignuta puno veća gustoća energije od minimalne potrebne za stvaranje KGP. Dovoljna gustoća energije za stvaranje KGP može se postići već pri energijama reda veličine 10 GeV po nukleonu.[2]

U ovom radu promatrat će se sudari jezgri ugljika ( $Z = 6, A = 12$ ), nikla ( $Z = 28, A = 59$ ) i olova ( $Z = 82, A = 208$ ) pri kinetičkim energijama od 2 i 5 GeV po nukleonu, s detaljnom analizom reakcija na 5 GeV po nukleonu. Stoga je potrebno razumjeti što se događa pri sudarima teških iona u okviru relativističke fizike.

Ukupni broj nukleona u jezgri jednak je ukupnom broju protona i neutrona koje jezgra sadrži i naziva se maseni broj ( $A$ ). Npr. kinetička energija od 5 GeV po nukleonu znači da je ukupna kinetička energija jezgre jednaka 60 GeV za ugljik, 295 GeV za nikal i 1040 GeV za olovo.

Prema poznatoj Einsteinovoj jednadžbi, za ukupnu energiju slobodne čestice vrijedi:

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad (2.1)$$

pri čemu je  $E$  ukupna energija čestice,  $m_0$  je masa mirovanja čestice,  $p$  je količina gibanja čestice, a  $c$  je brzina svjetlosti. Prvi član na desnoj strani jednadžbe (2.1) je energija mirovanja, tj. energija koju čestica ima zbog posjedovanja mase, a drugi član je doprinos količine gibanja ukupnoj energiji.

Ukupna energija  $E$  definirana je s  $E = mc^2$  pri čemu je  $m$  relativistička masa čestice. Relativistička masa čestice definirana je s:

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2.2)$$

pri čemu je  $v$  brzina čestice.

Količina gibanja definirana je umnoškom relativističke mase i brzine čestice, tj.  $p = mv$ .

Kinetička energija se dobije kao razlika ukupne energije i energije mirovanja:

$$E_{\text{kin}} = mc^2 - m_0 c^2 = (\gamma - 1)m_0 c^2. \quad (2.3)$$

Iz jednadžbe (2.3) za česticu u gibanju očito vrijedi:

$$m_0 c^2 = \frac{E_{\text{kin}}}{\gamma - 1}. \quad (2.4)$$

Iskoristimo li definicije ukupne energije  $E = \gamma m_0 c^2$ , količine gibanja  $p = \gamma m_0 v$  i izraz (2.4),

jednadžba (2.1) glasi:

$$\gamma^2 \frac{E_{\text{kin}}}{\gamma - 1} = \frac{E_{\text{kin}}}{\gamma - 1} + \gamma^2 m_0 v^2. \quad (2.5)$$

Iz (2.5) slijedi izraz za brzinu čestice koja ima kinetičku energiju  $E_{\text{kin}}$  i masu mirovanja  $m_0$ :

$$v^2 = \frac{\gamma + 1}{\gamma^2} \frac{E_{\text{kin}}}{m_0} = \frac{E_{\text{kin}}}{m_0} \left( \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma^2} \right). \quad (2.6)$$

Kako  $\gamma$  ovisi o brzini, jednadžbu (2.6) potrebno je riješiti kako bi se dobio izraz za brzinu. Supstitucijom  $\beta = v/c$ , vrijedi  $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}$  i  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$  pa jednadžba (2.6) glasi:

$$\beta^2 = \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2} (\sqrt{1 - \beta^2} + 1 - \beta^2). \quad (2.7)$$

Faktor  $E_{\text{kin}}/(m_0 c^2)$  predstavlja omjer kinetičke energije i energije mirovanja. Za nukleon približno vrijedi  $m_0 \approx 1 \text{ GeV}/c^2$ , a ako kinetička energija nukleona iznosi 5 GeV, vrijedi  $E_{\text{kin}}/(m_0 c^2) \approx 5$ . Supstitucijom  $t^2 = 1 - \beta^2$  jednadžba (2.7) glasi:

$$6t^2 + 5t - 1 = 0. \quad (2.8)$$

Rješavanjem (2.8) dobije se da je  $t = 1/6$  pa je  $\beta \approx 0.99$  što znači da je  $v \approx 0.99c$ . Zaključujemo da se ubrzani ioni gibaju približno brzinom svjetlosti čime je opravdana primjena relacija iz relativističke fizike.

### 2.2.1 Centralni i necentralni sudari

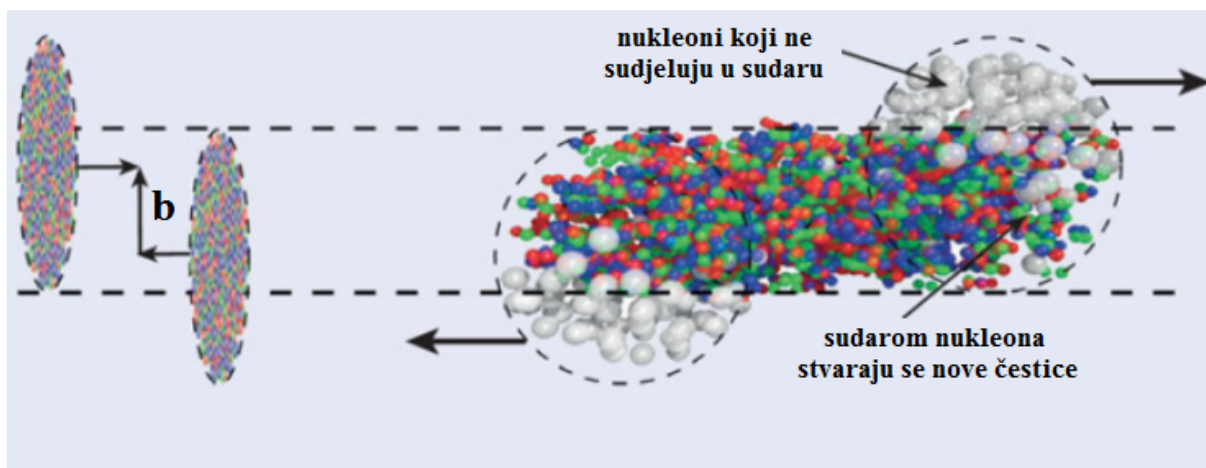
Parametar sudara ( $b$ ) definira se kao transverzalna udaljenost središta jezgri. Transverzalnost, u ovom kontekstu, znači okomitost na os sudara. Da bi se dogodio sudar jezgri radijusa  $R_1$  i  $R_2$ , za parametar sudara mora vrijediti: [8]

$$0 \leq b \leq R_1 + R_2. \quad (2.9)$$

Prema nejednadžbi (2.9), ako je transverzalna udaljenost središta jezgri veća od zbroja njihovih radijusa, jezgre će se mimoći i neće doći do sudara.

Ako je  $b = 0$ , radi se o centralnom sudaru. Za relativno velik iznos parametra  $b$  (na skali radijusa jezgri), riječ je o perifernom sudaru. [8]

Ilustracija sudara dvaju teških iona prikazana je na slici 3. Prije sudara, jezgre se gibaju jedna prema drugoj relativističkim brzinama. Imaju oblik diska zbog relativističkog efekta kontrakcije duljine, o čemu će se detaljnije raspraviti u sljedećem potpoglavlju. Sudarom jezgri, jedan dio nukleona interagira, a drugi dio nastavlja gibanje nepromijenjenim impulsom. Što je parametar sudara manji, veći dio nukleona sudjeluje u sudaru. U slučaju centralnog sudara, kada je  $b = 0$ , svi nukleoni sudjeluju u sudaru.



**Slika 3:** Ilustracija relativističkog sudara dvaju teških iona. Dio nukleona ne sudjeluje u interakciji te nastavlja gibanje nepromijenjenim impulsom. Sudarom dijela nukleona koji sudjeluje u interakciji stvaraju se nove čestice. Ilustracija je preuzeta iz [8]

Dakle, broj čestica, koje nastaju kao produkt sudara jezgri, ovisi o vrijednosti parametra sudara. Što je parametar sudara manji, nastaje više čestica. Tako se, konkretno za slučaj  $\Sigma$  čestica, najkvalitetnija statistika može očekivati u slučaju centralnog sudara.

### 2.3 Kontrakcija duljine

Jedna od posljedica gibanja relativističkim brzinama je kontrakcija duljine. Pretpostavimo da se jedan referentni sustav giba relativističkom brzinom duž  $z$  osi u odnosu na drugi referentni sustav. U kontekstu sudaranja jezgri, jezgra projektil predstavlja prvi referentni sustav, a laboratorijski sustav predstavlja drugi referentni sustav. Promatrač iz laboratorijskog sustava mjeri kraću dimenziju projektila duž  $z$  osi nego što mjeri promatrač iz sustava projektila. Stoga će promatraču iz laboratorijskog sustava jezgra projektil koja se giba izgledati kao tanki disk, a jezgra meta koja miruje ima oblik sfere. Kontrakcija radijusa jezgre projektila može se odrediti pomoću formule:

$$R = \frac{R_0}{\gamma} = R_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (2.10)$$

pri čemu je  $R_0$  radijus projektila mjereno iz sustava koji se giba zajedno s projektilom, a  $R$  je radijus projektila mjereno iz laboratorijskog sustava.

U prvoj aproksimaciji se može pretpostaviti da je jezgra sfernog oblika pa se radijus jezgre približno se može odrediti iz:

$$R = (1.2 \text{ fm}) A^{\frac{1}{3}}, \quad (2.11)$$

pri čemu je  $A$  maseni broj jezgre. Maseni brojevi izotopa ugljika, nikla i olova koji se promatraju u ovom radu su 12, 59 i 208 redom pa su pripadni radijusi jezgri jednaki  $R_0(^{12}_6\text{C}) \approx 2.7 \text{ fm}$ ,  $R_0(^{59}_{28}\text{Ni}) \approx 4.7 \text{ fm}$  i  $R_0(^{208}_{82}\text{Pb}) \approx 7.1 \text{ fm}$ . Sve tri jezgre se gibaju približno brzinom  $0.99c$  pa vrijedi  $\gamma \approx 7$ . Dakle, radijusi projektila mjereno iz laboratorijskog sustava su 7 puta manji nego

isti radijusi mjereni iz sustava koji se giba zajedno s projektilom. Kako se u ovom radu promatraju sudari istovrsnih jezgri, promatraču iz laboratorijskog sustava se uvijek čini da je radijus mete duž  $z$  osi 7 puta veći od radijusa projektila duž  $z$  osi. Taj podatak je važan za simulaciju jer je udaljenost centara jezgri također jedan od ulaznih parametara simulacije.

## 2.4 Vremenska skala

Jedan od ulaznih parametara simulacije je i ukupno vrijeme trajanja simulacije  $t$  te vremenski korak  $\Delta t$ . Obično se uzima da je  $\Delta t = 0.2 \text{ fm}/c$ , a ukupno vrijeme trajanja simulacije  $20 - 100 \text{ fm}/c$  [8]. Kako je  $1 \text{ fm}/c = 10^{-23} \text{ s}$ , vremenski korak izražen u sekundama iznosi  $\Delta t = 2 \times 10^{-24} \text{ s}$ , a ukupno vrijeme trajanja simulacije  $2 \times 10^{-22} - 10^{-21} \text{ s}$ . Srednja vremena života  $\Sigma$  čestica koje se promatraju u ovom radu su dana u tablici 1. Za čestice  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^-$  oni su približno  $10^{-10} \text{ s}$ , a za  $\Sigma^0$  približno  $10^{-21} \text{ s}$ . Važno je napomenuti da se navedena srednja vremena života odnose na sustav u kojem navedene čestice miruju. Međutim, promatraju li se čestice iz sustava u kojem se navedene čestice gibaju, kao npr. iz laboratorijskog sustava, one naizgled "žive dulje". Iz specijalne teorije relativnosti je poznata formula za dilataciju vremena:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2.12)$$

pri čemu je  $\Delta t_0$  vrijeme života mjereno iz sustava u kojem čestica miruje, a  $\Delta t$  je vrijeme života mjereno iz laboratorijskog sustava. Gledano iz laboratorijskog sustava, čestice koje se gibaju relativističkim brzinama naizgled žive  $\gamma$  puta dulje. Pri brzini od  $0.99 c$ , čestice naizgled žive približno 7 puta dulje. Znači da se čestica mora gibati približno brzinom svjetlosti da bi joj se vrijeme života povećalo za 1 red veličine. Pri nešto manjim brzinama red veličine vremena života ostaje nepromijenjen. Dakle, srednja vremena života  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^-$  čestica su, gledano iz laboratorijskog sustava, približno  $10^{11}$  puta veći od duljine trajanja simulacije. To znači da gotovo sigurno u simulaciji neće biti raspada  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^-$  čestica. Raspadi  $\Sigma^0$  čestica se mogu očekivati.

### 3 Fizikalne veličine u analizi

#### 3.1 Četverovektor količine gibanja i invarijantna masa

Kontravarijantni četverovektor količine gibanja ( $p^\mu$ ) relativističke čestice dan je jednadžbom: [8]

$$p^\mu = \left( \frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right). \quad (3.1)$$

Zamislimo da postoje dva referentna sustava,  $S$  i  $S'$ , pri čemu se sustav  $S'$  giba duž osi  $z$  brzinom  $v_z$  u odnosu na sustav  $S$ . Energija i količina gibanja nisu invarijantni na Lorentzove transformacije referentnog sustava pa četverovektor količine gibanja ne izgleda jednako u oba sustava:

$$\begin{aligned} p^\mu &= \left( \frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right) \\ p^{\mu'} &= \left( \frac{E'}{c}, p'_x, p'_y, p'_z \right). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Transformacije komponenti količine gibanja iz sustava  $S$  u sustav  $S'$  dane su jednadžbama: [4]

$$\begin{aligned} E' &= \gamma(E - \beta p_z c) \\ p'_x &= p_x \\ p'_y &= p_y \\ p'_z &= \gamma(p_z - \beta \frac{E}{c}). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Definirajmo veličinu  $I'$  u sustavu  $S'$ :

$$I' = \frac{E'^2}{c^2} - p_x'^2 - p_y'^2 - p_z'^2 = \frac{E'^2}{c^2} - p'^2. \quad (3.4)$$

Korištenjem jednakosti (3.3) lako se dobije da je  $I' = I$  tj. da je veličina  $I$  invarijantna na promjenu referentnog sustava [4]. Prema poznatoj Einsteinovoj jednadžbi vrijedi  $E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$ . Stoga vrijedi:

$$m_0^2 c^2 = \frac{E^2}{c^2} - p^2 = I. \quad (3.5)$$

Prema jednadžbi (3.5), masa  $m_0$  je invarijantna na Lorentzove transformacije. Zato se  $m_0$  naziva invarijantna masa.

## 3.2 Transverzalna masa

Iz relativističke fizike je poznato da vrijedi jednačba: [7]

$$E^2 = m_0^2 + p_x^2 + p_y^2 + p_z^2, \quad (3.6)$$

pri čemu je pretpostavljen izbor jedinica u kojima je  $c = 1$ . Po konvenciji se obično uzima da se snop čestica projektila giba duž  $z$  osi, tj. uzima se da je os sudara paralelna  $z$  osi. Poznato je da Lorentzove transformacije komponenti četverovektora količine gibanja za dva referentna sustava koji se jedan naspram drugog gibaju brzinom  $v_z = \beta c$  ostavljaju komponente  $p_x$  i  $p_y$  nepromjenjenim tj. mijenjaju se samo komponente  $E$  i  $p_z$  [7]. Prema jednačbi (3.6), suma svih veličina s desne strane jednačbe (3.6) koje ostaju invarijantne pri Lorentzovim transformacijama duž  $z$  osi se definira kao transverzalna masa: [7]

$$m_t^2 = m^2 + p_x^2 + p_y^2. \quad (3.7)$$

Zašto su svi referentni sustavi koji se gibaju duž  $z$  osi tako važni da se gledaju invarijantne veličine baš s obzirom na njih? Naime, u akceleratoru se često sudaraju čestice na način da se i mete i projektili gibaju duž  $z$  osi u istom smjeru. To znači da se centar mase mete i projektila također giba duž  $z$  osi nekom brzinom. Često je fiziku zanimljivo promatrati iz sustava centra mase. Međutim, promatrači se nalaze u laboratorijskom sustavu koji se, gledano iz sustava centra mase, giba nekom brzinom duž  $z$  osi. Stoga je veličine koje nisu invarijantne na Lorentzove transformacije duž  $z$  osi potrebno transformirati kako bi se dobile iste veličine mjerene iz sustava centra mase. Veličine koje su invarijantne na ove transformacije, kao transverzalna masa, ostaju nepromijenjene i zato su važne.

## 3.3 Rapiditet

Rapiditet čestice ( $y$ ) definiran je jednačbom: [7]

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}. \quad (3.8)$$

Pretpostavimo da promatramo rapiditet čestice koja je nastala u nuklearnoj reakciji i koja pripada ultrarelativističkom režimu. Neka se čestica približno kreće u  $xy$  ravnini tako da je  $p_z \approx 0$ . Tada je rapiditet čestice jednak 0 jer je  $\ln 1 = 0$ . U suprotnom slučaju, kada se čestica kreće približno okomito na  $xy$  ravninu duž  $z$  osi vrijedi da je  $p_x = p_y = 0$  i  $E \approx p_z$  jer se radi o ultrarelativističkom režimu. Tada je nazivnik u jednačbi (3.8) jednak 0 pa  $y \rightarrow +\infty$ . Kada se čestica kreće okomito na  $xy$  ravninu u negativnom smjeru  $z$  osi vrijedi  $y \rightarrow -\infty$ . Dakle, rapiditet je praktički jednak 0 ako se čestica nakon sudara giba okomito na os sudara, a teži u  $\pm\infty$  ako čestica giba u pozitivnom odnosno negativnom smjeru duž osi sudara. Stoga rapiditet



ovisi o kutu između  $xy$  ravnine i smjera emisije čestice nakon sudara.

Rapiditet nije invarijantan na Lorentzove transformacije [7]. Dakle, promatrači iz dva sustava koji se gibaju duž  $z$  osi različitim brzinama ne mjere jednak rapiditet. Može se pokazati da za rapiditete mjerene iz dva različita sustava koji se jedan u odnosu na drugi gibaju brzinom  $v = \beta c$  vrijedi jednadžba (3.9). [7]

$$y' - y = \tanh^{-1} \beta \quad (3.9)$$

Transformacija iz jednadžbe (3.9) ima važnu posljedicu. Pretpostavimo da promatramo razliku rapiditeta  $y_2 - y_1$  dviju čestica nastalih nuklearnom reakcijom iz dva različita sustava. Kako je  $\tanh^{-1} \beta$  samo konstanta, vrijedi (3.10). [7]

$$y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1 \quad (3.10)$$

Prema jednadžbi (3.10), razlika rapiditeta dviju čestica nastalih nuklearnom reakcijom je invarijantna na Lorentzove transformacije duž osi sudara. U tome se krije važnost rapiditeta. [7]

Često se fazni prostor prikazuje u  $(y, p_T)$  prostoru [8]. U tom prostoru je rapiditet  $y$  mjera gibanja čestice u longitudinalnom smjeru (duž osi sudara), a  $p_T$  je mjera gibanja u transverzalnog smjeru (okomito na os sudara).

### 3.4 Pseudorapiditet

Mjerenje rapiditeta često nije jednostavno, pogotovo u slučaju kada izlazna čestica ima visok rapiditet jer tada vrijedi  $p \approx p_z$ . Tada  $p_z$  komponentu nije lako mjeriti jer mjerenje ometa snop čestica projektila. Zbog toga se uvodi fizikalna veličina vrlo slična rapiditetu koju je puno lakše mjeriti. Ta veličina se naziva pseudorapiditet. Pseudorapiditet je definiran jednadžbom: [7]

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}, \quad (3.11)$$

pri čemu je  $\theta$  kut između brzine izlazne čestice i osi sudara. Stoga je pseudorapiditet puno jednostavnije izmjeriti od rapiditeta.

Može se pokazati da su u ultrarelativističkom limesu rapiditet i pseudorapiditet jednaki. [7]

## 4 Sigma čestica

Sigma ( $\Sigma$ ) čestica je barion koji se sastoji od jednog stranog (eng. strange) kvarka i dva kvarka iz prve generacije kvarkova (gornjeg (eng. up) i/ili donjeg (eng. down)) [9].

Postoje 3 vrste  $\Sigma$  čestice koje se razlikuju po naboju, a to su  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^-$ . Sve tri vrste imaju približno istu masu i kažemo da su u izospinskom tripletu [9].

### 4.1 Izospin

Podrijetlo izospina dolazi iz 1932. godine kada je Heisenberg na temelju vrlo slične mase protona i neutrona ( $m_P \approx m_N \approx 0.94 \text{ GeV}$ ) predložio ideju da su te dvije čestice zapravo samo različita stanja jedne te iste čestice [10]. Prema toj ideji, općeniti nukleon  $N$  je superpozicija različitih stanja izospina jedne te iste čestice [10]:

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

pri čemu je  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  protonsko stanje, a  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  neutronske stanje. Kao što elektron čiji je ukupni spin  $s = \frac{1}{2}$  može biti u 2 moguća stanja, ovisno o tome je li vektor spina paralelan ili antiparalelan sa  $z$  osi, tako i općeniti nukleon izospina  $I = \frac{1}{2}$  može na isti način biti u 2 moguća kvantna stanja,  $|I, I_z\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$  ili  $|I, I_z\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ . Stanje  $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$  je protonsko stanje nukleona, a  $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$  je neutronske stanje nukleona [10]. Kažemo da proton i neutron čine izospinski dublet [10].

Za up i down kvarkove vrijedi slična analogija kao za proton i neutron tj. up i down kvark su zapravo "isti" kvark izospina  $\frac{1}{2}$  s različitim  $z$  komponentom izospina [10]. Promatramo li dva kvarka izospina  $I = \frac{1}{2}$ , ukupni izospin može biti 0 ili 1. Ako je ukupni izospin  $I = 0$  moguće je samo jedno stanje (singlet), tj.  $|I, I_z\rangle = |0, 0\rangle$ . Ako je ukupni izospin jednak 1, moguća su 3 stanja (triplet), tj.  $|I, I_z\rangle = |1, 1\rangle$ ,  $|I, I_z\rangle = |1, 0\rangle$ ,  $|I, I_z\rangle = |1, -1\rangle$ .

Doda li se treći kvark čiji je izospin jednak nuli, ukupni broj mogućih stanja ostaje isti jer kvark čiji je izospin jednak 0 ima samo jedno moguće stanje  $|0, 0\rangle$ . Upravo strani (s) kvark ima to svojstvo [10]. Kombinacijom stranog kvarka i ranije navedenih tripletnih stanja dobije se 3 stanja. Svako stanje predstavlja jednu česticu. To su  $\Sigma^+(uus)$ ,  $\Sigma^0(uds)$  i  $\Sigma^-(dds)$  čestice [10]. Kombinacijom stranog kvarka s preostalim singletnim stanjem dobije se lambda barion  $\Lambda^0(uds)$  [10].

## 4.2 Osnovna svojstva

Svojstva  $\Sigma$  čestica prikazana su u tablici 1 [9, 11, 12, 13].

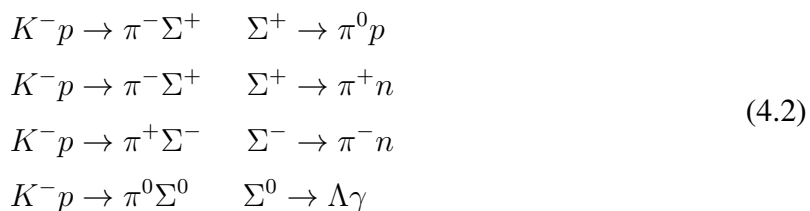
| Čestica    | Sastav | Inv.masa / MeV/c <sup>2</sup> | Spin          | B | S  | Sr. vrijeme života /s             | Najčešći raspadi |
|------------|--------|-------------------------------|---------------|---|----|-----------------------------------|------------------|
| $\Sigma^+$ | uus    | $1189.37 \pm 0.07$            | $\frac{1}{2}$ | 1 | -1 | $8.018 \pm 0.026 \times 10^{-11}$ | $p\pi^0, n\pi^+$ |
| $\Sigma^0$ | uds    | $1192.642 \pm 0.024$          | $\frac{1}{2}$ | 1 | -1 | $7.4 \pm 0.7 \times 10^{-20}$     | $\Lambda\gamma$  |
| $\Sigma^-$ | dds    | $1197.449 \pm 0.030$          | $\frac{1}{2}$ | 1 | -1 | $1.479 \pm 0.011 \times 10^{-10}$ | $n\pi^-$         |

**Tablica 1:** Vrste  $\Sigma$  čestica i njihova svojstva. Svojstva označena sa  $S$  i  $B$  su stranost (eng. strangeness) i barionski broj redom. Podaci su preuzeti iz [9, 11, 12, 13].

Svojstva u tablici 1 označena sa  $S$  i  $B$  su stranost (eng. strangeness) i barionski broj redom. Stranost se dobije prema formuli  $S = -(n_s - n_{\bar{s}})$  pri čemu je  $n_s$  broj stranih kvarkova, a  $n_{\bar{s}}$  broj stranih antikvarkova [18]. Sve sigma čestice ( $\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$ ) sadrže jedan strani kvark pa je za sve tri čestice  $S = 1$ . Barionski broj  $B$  se dobije prema formuli  $B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}})$  pri čemu je  $n_q$  broj kvarkova, a  $n_{\bar{q}}$  broj antikvarkova [19]. Sve sigma čestice sadrže 3 kvarka pri čemu ne sadrže antikvarkova pa je barionski broj za sve tri jednak 1. Barionski broj je općenito jednak 1 za barione, 0 za mezone, a -1 za antibarione [19].

## 4.3 Eksperimenti

$\Sigma$  čestice je moguće eksperimentalno dobiti sudaranjem snopa upadnih  $K^-$  mezona na protonima. Tim sudarom je moguće dobiti sljedeće nizove reakcija: [14]



Treba napomenuti da postoje i drugi kanali u sudaru  $K^-p$  nevezani uz  $\Sigma$  čestice, a to su  $K^-p \rightarrow K^-p$ ,  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0n$ ,  $K^-p \rightarrow \pi^0\Lambda$ . [14]

Prema reakcijama (4.2),  $\Sigma$  čestice nastaju sudarom kaona s protonom te se vrlo brzo raspadnu na nove čestice. Kako  $\Sigma$  čestice kratko žive, u detektorima se detektiraju posredno, preko čestica na koje se raspadnu. Primjerice, pioni na koje se  $\Sigma$  čestice raspadnu imaju karakterističan smjer i količinu gibanja prema kojoj se može ustanoviti da je pion nastao baš raspadom  $\Sigma$  čestice. [14]  $\Sigma^0$  se može dobiti i sudarom nastale  $\Sigma^-$  čestice s protonom:



U toj reakciji je moguće dobiti, osim para  $\Sigma^0 n$ , i par  $\Lambda^0 n$ . [14]

Ovakav eksperiment napravljen je u sklopu istraživanja unutar laboratorija RAL (Rutherford Appleton Laboratory) u Velikoj Britaniji 1981. godine. Kaoni su ubrzani unutar akceleratora NIMROD i preneseni u komoru s vodikom. Više detalja o eksperimentu i rezultatima eksperimenta moguće je pronaći u [14].

$\Sigma$  čestica je jedan od predstavnika hiperona. Po definiciji, hiperoni su barioni koji, osim gornjih (eng. up) i donjih (eng. down) kvarkova, sadrže i barem jedan strani (eng. strange) kvark. Primjerice,  $\Lambda$  barion spada u hiperone.

Osim individualnih hiperona, česta tema eksperimentalnih istraživanja su bile i hiperjezgre. Hiperjezgre su jezgre koje, zbog kratkog života, ne postoje u prirodi. One se vrlo brzo nakon nastanka raspadnu. Tipična hiperjezgra živi nekoliko stotina pikoseundi. Sadrže, osim protona i neutrona, barem jedan hiperon. Primjerice, hiperjezgra  ${}^6_{\Lambda}H$  sadrži jedan proton (jer se radi o vodik), jedan  $\Lambda$  hiperon i 4 neutrona. Hiperjezgre se mogu dobiti sudaranjem običnih jezgri s kaonima niskih energija. [17]

$\Sigma$  čestice također mogu formirati hiperjezgru. Prije otkrića hiperjezgre koja sadrži  $\Sigma$  česticu, jedina poznata hiperjezgra je bila ona koja sadrži  $\Lambda^0$  česticu.  $\Lambda^0$  barion, mase 1115 MeV/c, je najlakši hiperon. Kako je stranost (eng. strangeness) očuvana u jakim interakcijama,  $\Lambda^0$  se ne može jakom interakcijom transformirati u nukleone koji ne posjeduju stranost. Očuvanje stranosti bi jedino dozvolilo da se  $\Lambda^0$  transformira u lakši hiperon, međutim to je nemoguće jer je sam  $\Lambda^0$  najlakši hiperon. Stranost se smije narušiti slabom interakcijom pa je vrijeme života hiperjezgre određeno djelovanjem slabe sile, koja je puno sporija od jake sile. [15]

Očekivalo se da su hiperjezgre koje čini  $\Sigma$  barion puno nestabilnije od jezgri koje čini  $\Lambda^0$  barion jer se  $\Sigma$  barion unutar hiperjezgre može jakom interakcijom s nukleonom stvoriti  $\Lambda^0$  i novi nukleon. Stoga se pretpostavljalo da hiperjezgre koje sadrže  $\Sigma$  česticu žive prekratko da bi bile uopće detektirane. Međutim, eksperimentom na CERN-u, od strane Heidelberg / Saclay / Strasbourg kolaboracije, ustanovljeno je suprotno. Eksperimentom u kojem su se izotopi berilija  ${}^9Be$  sudarali s kaonima energije 720 MeV, detektirani su signali hiperjezgri sačinjenih od  $\Sigma$  čestice. Iznenađujući rezultati dobiveni ovim eksperimentom bili su tema narednih istraživanja. U njima je ustanovljeno da je dulji život hiperjezgre od očekivanog posljedica kvantnog Paulijevoeg efekta i međudjelovanja unutar jezgre. [15]

## 5 GiBUU transportni model

### 5.1 Osnove GiBUU modela

Jednadžba kontinuiteta za slobodne čestice koje ne interagiraju međusobno glasi: [5]

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = 0, \quad (5.1)$$

pri čemu su  $x$  i  $p$  četverovektori položaja i količine gibanja redom tj.  $x = (t, \vec{x})$ ,  $p = (E, \vec{p})$ , a  $f(x, p)$  je gustoća čestica u faznom prostoru tako da je broj čestica  $\Delta N$  u volumenu faznog prostora  $d^3x d^3p$  dan s  $\Delta N = f(x, p) d^3x d^3p$ . Gibanje neinteragirajućih čestica u nekom vanjskom potencijalu  $E$  opisano je Vlasovom jednadžbom: [5]

$$[\partial_t + (\nabla_p E) \nabla_r - (\nabla_r E) \nabla_p] f(x, p) = 0. \quad (5.2)$$

Zanemarimo li utjecaj vanjskog polja, a uzmemo u obzir međusobnu interakciju čestica (tj. utjecaj sudara) dobije se Boltzmannova jednadžba: [5]

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = C(x, p), \quad (5.3)$$

pri čemu se član na desnoj strani jednadžbe (5.3) naziva član sudara. Za njega vrijedi (5.4). [5]

$$C(x, p) = C_{dobitak}(x, p) + C_{gubitak}(x, p) \quad (5.4)$$

Transportni model GiBUU temelji se na BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) jednadžbi koja uključuje istovremeno doprinos vanjskog polja i sudara među česticama: [5]

$$[\partial_t + (\nabla_{\vec{p}} H_i) \nabla_{\vec{r}} - (\nabla_{\vec{r}} H_i) \nabla_{\vec{p}}] f_i(\vec{r}, t, \vec{p}) = C[f_i, f_j, \dots], \quad (5.5)$$

pri čemu je  $H_i$  hamiltonijan čestice  $i$ -te vrste, a  $f_i(\vec{r}, t, \vec{p})$  brojčana gustoća čestica  $i$ -te vrste u trenutku  $t$  unutar 6-dimenzionalnog faznog prostora određenog sa  $\vec{r}$  i  $\vec{p}$ . Dakle, rješenje BUU jednadžbe daje izraz za jednočestičnu gustoću  $f_i$  unutar faznog prostora. Broj čestica  $i$ -te vrste  $\Delta N$  u volumenu faznog prostora  $d^3r d^3p$  jednak je  $\Delta N = f_i(\vec{r}, t, \vec{p}) d^3r d^3p$ . [5]

Hamiltonijan  $H_i$  sadrži doprinos hadronskog srednjeg polja koje može biti nerelativističko (Skyrme) ili relativističko (RMF) te doprinos Coulombove sile. Hadronsko srednje polje posljedica je nuklearnog okruženja u kojem se nalazi čestica  $i$ . [5]

Član s desne strane jednadžbe (5.5)  $C[f_i, f_j, \dots]$  se naziva član sudara i sadrži doprinos jednočestičnih raspada, 2-čestičnih i 3-čestičnih sudara te doprinos kvantnog Paulijevog principa [5]. Glavna ideja pri rješavanju BUU jednadžbe je aproksimirati cijeli fazni prostor sumom delta-funkcija. Rješenje BUU jednadžbe traži se u obliku sume delta-funkcija pri čemu svaka delta

funkcija predstavlja jednu česticu s položajem  $\vec{r}$  i količinom gibanja  $\vec{p}$ : [5]

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \delta(\vec{p} - \vec{p}_i(t)). \quad (5.6)$$

Može se zamisliti da se čestice ponašaju kao biljarske kugle tj. gotovo kao klasične čestice. Kako bi se postigla dovoljno dobra aproksimacija potrebno je uvesti dovoljno velik broj testnih čestica. [5]

Kako bi se numerički riješila BUU jednačba potrebno je diskretizirati vremensku os. Sudari se događaju samo u diskretnim vremenskim trenucima, a u međuvremenu se odvija propagacija čestica kroz srednje polje. Tipična vrijednost vremenskog koraka je  $\Delta t = 0,2 \text{ fm}/c$ , a simulacija se obično odvija do  $t_{MAX} \approx 20 - 100 \text{ fm}/c$  što znači da se obično uzima  $N \approx 100 - 500$  vremenskih koraka.[5]

Projekt GiBUU započet je na Institutu za teorijsku fiziku Sveučilišta Justus Liebig u njemačkom Giessenu [6]. Može se koristiti za simulaciju elementarnih reakcija (npr. sudar piona s jezgrom), kao i teškoionskih sudara pri energijama od nekoliko MeV-a do nekoliko GeV-a [6]. Programski kod je pisan u Fortranu 2003.

GiBUU se prvotno koristio za simulaciju teškoionskih sudara, uzimajući u obzir učinak hadronskog potencijala na gibanje čestica i jednačbu stanja nuklearne tvari. Iako su dotada postojali brojni transportni modeli kojima su se simulirali teškoionski sudari, vrlo malo ih je bilo koji su opisivali sudare elementarnih projektila (fotona, piona, neutrina...) s jezgrom. Unutar BUU teorije, prva takva simulacija je napravljena za fotoprodukciju piona i  $\eta$ -mezona na jezgri. Koršten je isti programski kod koji se koristio i za simulaciju teškoionskih sudara. [6]

Trenutno se GiBUU može koristiti za simulaciju elementarnih reakcija ( $pp$ ,  $pn$ ), raspršenja fotona, elektrona i neutrina na jezgri ( $\gamma A$ ,  $eA$ ,  $\nu A$ ), sudara hadrona sa jezgrom ( $pA$ ,  $\pi A$ ) i teškoionskih sudara ( $AA$ ). Dostupne energije su u intervalu od nekoliko desetaka MeV do nekoliko desetaka GeV.[5]

GiBUU je čisto hadronski model i ne sadrži partonsku fazu (kvarkova i gluona). Uključuje 61 barion i 22 mezona. Uključena je većina stanja  $u$ ,  $d$ ,  $s$ ,  $c$  kvarkova, ali bez  $b$  kvarka. Kako bi se model realizirao, potrebno je poznavati udarne presjeke između svih vrsta čestica koje se uključuju te srednja polja svih vrsta čestica. Te se veličine ne poznaju egzaktno pa je potrebno uvoditi određene pretpostavke u model i usporediti slažu li se rezultati s dobivenim eksperimentalnim podacima.

## 5.2 GiBUU - instalacija

Operacijski sustavi na kojima je moguće korištenje programskog paketa GiBUU su Linux, Windows i Mac. Linux je preporučeni operacijski sustav.

Preduvjeti za korištenje GiBUU-a su instalacija jednog od podržanih prevoditelja (npr. gfortran), alata GNU Make, paketa makedepf90 i vanjske biblioteke bzip2. Prije instalacije svega navedenog potrebno napraviti *update* svega što je dosad instalirano. To se radi upisivanjem naredbi u terminal:

```
sudo apt-get update
```

```
sudo apt-get upgrade.
```

Kompajler gfortran instalira se upisivanjem naredbe:

```
sudo apt-get install gfortran.
```

Alat GNU Make se dobije instalacijom paketa build-essential. Instalacija se radi upisivanjem naredbe:

```
sudo apt-get install build-essential.
```

Paket makedepf90 se instalira upisivanjem naredbe:

```
sudo apt-get install makedepf90.
```

Konačno se biblioteka bzip2 preuzima upisivanjem naredbe:

```
sudo apt-get install bzip2.
```

Nakon preuzimanja svih alata potrebnih za korištenje GiBUU-a potrebno je preuzeti i sam GiBUU. Prvo treba izabrati mjesto (datoteku) unutar koje se želi pohraniti GiBUU (npr. *Documents*, *Downloads*...) i unutar terminala ući u tu datoteku. Naredbom `mkdir GiBUU` stvara se datoteka imena *GiBUU* na željenom mjestu. Zatim se naredbom `cd GiBUU` uđe u stvorenu datoteku.

Glavne datoteke od kojih se sastoji GiBUU su *buuinput* i *release*. Prva datoteka se preuzme naredbom:

```
wget -content-disposition  
https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=release2019.tar.gz.
```

Preuzetu datoteku je potrebno raspakirati jer je u komprimiranom obliku naredbom:

```
tar -xzvf release2019.tar.gz .
```

Druga datoteka se slično preuzme naredbom:

```
wget -content-disposition  
https://gibuu.hepforge.org/downloads?f=buuinput2019.tar.gz .
```

i raspakira pomoću naredbe:

```
tar -xzvf buuinput2019.tar.gz .
```

Nakon preuzimanja svih alata potrebnih za korištenje GiBUU-a i samog programskog koda, kod je potrebno prevesti (eng. compile). Prvo se naredbom `cd release` uđe u datoteku *release* unutar GiBUU-a te se naredbom `make` izvrši prevođenje. Tada je moguće da se javi pogreška pri prevođenju tipa `/usr/bin/ld: cannot find -lbz2`, iako je paket `libbz2` prethodno instaliran. U tom slučaju je potrebno skinuti `bzip2` paket sa stranice <http://www.bzip.org>. Skinutu datoteku je najprije potrebno dearhivirati jer se radi o komprimiranoj datoteci. Zatim treba unutar terminala ući u skinutu datoteku i upisati naredbu `make`. Izvršavanjem navedene naredbe stvara se file `libbz2.a` unutar datoteke. Njega je potrebno kopirati u GiBUU na mjesto `GiBUU/workingCode/objects/LIB/lib`. Nakon toga je potrebno ponovno pokušati prevesti GiBUU unutar datoteke *release* naredbom `make` i provjeriti je li problem riješen.

### 5.3 GiBUU - pokretanje i korištenje

Nakon uspješnog prevođenja, file *GiBUU.x* se nalazi u datoteci *release* unutar datoteke *objects*. Kopija se nalazi i u datoteci *testRun* unutar iste datoteke.

Svi ulazni parametri koje je potrebno zadati programu pišu se u *jobcard*. Za svaki od parametara definirana je posebna varijabla kojoj se unutar *jobcarda* zadaje željena vrijednost. Sve varijable organizirane su u imenske liste (eng. namelists) na način da svaka imenska lista sadrži određen tip varijabli. Npr. imenska lista *input*, između ostalih, sadrži varijable za ukupan broj vremenskih koraka (*numTimeSteps*), duljinu vremenskog koraka (*delta \_ T*), ukupan broj ansamblova (*numEnsembles*) itd. Sve imenske liste zajedno sa tipovima varijabli koje sadrže i mogućim vrijednostima varijabli moguće je pronaći na internetskoj stranici GiBUU-a.

Program se pokreće upisivanjem naredbe:

```
./GiBUU.x <ime_jobcarda.job> log.txt
```

unutar datoteke u kojoj se nalaze *jobcard* i file *GiBUU.x*. Izvršavanjem te naredbe pokreće se program *GiBUU.x* uz parametre zadane u *ime \_ jobcarda.job*, a sav ispis koji bi se inače vršio



u terminal ispisuje se u datoteku *log.txt*.

Za početak je najbolje testirati program unutar datoteke *testRun* koristeći jedan od unaprijed spremnih *jobcarda*. Oni se nalaze unutar datoteke *jobCards*. Potrebno je izabrati jedan od njih i kopirati ga u datoteku *testRun*. Zatim se unutar *jobcarda* postave željeni parametri simulacije. Konačno se program pokrene ranije navedenom naredbom. Izvršavanjem programa, sve izlazne datoteke nalaze se u istoj datoteci unutar koje je program i pokrenut.

Općenito, kad se radi neka simulacija, u svrhu preglednosti, najbolje je unutar datoteke *release* napraviti posebnu datoteku te u nju kopirati *GiBUU.x* i staviti *jobcard*. Primjer *jobcarda* za simulaciju teškoionskih sudara moguće je pronaći u [8].

## 5.4 GiBUU - podjela čestica

Postoje vrste sudara u kojima samo mali broj čestica aktivno sudjeluje u reakciji. Primjerice, jezgra meta u  $\pi A$  i  $\gamma A$  sudarima ostaje blizu osnovnog stanja kroz cijelu simulaciju i djeluje kao pozadina u kojoj se gibaju aktivne čestice. U tim reakcijama nastale čestice praktički ne utječu na konfiguraciju mete tj. aktivne čestice se raspršuju na meti bez da je značajno mijenjaju. Zbog toga su u GiBUU-u uvedena 2 tipa čestica: realne i perturbacijske. Realne čestice (eng. Real Particles) djeluju kao pozadina u kojoj se gibaju aktivne čestice. Nukleoni spadaju pod vrstu realnih čestica. S druge strane, perturbacijske čestice (eng. Perturbative particles) aktivno sudjeluju u reakciji. Perturbacijske čestice ustvari djeluju kao perturbacija na stanje realnih čestica. Perturbacijske čestice ne interagiraju međusobno, nego samo s realnim česticama. To znači da sudar dviju perturbacijskih čestica nije moguć, kao ni produkt takvog sudara. Produkti sudara realne i perturbacijske čestice su perturbacijske čestice. Primjerice, u  $\pi A$  sudaru, pion predstavlja perturbacijsku česticu, a  $A$  nukleona predstavljaju realne čestice. S obzirom na to da su svi produkti sudara piona s jezgrom perturbacijske čestice, a one ne interagiraju međusobno, moguće je istovremeno sudarati nekoliko piona s istom jezgrom (unutar istog ansambla) i na taj način značajno poboljšati statistiku. S druge strane, u teškoionskim sudarima, gdje u sudaru dolazi do potpunog razbijanja jezgri, pojam perturbacijskih čestica nema smisla koristiti. Stoga, u simulacijama teškoionskih sudara, sve čestice spadaju pod realne čestice. [20]

## 5.5 GiBUU - izrada histograma

Kako bi se olakšalo crtanje histograma, u GiBUU-u unutar datoteke *objects* postoje moduli *hist.f90* (za 1D histograme) i *hist2D.f90* (za 2D histograme). Općenito, modul u programskom jeziku Fortran predstavlja paket u kojem se drže određene funkcije u slučaju da se piše jako velik program. GiBUU je upravo takav program. Pomoću ovih modula moguće je prilagoditi ispis podataka za histograme u datoteku na način da crtanje u Gnuplotu postaje puno jednostavnije. Podaci za jedan histogram na kraju budu ispisani u datoteku na način da se u prvom stupcu nalaze binovi, u drugom stupcu ukupna težina bina podijeljena sa širinom bina, a u trećem stupcu ukupna težina bina.

Kako bi se mogle koristiti funkcije iz određenog modula, potrebno je prvo u glavnom programu *GiBUU.f90* unutar datoteke *code* naredbom *use* pozvati taj modul. Obično se analiza podataka radi na kraju simulacije pa se ta naredba, kao i ostale, piše u dijelu programa za analizu. Taj dio programa je u kodu naznačen sa *subroutine analysis*. Na početku svake subrutine se pozivaju moduli koji se u njoj koriste pa se tu poziva i modul *hist.f90* naredbom:

```
use hist.f90.
```

Nakon toga se inicijaliziraju varijable koje će se koristiti u subrutini pa je tu naredbom:

```
type(histogram) :: H
```

potrebno inicijalizirati i varijablu u koju se sprema histogram. Histogram se stvara naredbom:

```
call CreateHist (H, "ImeH", x1, x2, bin) ,
```

pri čemu je *ImeH* ime histograma (koje mora biti napisano u navodnicima), *x1/x2* su minimalna/maksimalna vrijednost veličine za koju se crta histogram, a *bin* je širina bina. Histogram se puni naredbom:

```
call AddHist (H, x, y) .
```

Time se binu unutar kojeg se nalazi *x* pridodaje težina *y*. Na kraju se naredbom:

```
call WriteHist (H, broj)
```

ispisuju podaci u datoteku s pripadnim brojem *broj*. Prije poziva ove naredbe potrebno je naredbom:

```
open (broj, file="podaci.dat")
```

stvoriti datoteku *podaci.dat* u koju se vrši ispis. Na kraju se datoteka zatvori naredbom

```
close (broj).
```

U datoteci se, osim stupaca s podacima, nalaze i informacije o histogramu (npr. ukupni broj ulaznih podataka, interval unutar kojeg se nalaze sve ulazne vrijednosti i sl.) što također može biti vrlo korisno za analizu.

U analizi sudara često se promatraju histogrami energije ili neke od komponenti količine gibanja za jednu ili više vrsta izlaznih čestica. U ovom poglavlju ćemo vidjeti kako pristupiti česticama točno određene vrste i njihovim svojstvima.

Sve informacije o česticama, bilo prije ili nakon sudara, nalaze se unutar dvodimensionalnih vektora *RealParticles* i *PertParticles*. *RealParticles* ( $i, j$ ) označava česticu s brojem  $j$  iz ansambla  $i$ . Svaka čestica ima svojstva kao što su *ID* (koji definira vrstu čestice), *Charge* (naboj), *momentum* (četverovektor količine gibanja), *position* (položaj) itd. Zamislimo da varijabli *var* želimo pridružiti vrijednost nekog svojstva čestice s indeksima  $i, j$  iz vektora *RealParticles*. Ako je to svojstvo naboj, koristimo se naredbom:

```
var = RealParticles(i, j)%Charge.
```

Ukoliko se radi o energiji, naredba glasi:

```
var = RealParticles(i, j)%momentum(0).
```

Radi li se o  $p_x$ ,  $p_y$  ili  $p_z$  komponentama količine gibanja koristimo se redom s

```
var = RealParticles(i, j)%momentum(1)
```

```
var = RealParticles(i, j)%momentum(2)
```

```
var = RealParticles(i, j)%momentum(3).
```

Koordinatama položaja  $x, y, z$  pristupa se na isti način kao komponentama  $p_x, p_y, p_z$  s tim da se umjesto *momentum* piše *position*.

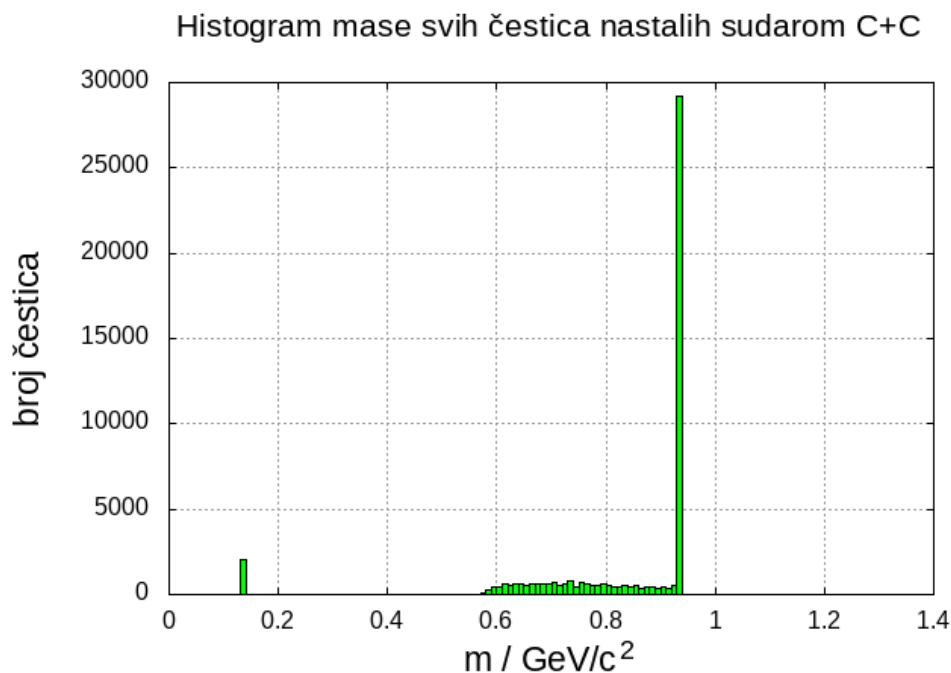
## 6 Rezultati i rasprava

U ovom radu se analiziraju svojstva  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^-$  čestica nastalih sudarima istovrsnih izotopa ugljika ( $^{12}_6\text{C}$ ), nikla ( $^{59}_{28}\text{Ni}$ ) i olova ( $^{208}_{82}\text{Pb}$ ). Gledano iz laboratorijskog sustava, meta miruje, a za kinetičke energije projektila promatrat će se vrijednosti od 2 i 5 GeV po nukleonu. U svim simulacijama uzet je konstantan vremenski korak  $\Delta t = 0.2$  fm/c.

### 6.1 C+C na 2 GeV

U simulaciji centralnog sudara jezgri ugljika na 2 GeV uzeto je ukupno 2000 ansamblova i 150 vremenskih koraka. Središta jezgri su na početku udaljena 7.23 fm.

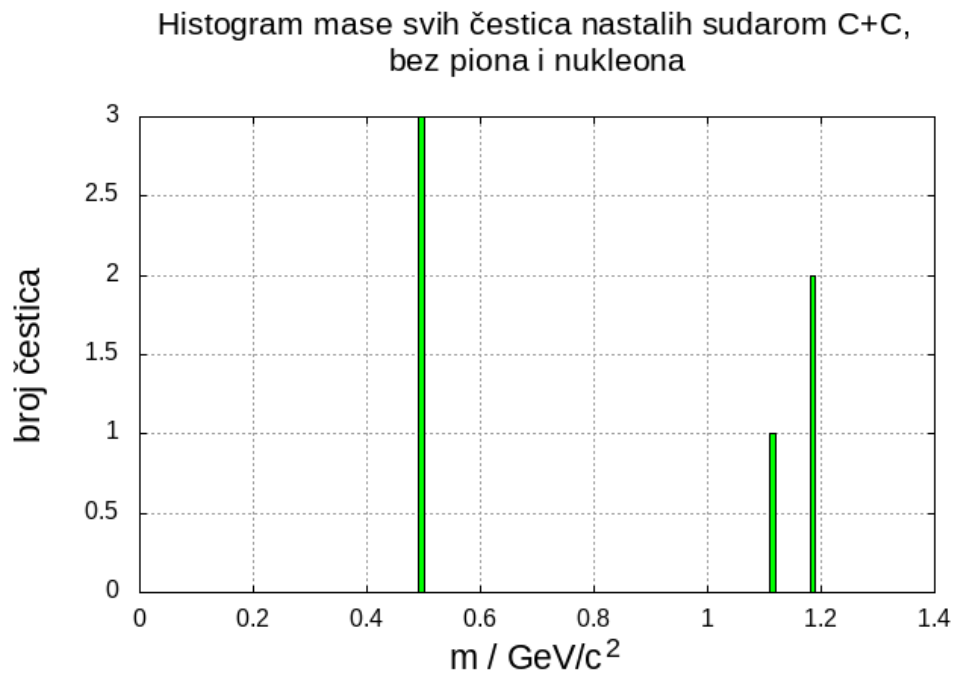
Preko histograma mase ispituju se vrsta i broj čestica nastalih u sudaru. Masa se računa preko formule  $m = \sqrt{E^2 - p^2}$ . Histogram mase svih čestica nastalih sudarom prikazan je na slici 4. Na slici 4 su izraženi maksimumi pri masama od približno  $0.14$  GeV/ $c^2$  i  $0.94$  GeV/ $c^2$ . Te mase odgovaraju masama piona i nukleona. Zaključujemo da tih čestica nastaje daleko najviše. Nadalje, treba ispitati koje čestice čine gomilu čestica oko  $0.7$  i  $0.8$  GeV/ $c^2$ .



**Slika 4:** Histogram mase svih čestica nastalih sudarom C + C. Najveći broj nastalih čestica ima masu od približno  $0.14$  GeV/ $c^2$  ili  $0.94$  GeV/ $c^2$ . Te mase odgovaraju masama piona i nukleona, čiji broj dominira u odnosu na ostale čestice.

Na slici 4 dominiraju pioni i nukleoni, stoga čestice čiji je broj mnogo manji od broja piona i nukleona nisu vidljive na histogramu. Da bi bilo moguće jasno vidjeti koje čestice, osim piona i nukleona, nastaju, treba napraviti histogram masa bez piona i nukleona.

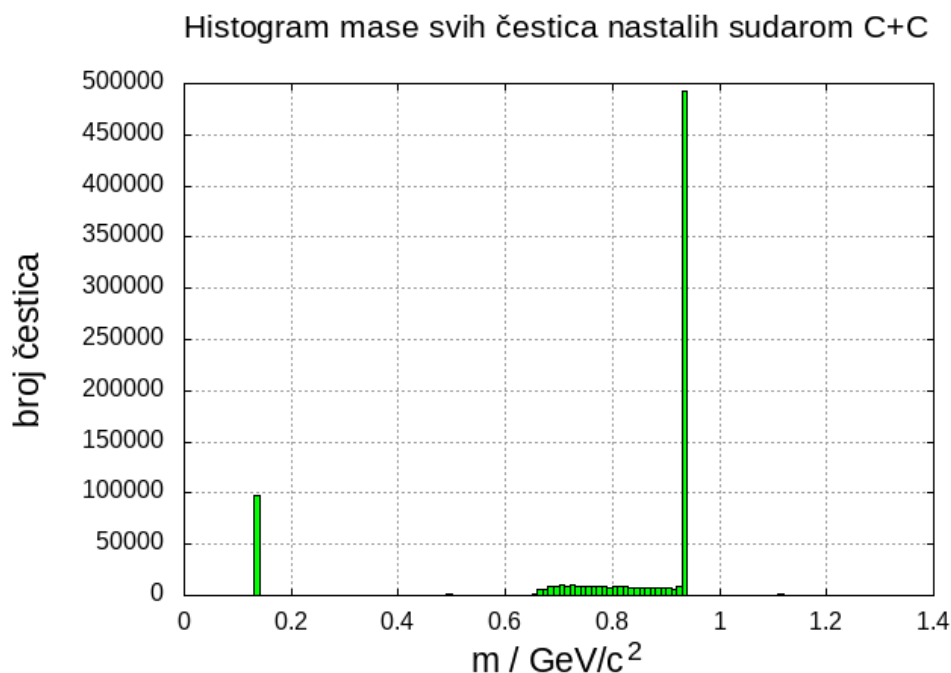
Histogram masa čestica nastalih u sudaru, bez piona i nukleona, prikazan je na slici 5. Zaključujemo da gomilu čestica oko 0.7 i 0.8  $\text{GeV}/c^2$  na slici 4 čine nukleoni. Nadalje, osim piona i nukleona, sudarom nastaje mali broj čestica oko 0.5  $\text{GeV}/c^2$ , te oko 1.1 i 1.19  $\text{GeV}/c^2$ . To su redom kaoni,  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestice. Iako su  $\Sigma$  čestice predmet detaljnije analize u ovom radu, na ovoj energiji ih nastane ukupno dvije unutar 2000 ansamblova, što je premalo da bi se napravila bilo kakva analiza.



**Slika 5:** Histogram mase čestica nastalih sudarom C + C, bez piona i nukleona. Zaključujemo da, osim piona i nukleona, sudarom nastaje i mali broj kaona te  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestica.

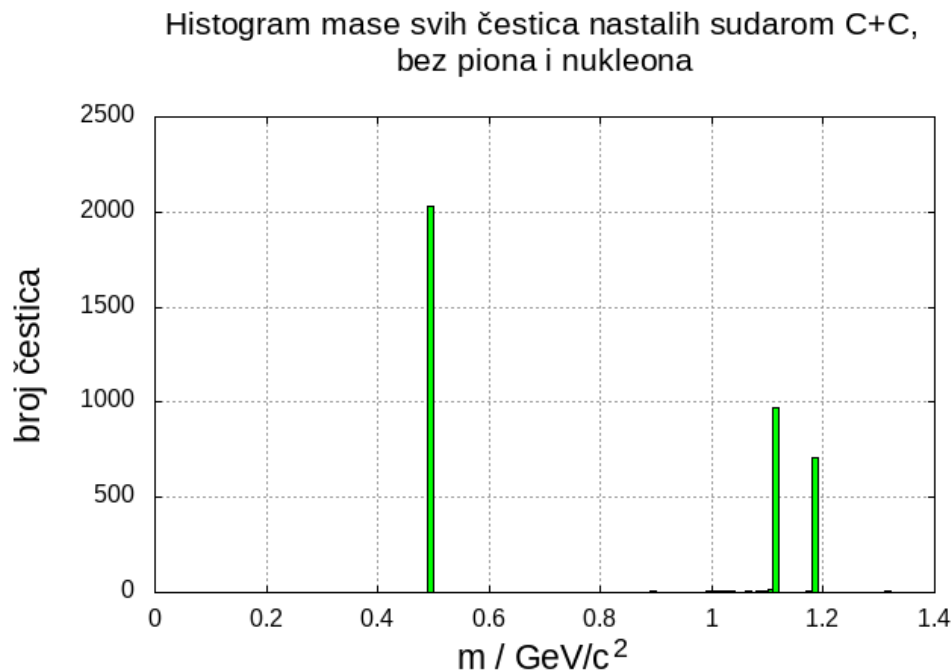
## 6.2 C+C na 5 GeV

U simulaciji centralnog sudara jezgri ugljika na 5 GeV uzeto je ukupno 30 000 ansamblova i 150 vremenskih koraka. Središta jezgri su na početku udaljena 6.47 fm. Histogram mase svih čestica nastalih sudarom prikazan je na slici 6. Na slici 6 su izraženi maksimumi pri masama od približno  $0.14 \text{ GeV}/c^2$  i  $0.94 \text{ GeV}/c^2$ , slično kao na energiji od 2 GeV. Te mase odgovaraju masama piona i nukleona. Na slici je opet vidljiva i gomila čestica oko  $0.7 \text{ GeV}/c^2$  i  $0.8 \text{ GeV}/c^2$ . Ponovno nije sigurno jesu li to raspršeni nukleoni ili druga vrsta čestica, primjerice  $\rho$  ili  $\sigma$  mezoni. To će se ustanoviti u daljnjem razmatranju.



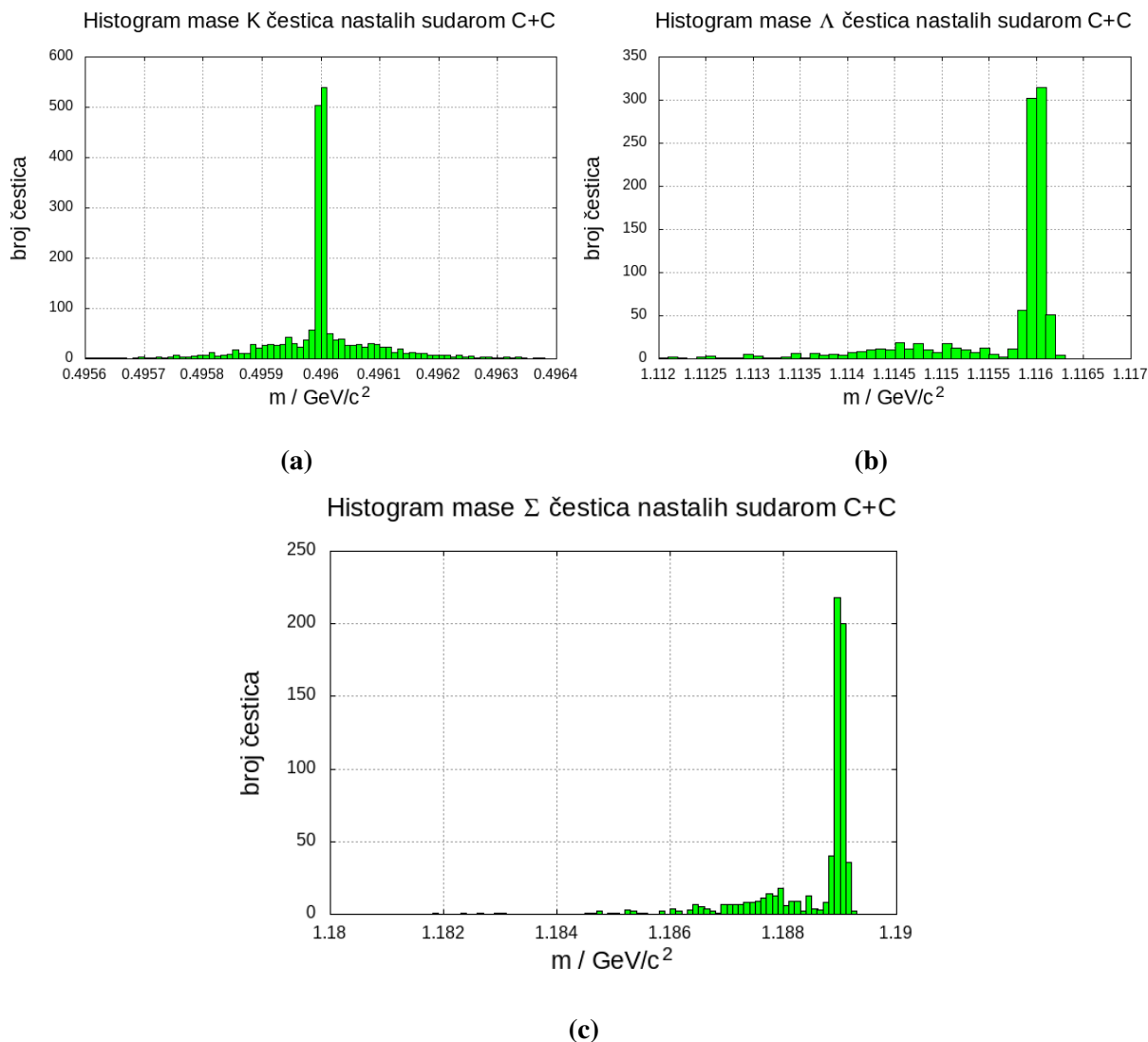
**Slika 6:** Histogram mase svih čestica nastalih sudarom C + C. Najveći broj nastalih čestica ima masu od približno  $0.14 \text{ GeV}/c^2$  ili  $0.94 \text{ GeV}/c^2$ . Te mase odgovaraju masama piona i nukleona.

Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom C + C prikazan je na slici 7. Na slici su ponovno vidljivi maksimumi na masama od približno  $0.5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $1.1 \text{ GeV}/c^2$  i  $1.18 \text{ GeV}/c^2$ . Te mase približno odgovaraju masama kaona,  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestica redom. Na slici nema mnoštva čestica oko masa  $0.7 \text{ GeV}/c^2$  i  $0.8 \text{ GeV}/c^2$  kao na slici 6. To znači da to mnoštvo čestica sigurno čine nukleoni.



**Slika 7:** Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom C + C. Maksimumi su vidljivi na masama od približno  $0.5 \text{ GeV}/c^2$ ,  $1.1 \text{ GeV}/c^2$  i  $1.18 \text{ GeV}/c^2$ . Te mase odgovaraju masama kaona,  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestica redom.

Histogrami s finijom raspodjelom masa kaona,  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestica prikazani su na slici 8. Sa slike je vidljivo da najveći broj kaona ima masu od  $0.496 \text{ GeV}/c^2$ , što odgovara teorijskoj invarijantnoj masi. Najveći broj  $\Lambda$  čestica ima masu od  $1.116 \text{ GeV}/c^2$ , što također odgovara teorijskom predviđanju. Konačno, i najveći broj  $\Sigma$  čestica ima masu od  $1.189 \text{ GeV}/c^2$ , što je također u skladu s teorijom. Treba napomenuti da različite podvrste  $\Sigma$  čestica ( $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ) imaju mase nekoliko tisućinki GeV-a različite od navedene teorijske mase. Međutim, u GiBUU modelu je pretpostavljeno da sve tri podvrste  $\Sigma$  čestica imaju masu jednaku navedenoj teorijskoj masi. Zato u histogramu masa nije moguće raščlaniti pojedine podvrste  $\Sigma$  čestica. Isto razmatranje vrijedi i za kaone i  $\Lambda$  čestice.



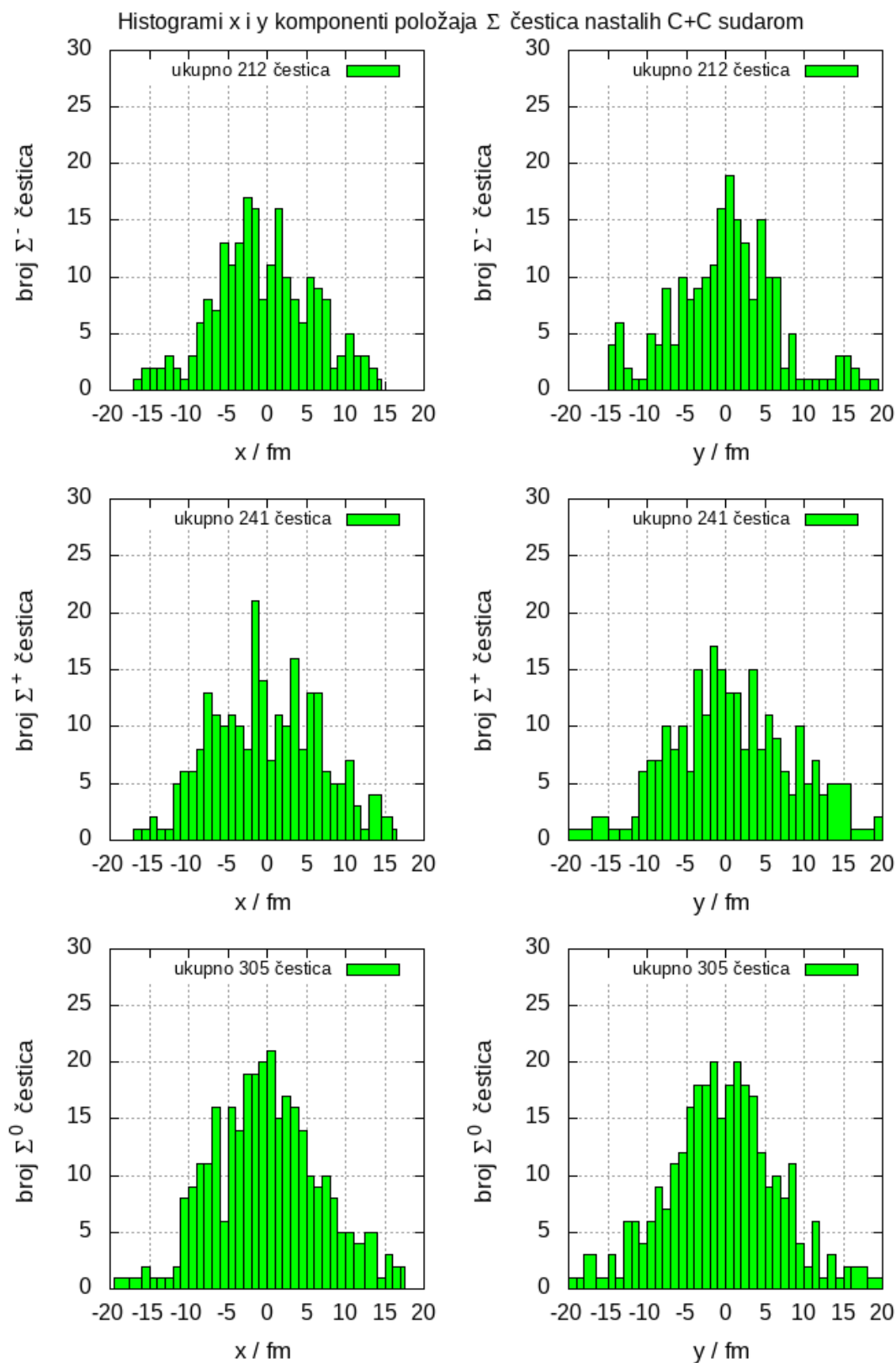
**Slika 8:** Histogrami mase K čestica (a),  $\Lambda$  čestica (b), i  $\Sigma$  čestica (c) nastalih sudarom C + C. Najveći broj čestica svih triju vrsta imaju teorijski predviđene mase.

U nastavku će se analizirati osnovna svojstva nastalih  $\Sigma$  čestica.

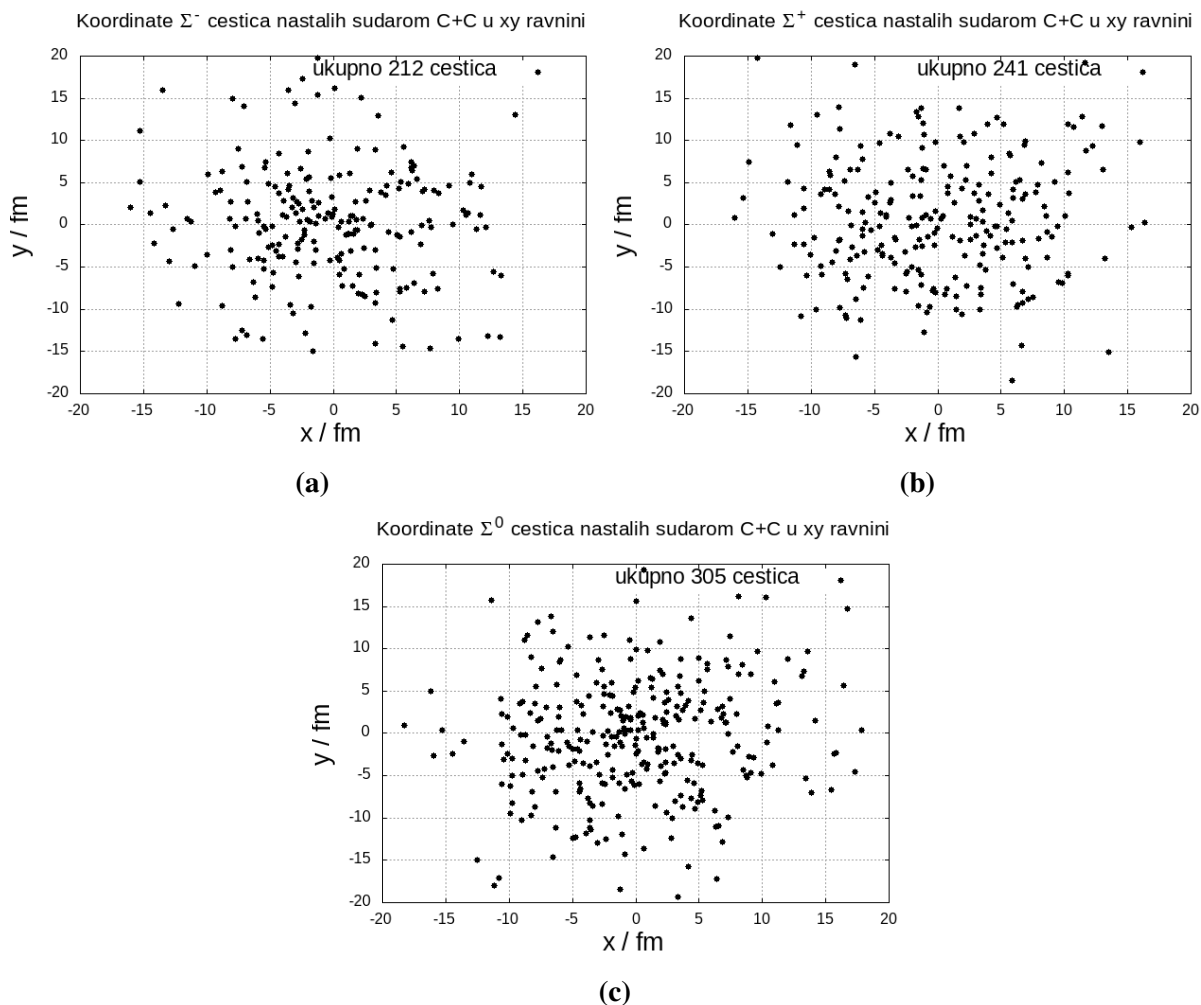
### 6.2.1 Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom C+C

Prvo će se analizirati položaji nastalih  $\Sigma$  čestica. Histogrami  $x$  i  $y$  komponenti položaja za  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^-$  čestice prikazani su na slici 9. Treba napomenuti da se sudar promatra iz koordinatnog sustava u kojem se os sudara nalazi na  $z$  osi. Stoga je  $xy$  ravnina okomita na os sudara. Sa slike 9 je očito da nema posebne razlike među  $x$  i  $y$  koordinatama čestica. Koordinate su potpuno ravnopravne, a najveći broj čestica ima  $x$  i  $y$  koordinate u intervalu od -10 fm do 10 fm. Koordinate čestica  $x$  i  $y$  se često prikazuju i u  $xy$  ravnini, kao na slici 10. Očito je da se većina čestica nalazi unutar kruga radijusa 10 fm oko ishodišta.



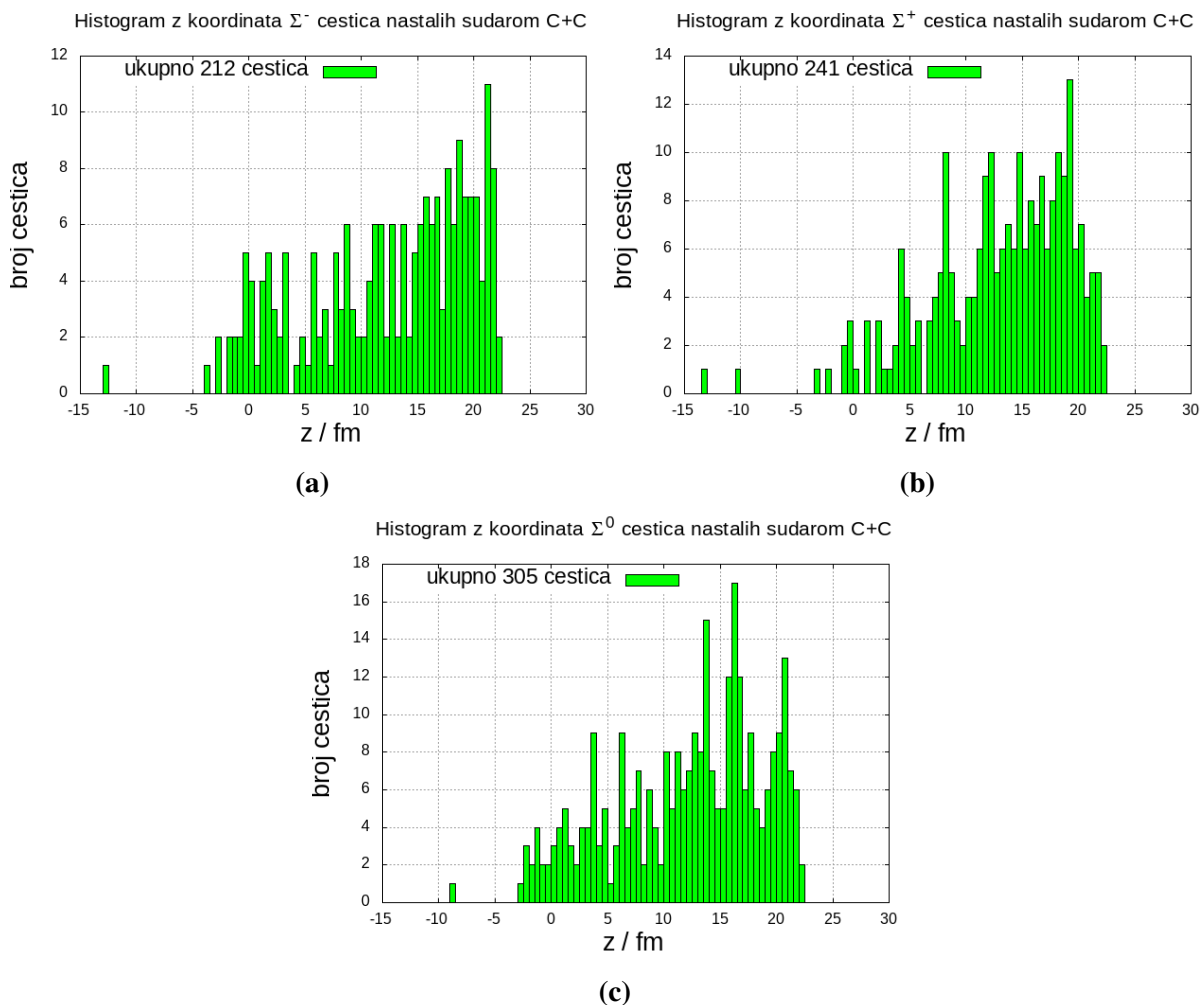


**Slika 9:** Histogrami x i y komponenti položaja za  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^-$  čestice. Smatra se da je xy ravnina okomita na os sudara. Koordinate x i y su potpuno ravnopravne i najveći broj čestica ima x i y koordinatu u intervalu od -10 fm do + 10 fm.



**Slika 10:** Koordinate  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c) u  $xy$  ravnini. Očito se najveći broj čestica nalazi oko ishodišta u krugu radijusa 10 fm.

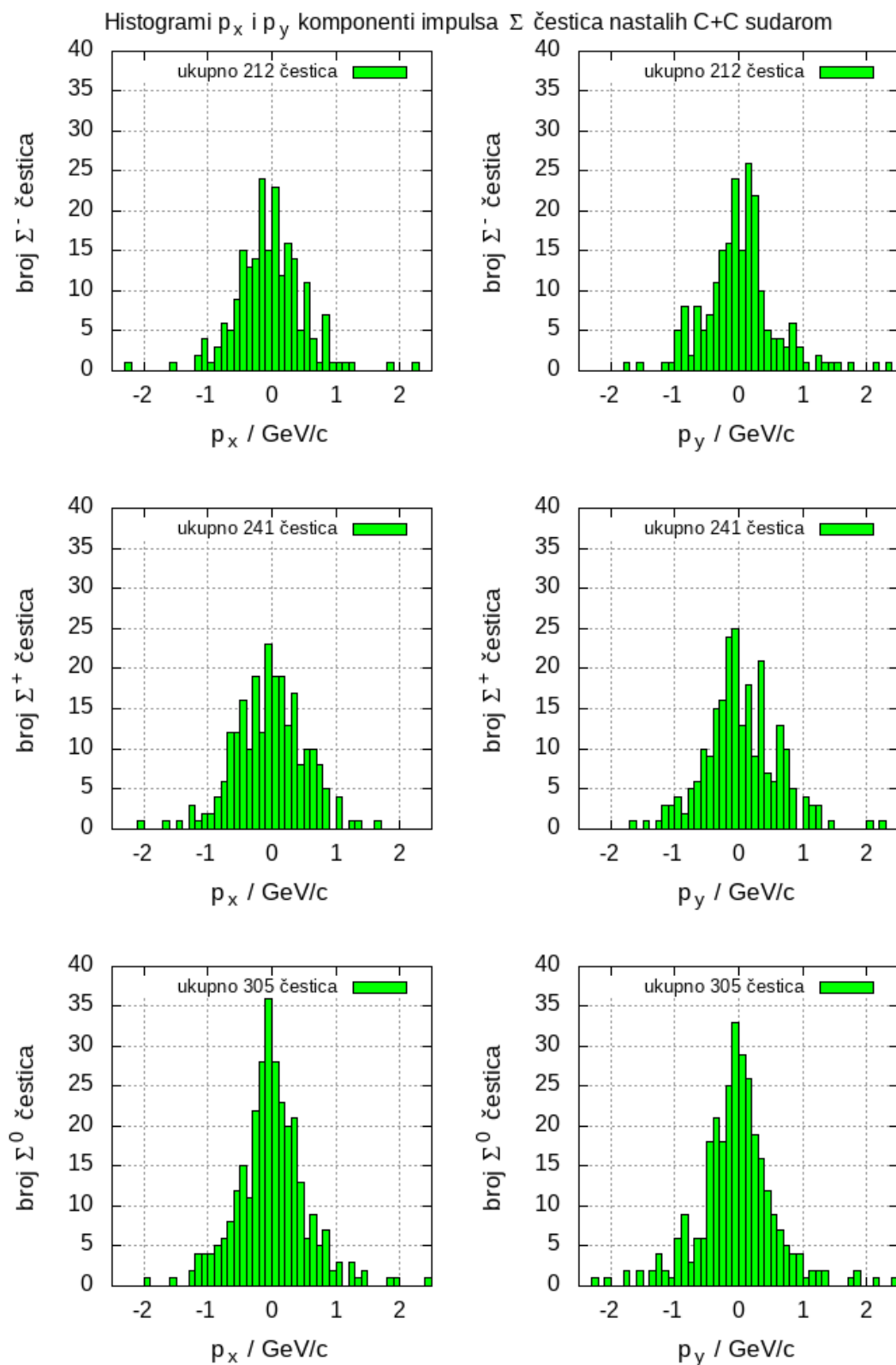
Histogrami  $z$  koordinata za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su na slici 11. Čestica s negativnom  $z$  koordinatom praktički nema. Gotovo sve su raspršene duž pozitivne  $z$  osi s koordinatama od 0 do 22 fm. To je posljedica toga što se, nakon sudara, centar mase sustava nastavlja gibati duž  $z$  osi.



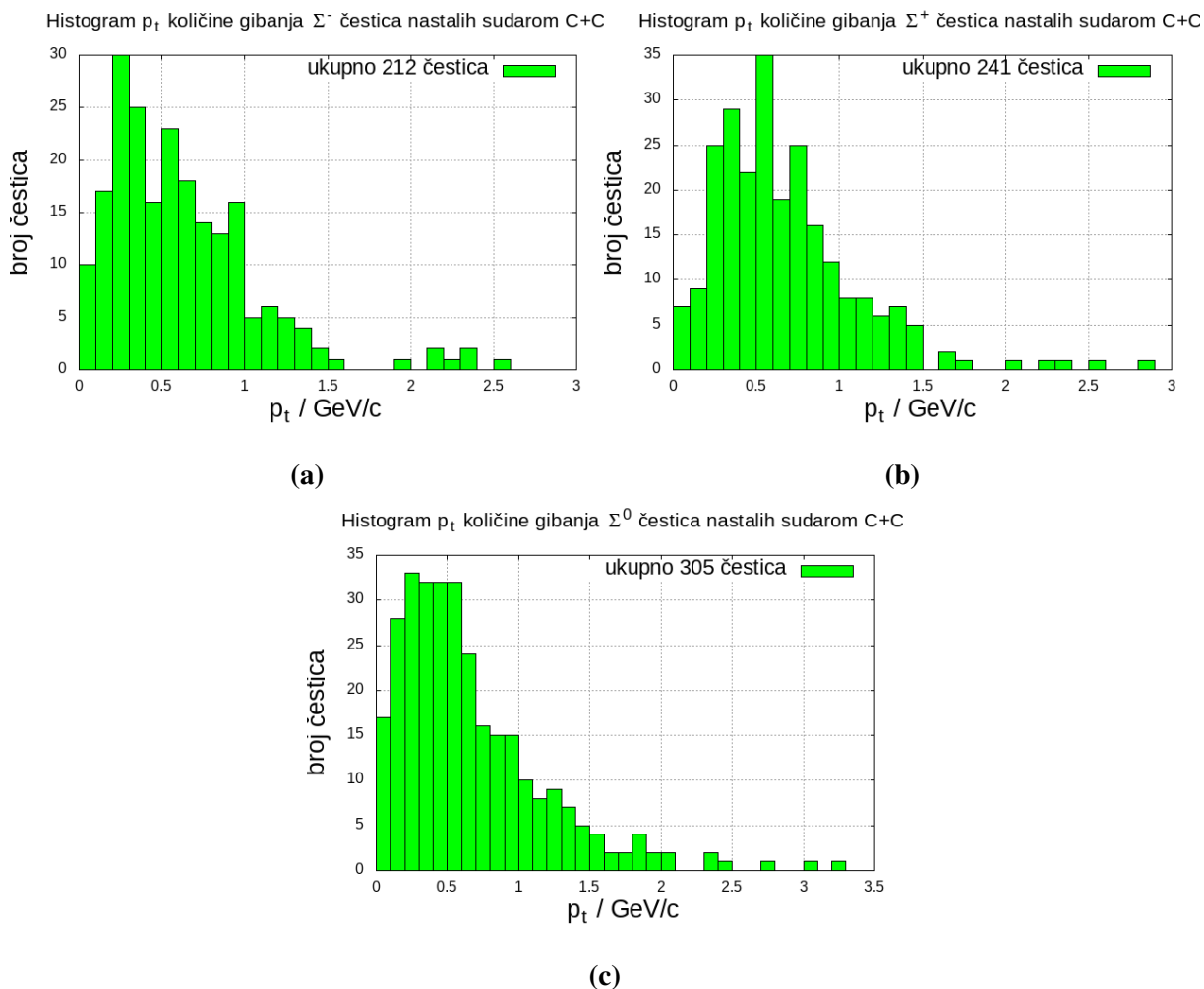
**Slika 11:** Histogrami z koordinata  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c). Većina čestica se nalaze duž pozitivne strane  $z$  osi s koordinatama od 0 fm do 22 fm. Čestica praktički nema duž negativne  $z$  osi.

Nakon analize položaja nastalih  $\Sigma$  čestica, promotrit će se svojstva vezana uz njihovu količinu gibanja. Histogrami komponenti  $p_x$ ,  $p_y$  i  $p_z$  količine gibanja za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazane su na slici 12. Slično kao koordinate  $x$  i  $y$ , komponente impulsa  $p_x$  i  $p_y$  su također potpuno ravnopravne i nema bitne razlike među njima. Najveći broj čestica ima komponente  $p_x$  i  $p_y$  u intervalu od -2 GeV/c do +2 GeV/c.

Komponente  $p_x$  i  $p_y$  se često promatraju zajedno u obliku histograma transverzalne količine gibanja  $p_t$ . Transverzalna količina gibanja se računa prema formuli  $p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$  i predstavlja mjeru gibanja čestice u  $xy$  ravnini okomito na os sudara. Histogrami  $p_t$  komponente količine gibanja za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su na slici 13. Očito je da najveći broj čestica ima transverzalnu komponentu impulsa u intervalu od 0 do 1.5 GeV/c.

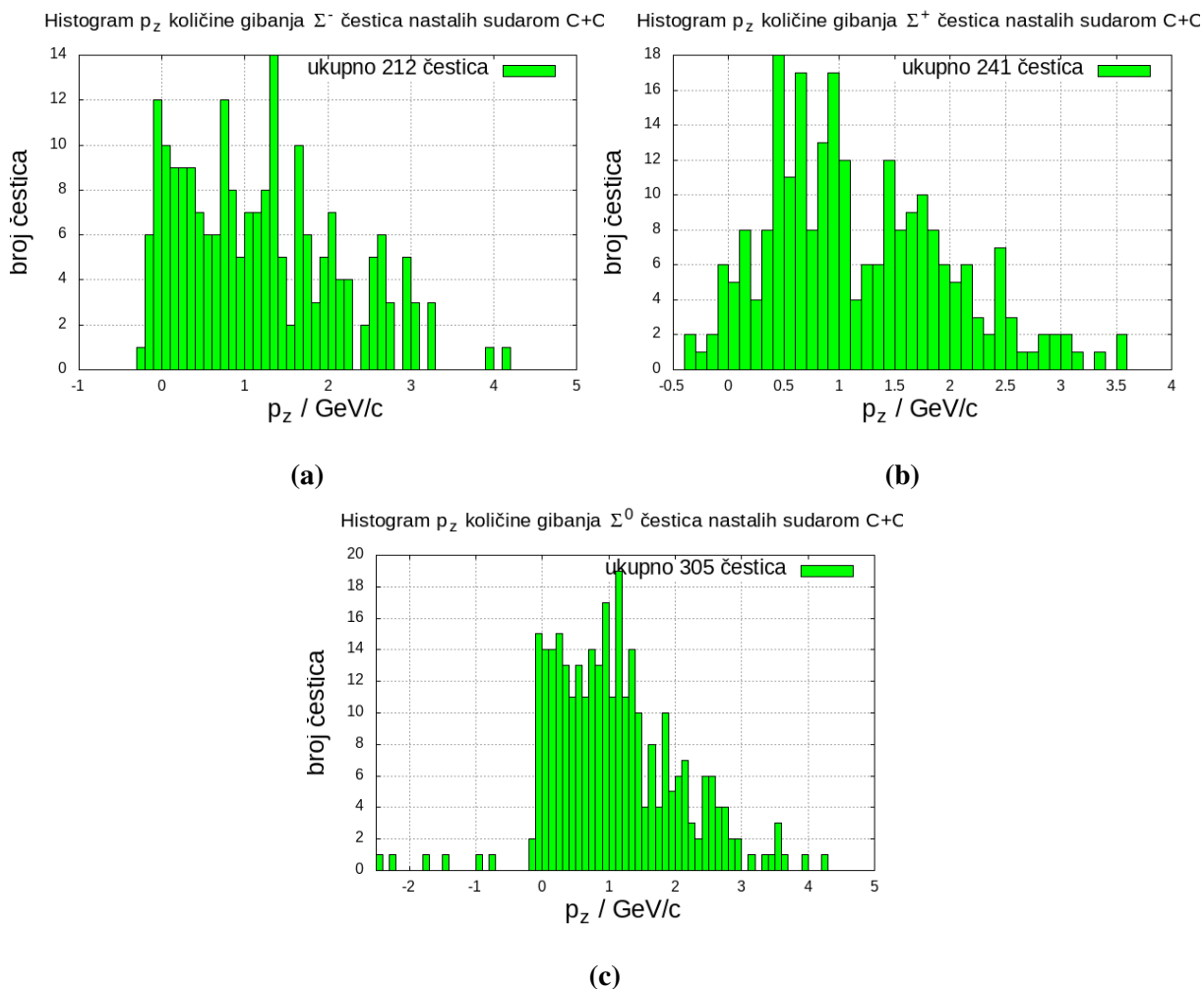


**Slika 12:** Histogrami  $p_x$  i  $p_y$  komponenti količine gibanja za  $\Sigma^-$  čestice (a),  $\Sigma^+$  čestice (b) i  $\Sigma^0$  čestice (c). Komponente su potpuno ravnopravne, a većina čestica ima vrijednosti  $p_x$  i  $p_y$  komponenti u intervalu od -2 GeV/c do +2 GeV/c.



**Slika 13:** Histogrami  $p_t$  komponente količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c). Najveći broj čestica nosi transversalnu količinu gibanja u intervalu od 0 do 1.5 GeV/c.

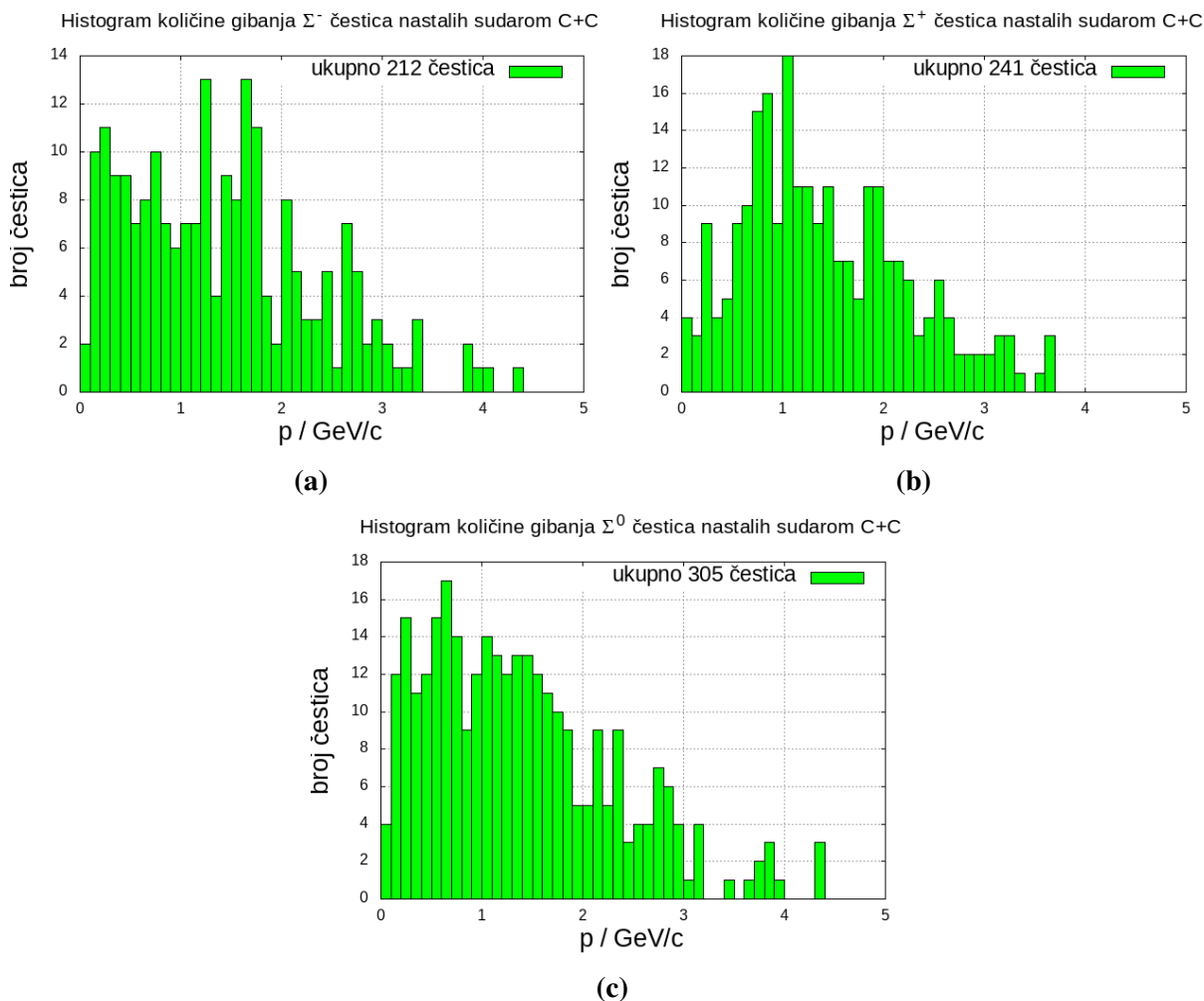
Histogrami  $p_z$  komponente količine gibanja za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su na slici 14. Očito je da čestice imaju  $p_z$  komponentu količine gibanja uglavnom u intervalu od 0 do 3 GeV/c. To znači da je količina gibanja duž osi sudara dosta veća od količine gibanja okomito na os sudara. Drugim riječima, gibanje čestica duž osi sudara dominira u odnosu na gibanje okomito na os sudara.



**Slika 14:** Histogrami  $p_z$  komponente količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c). Usporedbom sa slikom, zaključuje se da gibanje duž osi sudara dominira u odnosu na gibanje okomito na os sudara.

U svrhu analize, korisno je promotriti i histograme ukupne količine gibanja  $p$ , koji su prikazani na slici 15. Histogrami su slični onima za  $p_z$  količinu gibanja, što ima smisla jer je  $p_z$  komponenta količine gibanja dominantna u odnosu na  $p_t$ . Većina čestica ima količinu gibanja u intervalu od 0 do približno 3.5 GeV/c. Interval je nešto širi u odnosu na interval na  $p_z$  histogramu jer  $p$ , osim doprinosa komponente  $p_z$ , sadrži i doprinos komponente  $p_t$ .

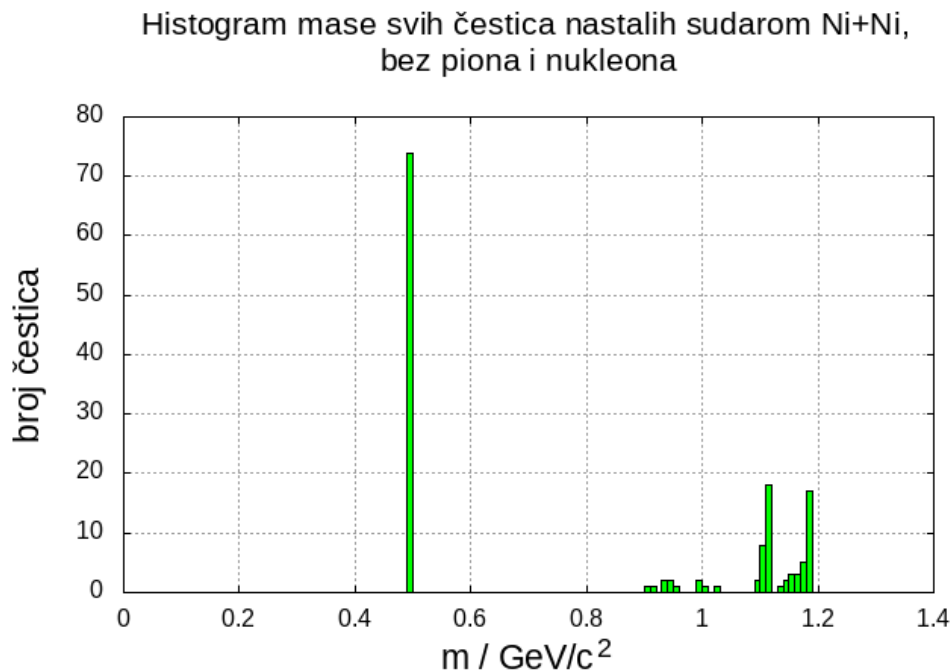
Ukupna količina gibanja može se shvatiti kao mjera ukupne energije. Naime, prema jednadžbi (3.6), ukupna energija sadrži doprinose energije mirovanja i energije gibanja. Kako je masa mirovanja  $m_0$  praktički konstanta, jer većina  $\Sigma$  čestica ima masu približno jednaku teorijskoj masi, ukupna energija je približno jednaka energiji gibanja uvećanoj za aditivnu konstantu. Kako vrijedi jednadžba  $E = mc^2$ , pri čemu je  $m$  relativistička masa, može se reći i da je  $p$  zapravo mjera relativističke mase čestice.



**Slika 15:** Histogrami ukupne količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c). Većina čestica ima količinu gibanja u intervalu od 0 do približno 3.5 GeV/c.

### 6.3 Ni+Ni na 2 GeV

Centralni sudar jezgri nikla, pri kinetičkoj energiji projektila od 2 GeV po nukleonu, simulira se preko 2000 ansamblova. Središta jezgri se u početku nalaze na udaljenosti od 9.83 fm. Slično kao u slučaju sudara jezgri ugljika, u sudaru jezgri nikla nastane najviše piona i nukleona. Histogram mase ostalih čestica koje nastanu prikazan je na slici 16. Maksimumi se pojavljuju na istim mjestima kao u slučaju sudara jezgri ugljika. Zaključujemo da sudarom nastaju, osim piona i nukleona, kaoni,  $\Lambda$  čestice i  $\Sigma$  čestice. Ukupno nastane 35  $\Sigma$  čestica, što je premalo da bi bilo moguće napraviti detaljnu analizu.



**Slika 16:** Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom Ni + Ni. Vidljivi su maksimumi na istim mjestima kao u slučaju sudara jezgri ugljika. Zaključujemo da sudarom nastaju, osim piona i nukleona, kaoni,  $\Lambda$  čestice i  $\Sigma$  čestice.

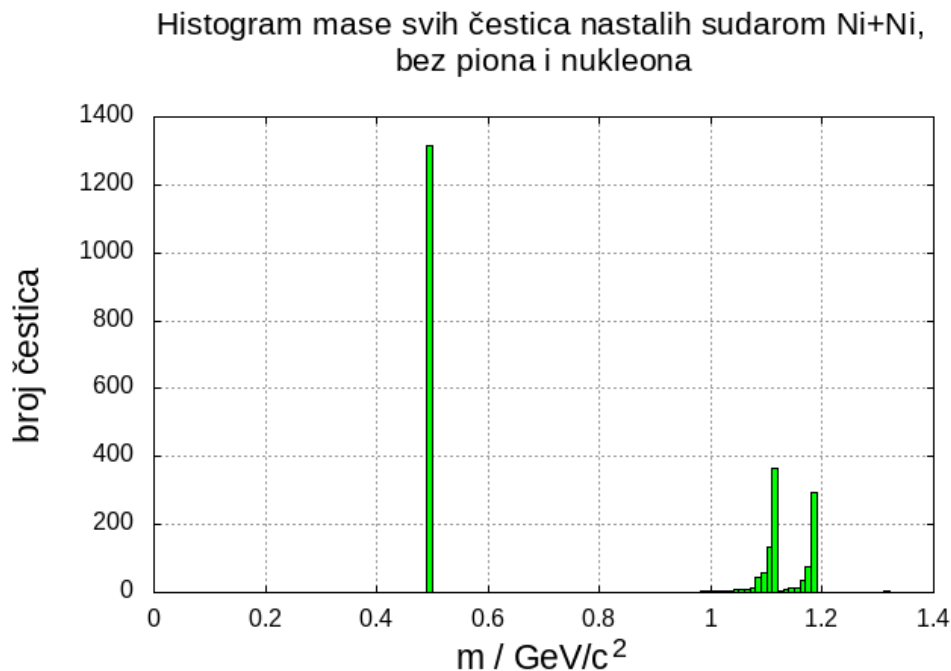
## 6.4 Ni+Ni na 5 GeV

U simulaciji centralnog sudara jezgri nikla, pri kinetičkoj energiji projektila od 5 GeV po nukleonu, uzeto je 2000 ansamblova. Jezgre se u početku nalaze na udaljenosti od 8.75 fm. Uzet je znatno manji broj ansamblova nego u simulaciji sudara jezgri ugljika jer pri sudaru težih jezgri na 5 GeV nastaje puno veći broj  $\Sigma$  čestica nego pri sudaru lakših jezgri. Tako npr, pri sudaru jezgri ugljika na 5 GeV, nastane oko 50  $\Sigma$  čestica unutar 2000 ansamblova, a pri sudaru jezgri nikla na istoj energiji nastane oko 500  $\Sigma$  čestica unutar 2000 ansamblova. Stoga je za slučaj jezgri nikla moguće uz znatno manji broj ansamblova napraviti jednako dobru statistiku kao za veliki broj ansamblova u slučaju jezgri ugljika.

Histogram mase čestica koje nastanu sudarom jezgri nikla, pri kinetičkoj energiji projektila od 5 GeV po nukleonu, prikazan je na slici 17. Ponovno zaključujemo da, osim piona i nukleona, nastaju kaoni te  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestice. Broj nastalih  $\Sigma$  čestica omogućuje relativno dobru analizu. Također, vidljivo je da na masi od približno  $1.3 \text{ GeV}/c^2$  nastane vrlo mali broj čestica. To su  $\Xi$  bariona.

Osim položaja i količina gibanja svih  $\Sigma$  čestica nastalih u sudaru, promatrat će se i ovisnost tih veličina o duljini trajanja simulacije.



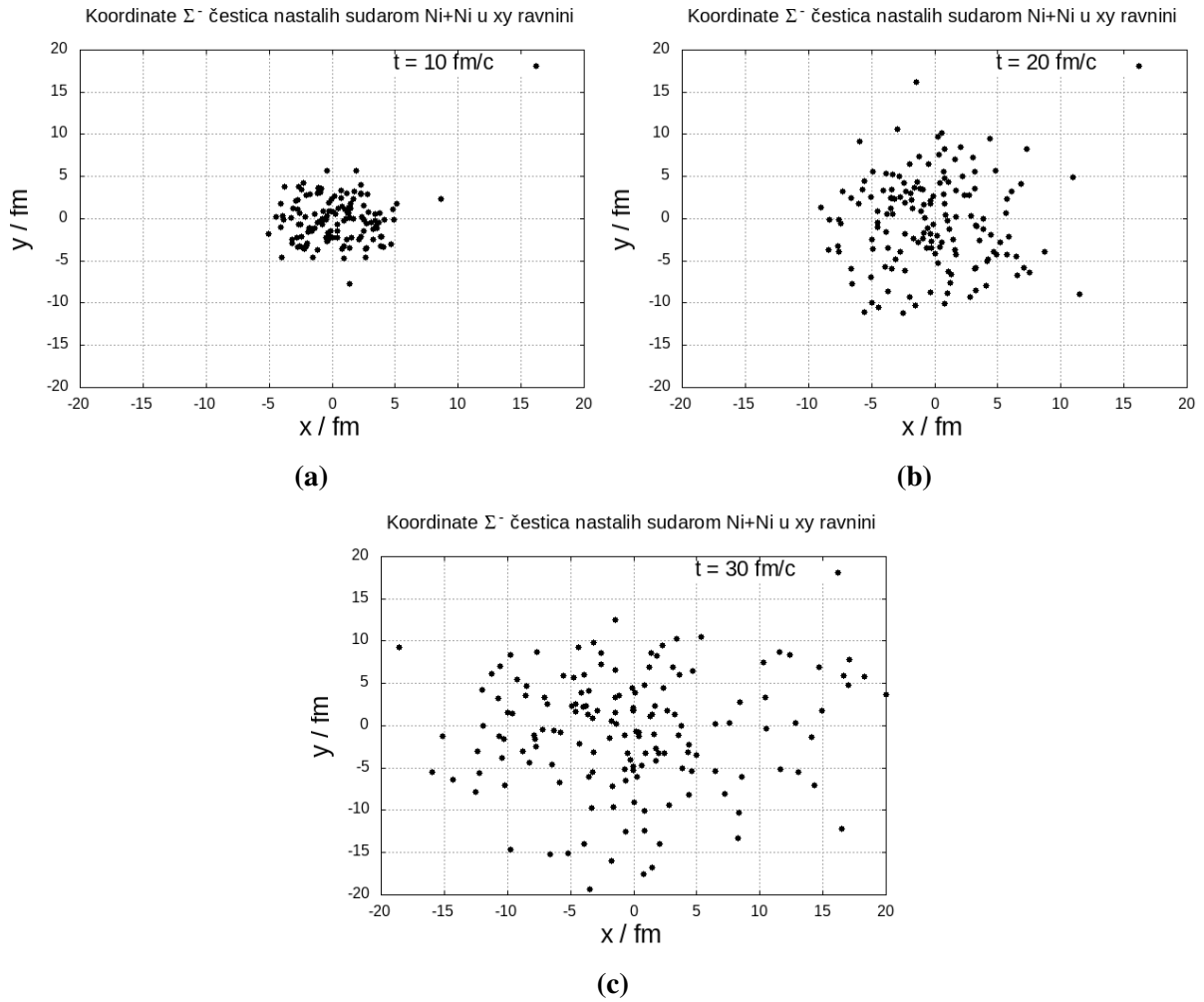


**Slika 17:** Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom Ni + Ni. Vidljivi su maksimumi na istim mjestima kao u slučaju sudara jezgri ugljika. Zaključujemo da sudarom nastaju, osim piona i nukleona, kaoni,  $\Lambda$  čestice i  $\Sigma$  čestice.

#### 6.4.1 Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom Ni+Ni

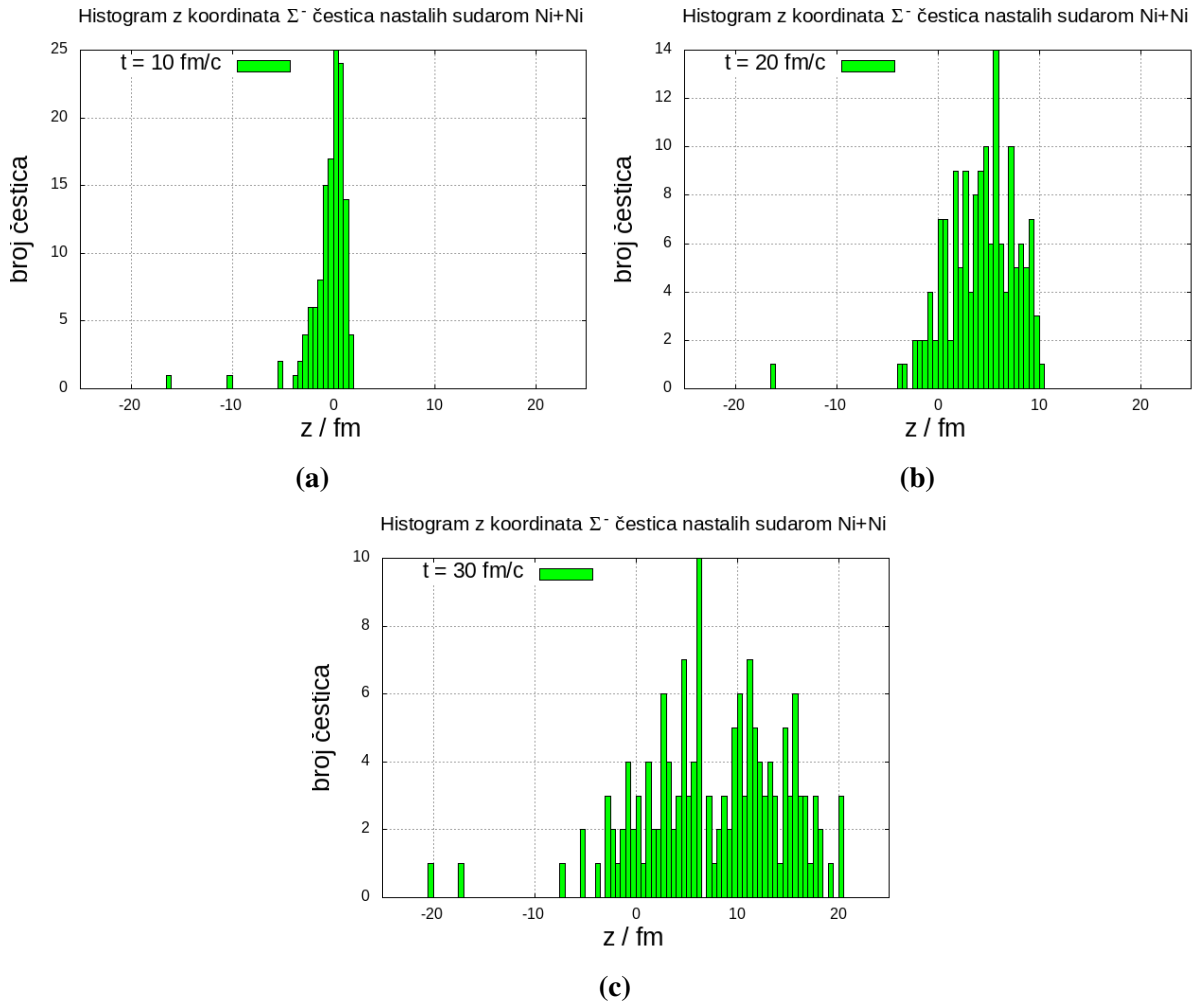
Promotrimo položaje nastalih  $\Sigma^-$  čestica za tri različite vrijednosti ukupnog broja vremenskih koraka. Odabrane su vrijednosti od 50, 100 i 150 vremenskih koraka. Kako je vremenski korak jednak  $\Delta t = 0.2 \text{ fm}/c$ , rezultati se promatraju nakon 10 fm/c, 20 fm/c i 30 fm/c vremena od početka simulacije.

Koordinate  $x$  i  $y$  za  $\Sigma^-$  čestice nakon 10 fm/c, 20 fm/c i 30 fm/c prikazane su na slici 18. Očito je da su čestice u početku koncentrirane oko ishodišta, a kako vrijeme prolazi, šire se u svim smjerovima.



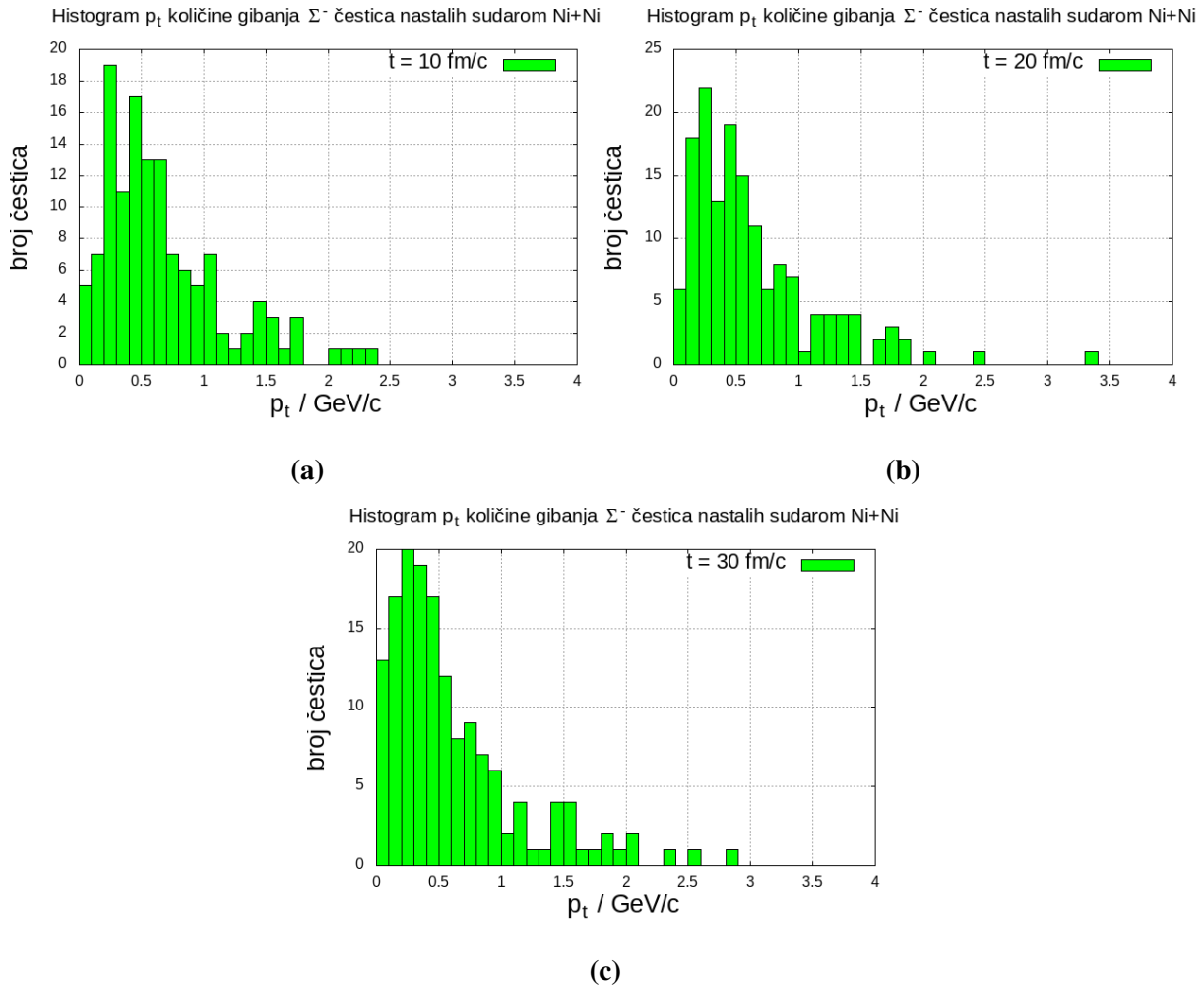
**Slika 18:** Koordinate  $\Sigma^-$  čestica u  $xy$  ravnini nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko ishodišta, a s vremenom se šire u svim smjerovima.

Histogrami  $z$  koordinata  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c, 20 fm/c i 30 fm/c prikazani su na slici 19. Očito je da su čestice prvotno nakon sudara koncentrirane oko  $z = 0$ , a s vremenom se šire u pozitivnom smjeru  $z$  osi.



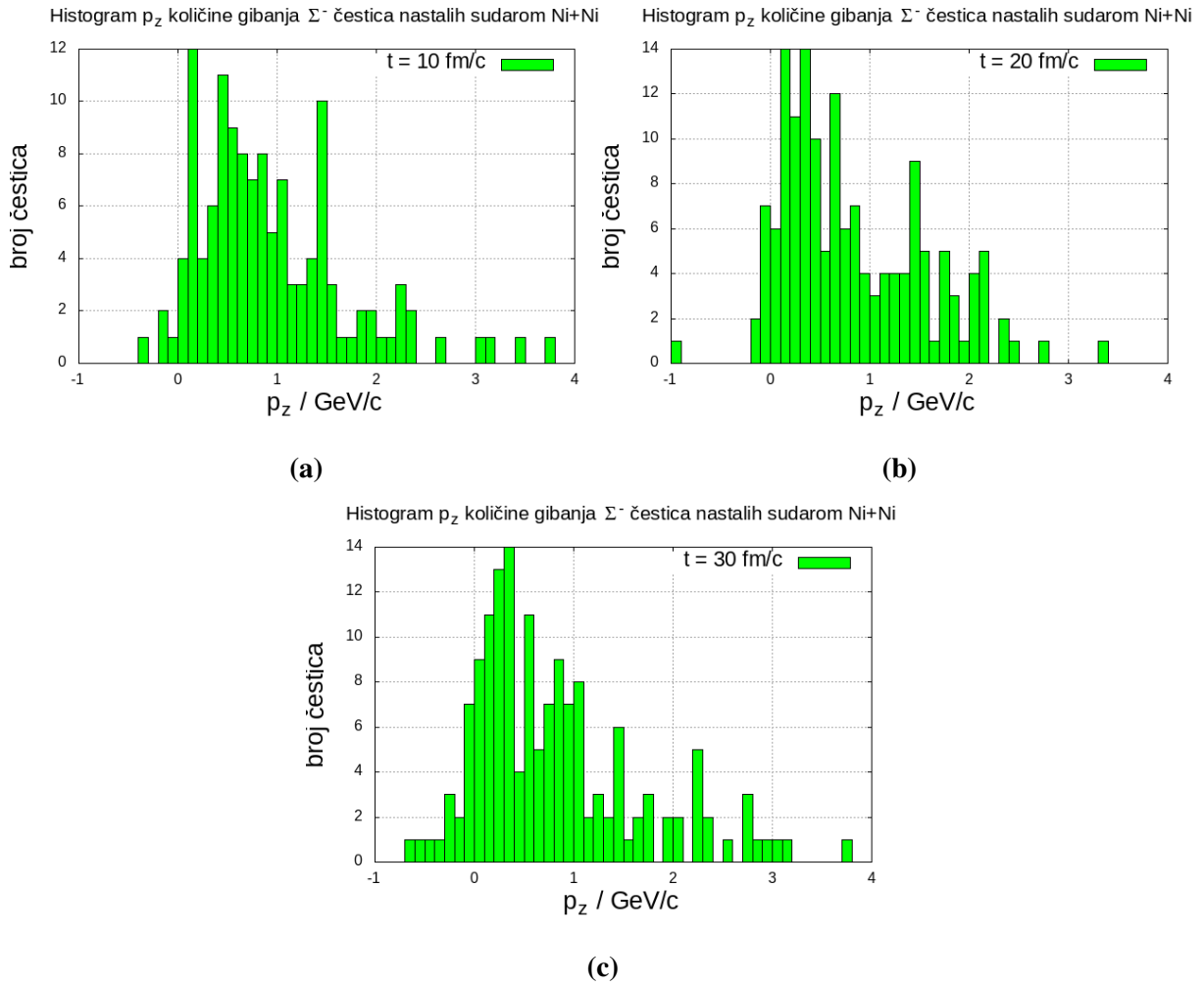
**Slika 19:** Histogrami  $z$  koordinata  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko  $z = 0$ , a s vremenom se šire u pozitivnom smjeru  $z$  osi.

Histogrami  $p_t$  količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c, 20 fm/c i 30 fm/c prikazani su na slici 20. Na histogramima se ne uočava nikakva bitna razlika. Zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo transverzalne količine gibanja.



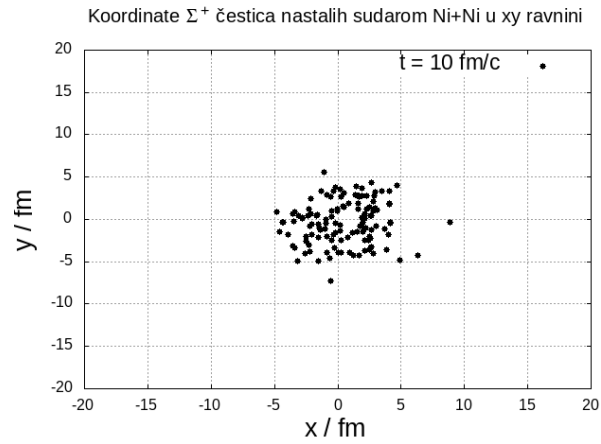
**Slika 20:** Histogrami  $p_t$  količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Na histogramima se ne uočava nikakva bitna razlika, što znači da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo transverzalne količine gibanja.

Histogrami  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c, 20 fm/c i 30 fm/c prikazani su na slici 21. Na histogramima se ne uočava nikakva bitna razlika. Slično kao za slučaj transverzalne količine gibanja, zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo količine gibanja duž osi sudara.

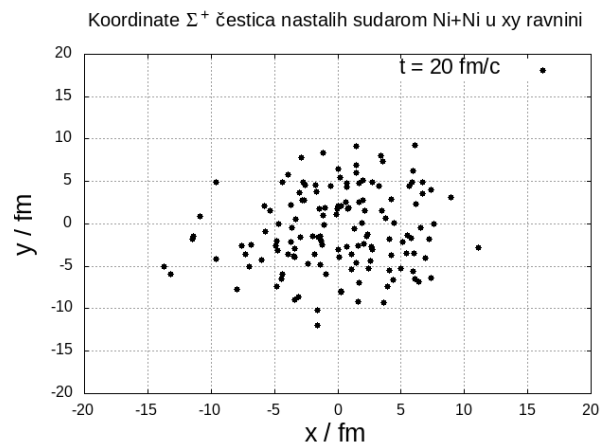


**Slika 21:** Histogrami  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Izgled histograma se praktički ne mijenja pa zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo količine gibanja duž osi sudara.

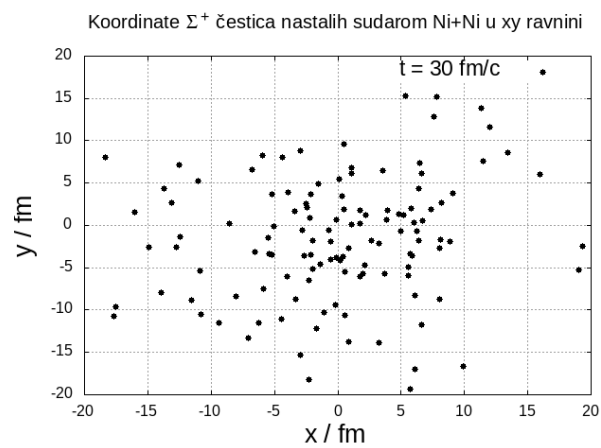
Koordinate čestica u  $xy$  ravnini te histogrami  $z$  koordinata,  $p_t$  i  $p_z$  količina gibanja za  $\Sigma^+$  čestice pri različitim duljinama trajanja simulacije prikazani su na slikama 22, 23, 24, 25, a za  $\Sigma^0$  čestice na slikama 26, 27, 28, 29.



(a)

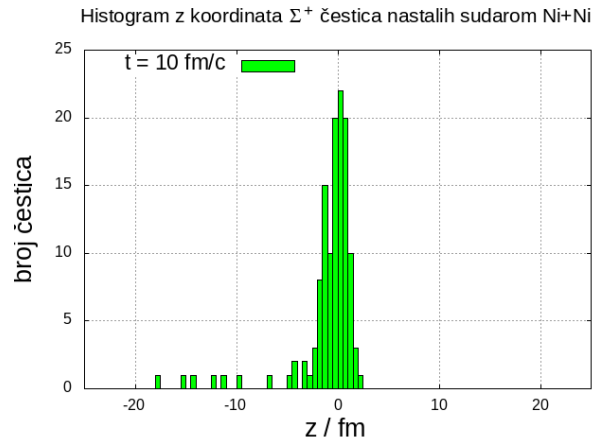


(b)

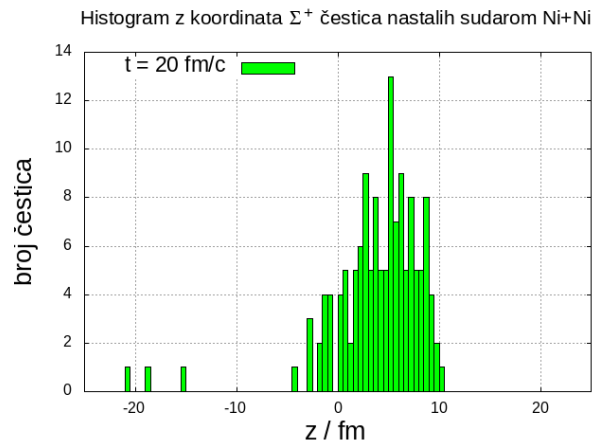


(c)

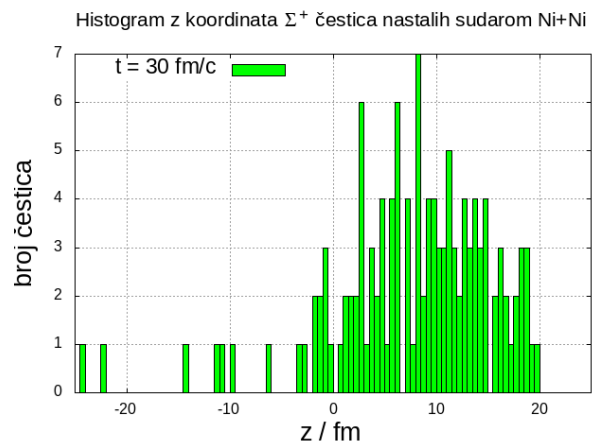
**Slika 22:** Koordinate  $\Sigma^+$  čestica u  $xy$  ravnini nakon  $10 \text{ fm/c}$  (a),  $20 \text{ fm/c}$  (b) i  $30 \text{ fm/c}$  (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko ishodišta, a s vremenom se šire u svim smjerovima.



(a)

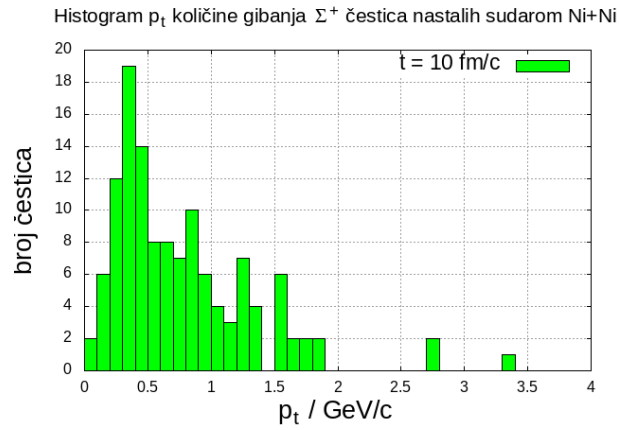


(b)

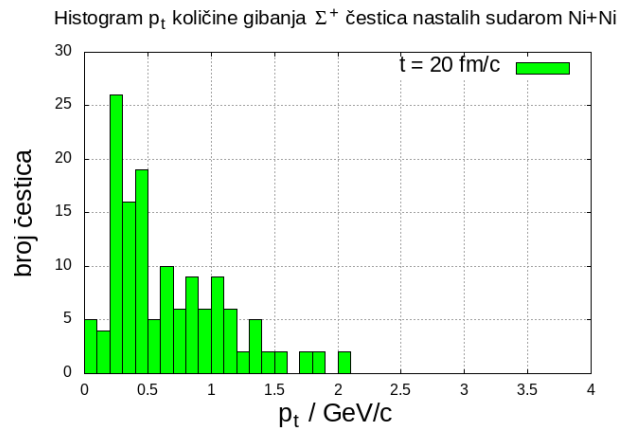


(c)

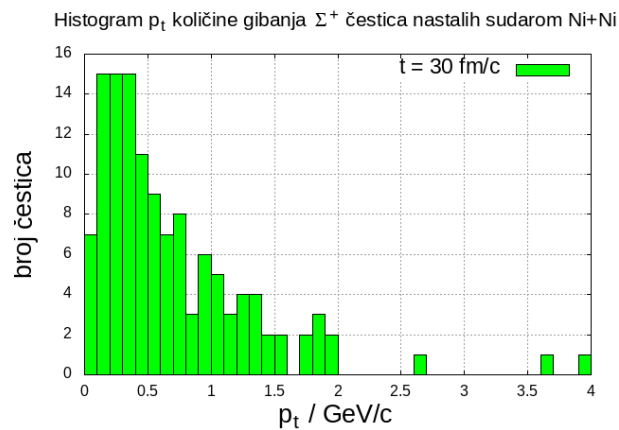
**Slika 23:** Histogrami z koordinata  $\Sigma^+$  čestica u  $xy$  ravnini nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko  $z = 0$ , a s vremenom se šire u pozitivnom smjeru z osi.



(a)



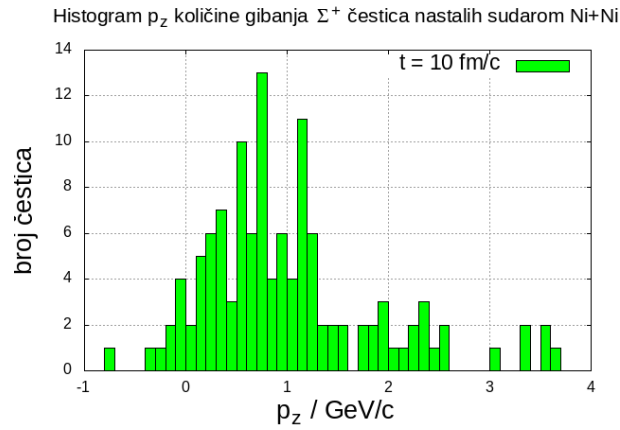
(b)



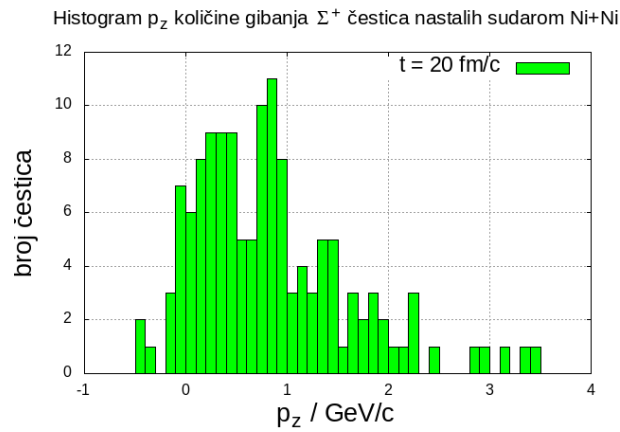
(c)

**Slika 24:** Histogrami  $p_t$  količine gibanja  $\Sigma^+$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Izgled histograma se praktički ne mijenja pa zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo transverzalne količine gibanja.

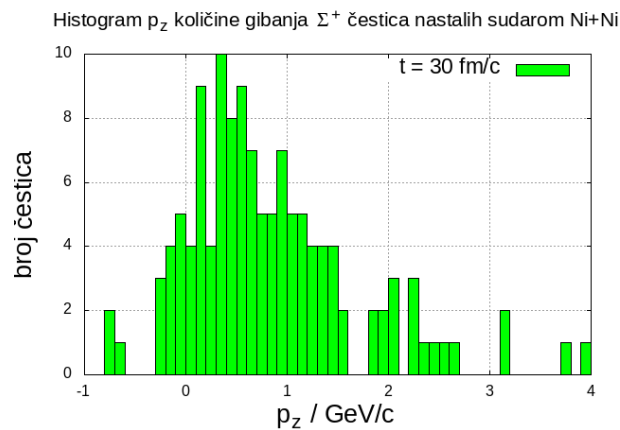




(a)

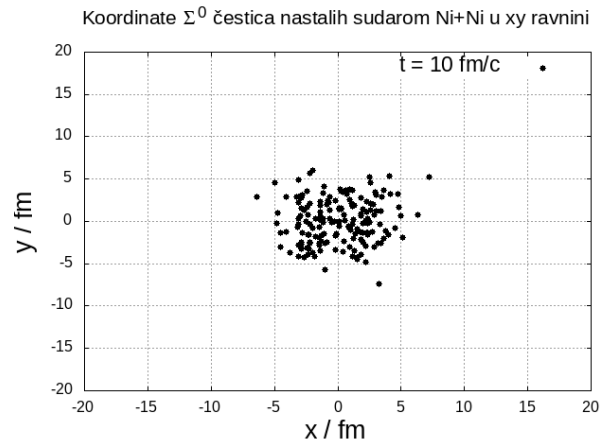


(b)

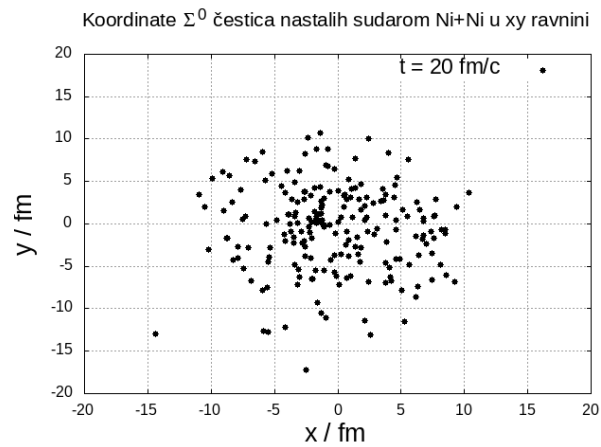


(c)

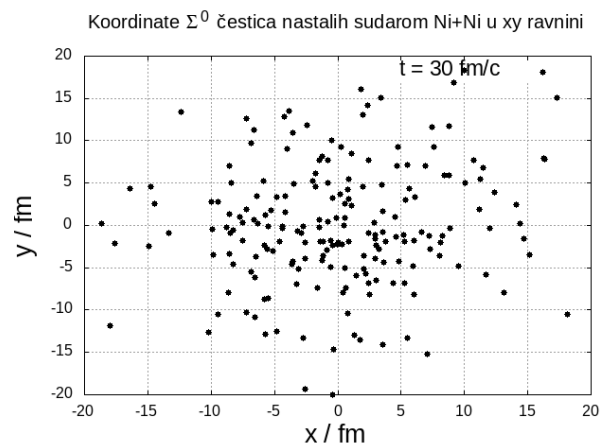
**Slika 25:** Histogrami  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^+$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Izgled histograma se praktički ne mijenja pa zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo količine gibanja duž osi sudara.



(a)

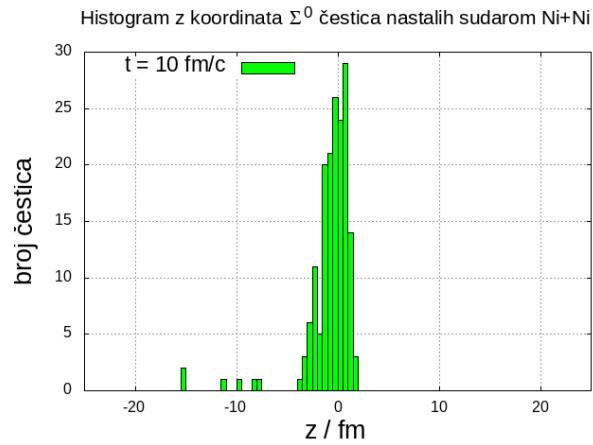


(b)

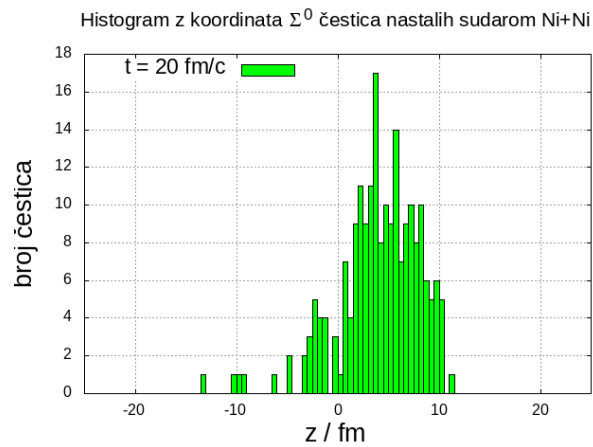


(c)

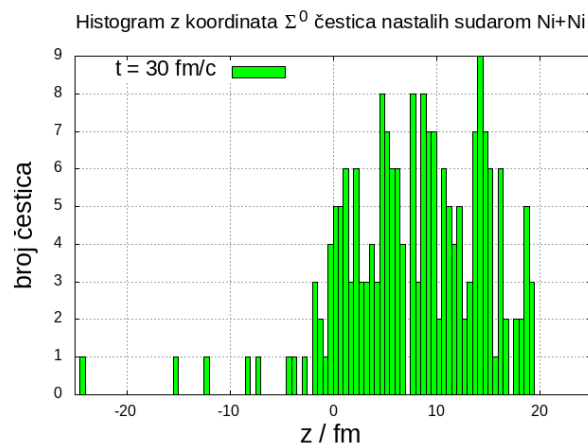
**Slika 26:** Koordinate  $\Sigma^0$  čestica u  $xy$  ravnini nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko ishodišta, a s vremenom se šire u svim smjerovima.



(a)

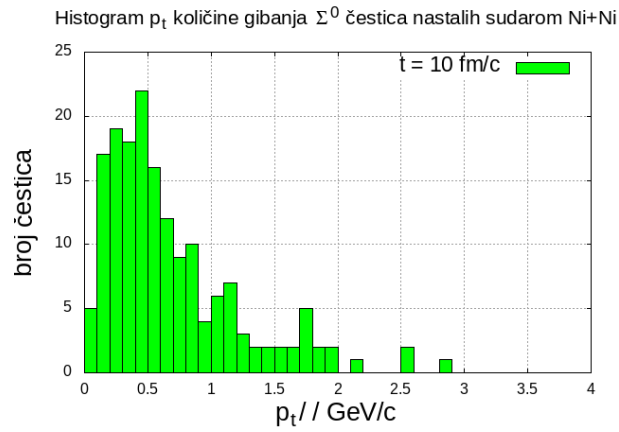


(b)

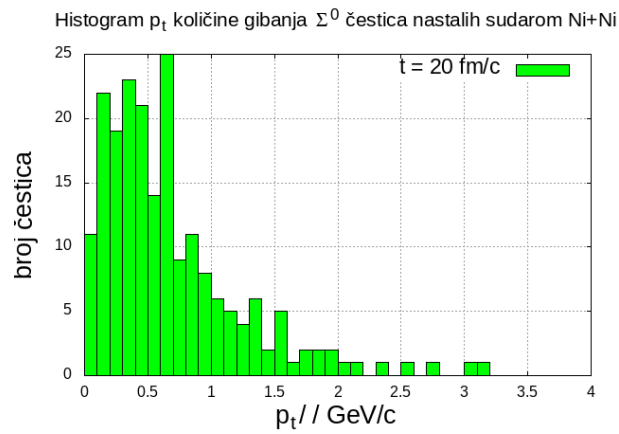


(c)

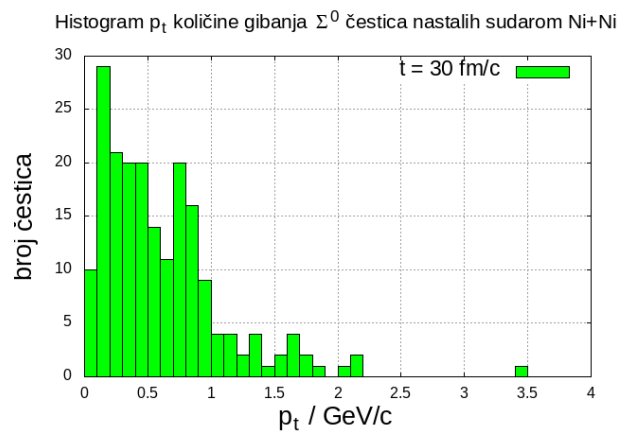
**Slika 27:** Histogrami z koordinata  $\Sigma^0$  čestica u  $xy$  ravnini nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Očito je da su čestice nakon sudara prvotno koncentrirane oko  $z = 0$ , a s vremenom se šire u pozitivnom smjeru z osi.



(a)

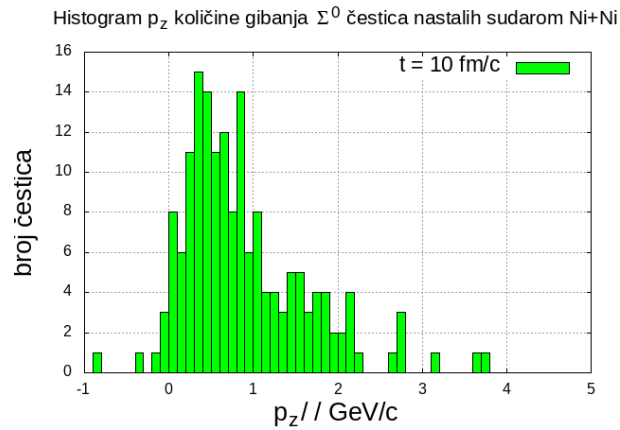


(b)

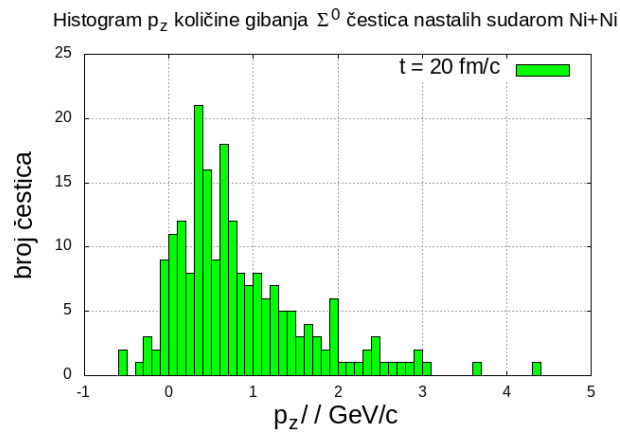


(c)

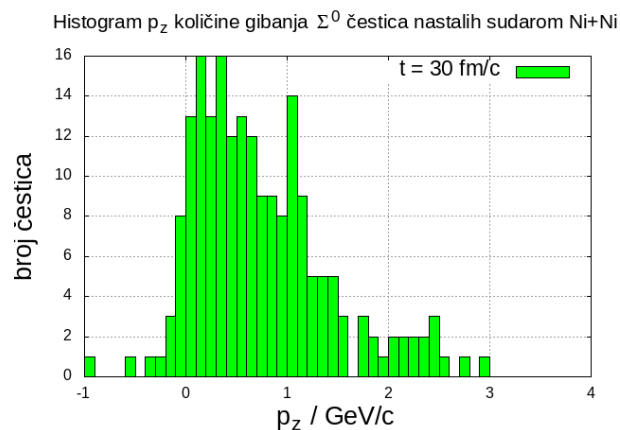
**Slika 28:** Histogrami  $p_t$  količine gibanja  $\Sigma^0$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Izgled histograma se praktički ne mijenja pa zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo transverzalne količine gibanja.



(a)



(b)

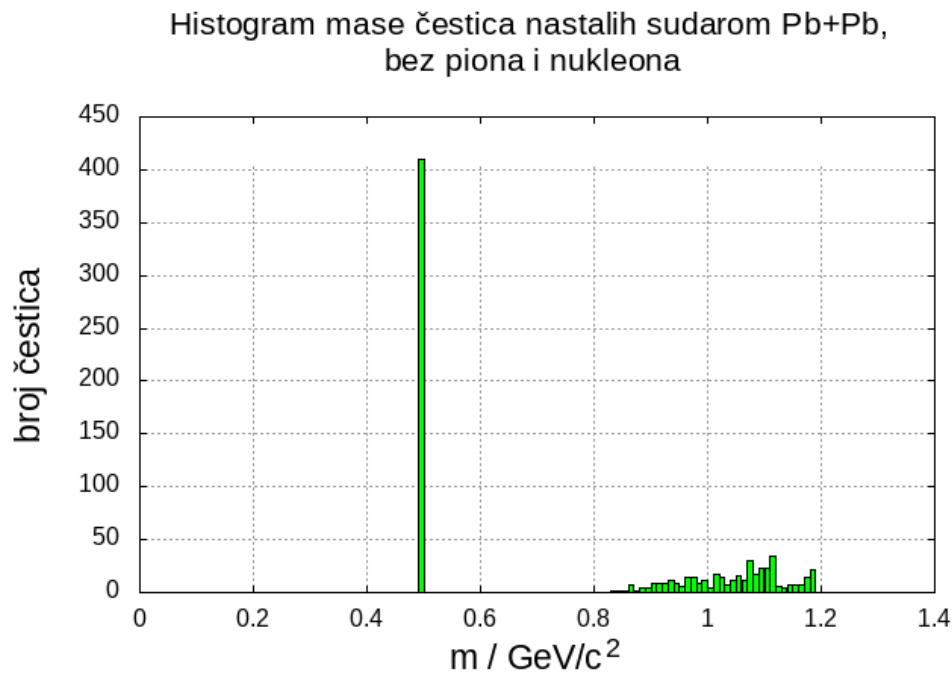


(c)

**Slika 29:** Histogrami  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^0$  čestica nakon 10 fm/c (a), 20 fm/c (b) i 30 fm/c (c). Izgled histograma se praktički ne mijenja pa zaključujemo da se, u vremenskom intervalu od 50 fm/c do 150 fm/c, česticama kao cjelini praktički ne mijenja svojstvo količine gibanja duž osi sudara.

## 6.5 Pb+Pb na 2 GeV

Centralni sudar jezgri olova, pri energiji od 2 GeV po nukleonu, simulira se preko 2000 ansamblova. Središta jezgri se na početku nalaze na udaljenosti od 13.15 fm. Sudarom opet nastane najviše piona i nukleona, koji nisu predmet promatranja. Histogram mase ostalih čestica koje nastanu u sudaru prikazan je na slici 30. Ponovno zaključujemo da sudarom, osim piona i nukleona, nastanu kaoni te  $\Lambda$  i  $\Sigma$  čestice. Nastane približno 50  $\Sigma$  čestica svake vrste, što je opet premalo za kvalitetnu statistiku.

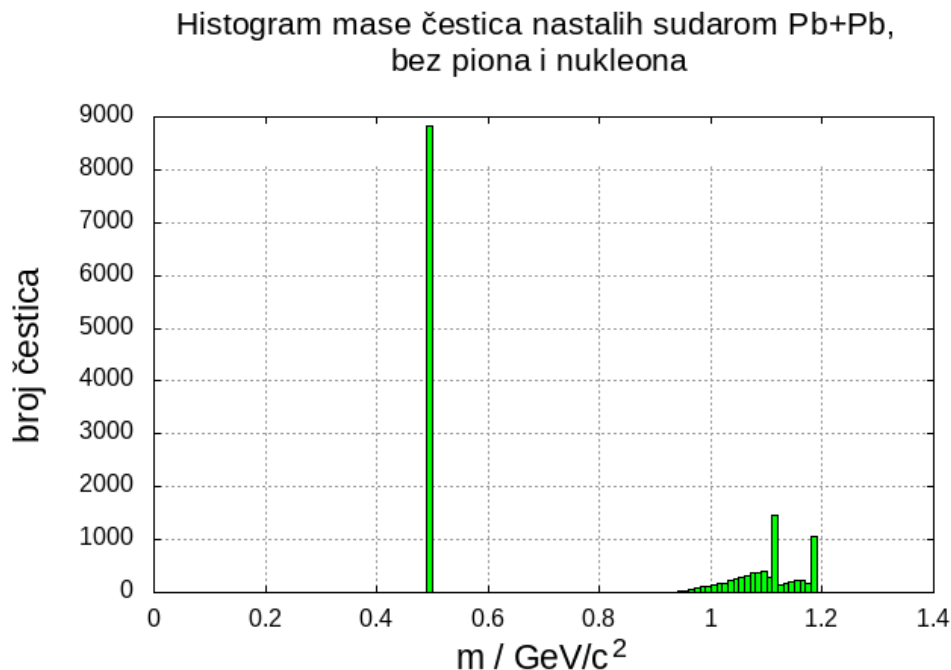


**Slika 30:** Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom Pb + Pb. Vidljivi su maksimumi na istim mjestima kao u prethodnim slučajevima. Zaključujemo da sudarom nastaju, osim piona i nukleona, kaoni,  $\Lambda$  čestice i  $\Sigma$  čestice.

## 6.6 Pb+Pb na 5 GeV

Sudar jezgri olova, pri energiji od 5 GeV po nukleonu, simulira se preko 2000 ansamblova. Središta jezgri se na početku nalaze na udaljenosti od 11.66 fm.

Histogram masa čestica koje nastanu u sudaru, bez piona i nukleona, prikazan je na slici 31.

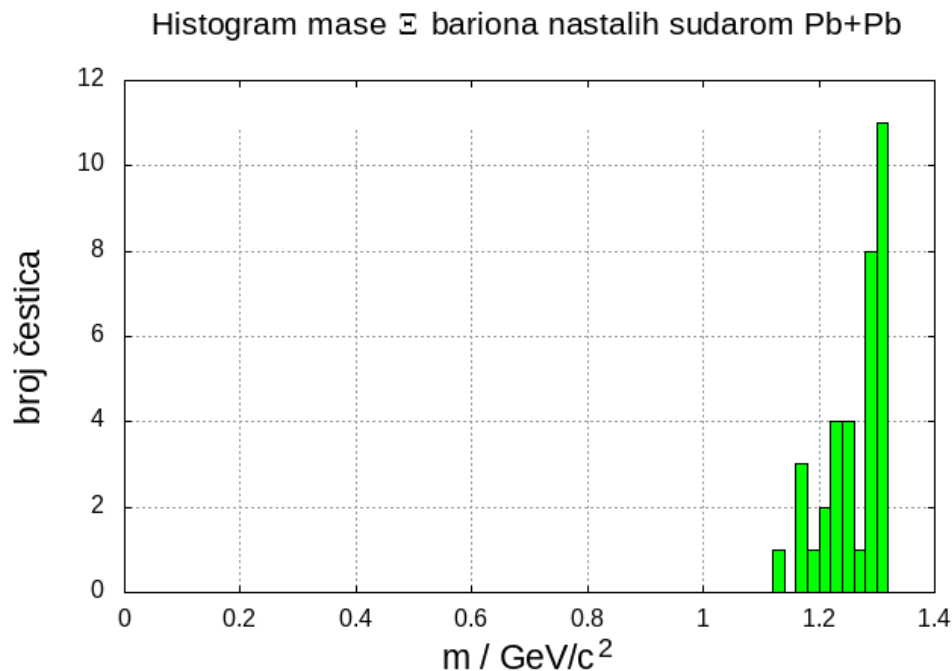


**Slika 31:** Histogram mase svih čestica, osim piona i nukleona, nastalih sudarom Pb + Pb. Vidljivi su maksimumi na istim mjestima kao u prethodnim slučajevima. Zaključujemo da sudarom nastaju, osim piona i nukleona, kaoni,  $\Lambda$  čestice i  $\Sigma$  čestice.

Sudarom nastaju i  $\Xi$  barioni, koji su se već pojavili pri sudaru jezgri nikla na istoj energiji. Njih je u ovom slučaju nastalo oko 30, što je 10 puta više nego u sudaru jezgri nikla. Histogram mase  $\Xi$  bariona, nastalih centralnim sudarom jezgri olova pri energiji od 5 GeV po nukleonu, prikazan je na slici 32.

Slučaj sudara jezgri olova će se promatrati za različite vrijednosti parametra sudara, za razliku od prethodnih slučajeva, gdje su se promatrali samo centralni sudari. Za parametar sudara će se uzeti vrijednosti od 0 fm, 3.40 fm i 6.83 fm. Promatra se vrijednost od 6.83 fm jer je to približna duljina radijusa jezgre olova. Vrijednost 3.4 fm je približna duljina polovice radijusa jezgre olova.

Ispitat će se kako parametar sudara utječe na ukupni broj  $\Sigma$  čestica koje nastanu u sudaru i njihova svojstva.

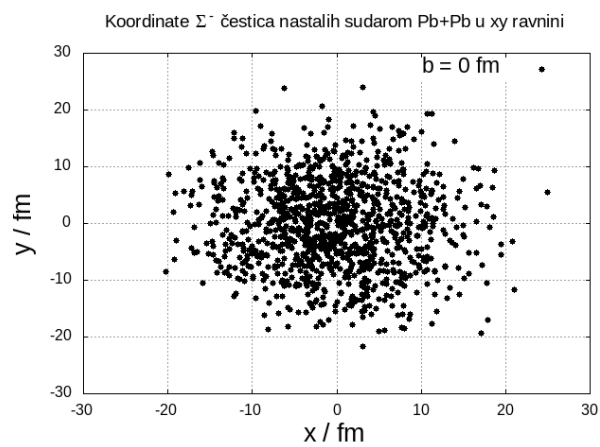


**Slika 32:** Histogram mase  $\Xi$  bariona nastalih sudarom Pb + Pb.

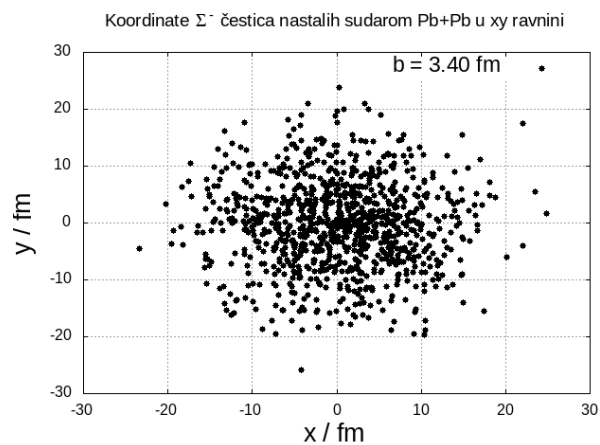
### 6.6.1 Svojstva $\Sigma$ čestica nastalih sudarom Pb+Pb

Na slici 33 su prikazane koordinate  $\Sigma^-$  čestica nastalih sudarom jezgri olova pri energiji od 5 GeV po nukleonu za različite vrijednosti parametra sudara. Isti grafovi za  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su redom na slikama 34 i 35. Rezultati pokazuju da se najveća razlika među reakcijama očituje u broju nastalih čestica. U slučaju centralnog sudara nastane najveći broj  $\Sigma$  čestica. Što je vrijednost parametra sudara veća, broj nastalih  $\Sigma$  čestica je manji. Tako u centralnom sudaru nastane nešto više od 3100  $\Sigma$  čestica, a u slučajevima kada je  $b = 3.4$  fm i  $b = 6.83$  fm nastane redom oko 2700 čestica i 1700 čestica.

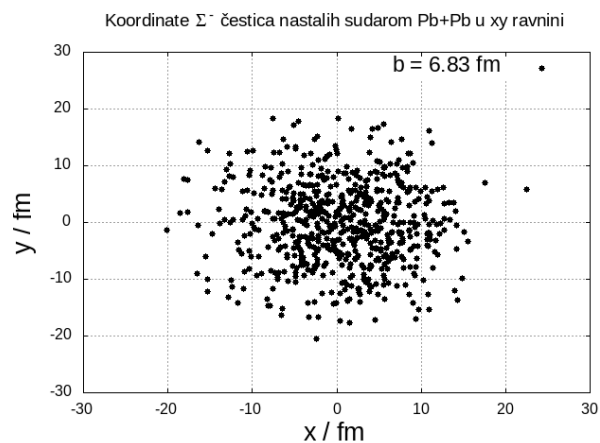




(a)

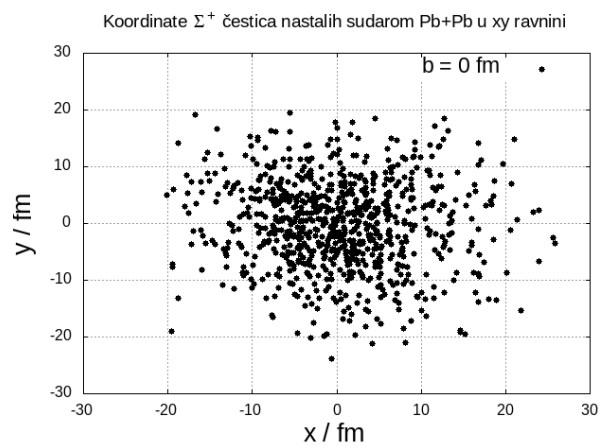


(b)

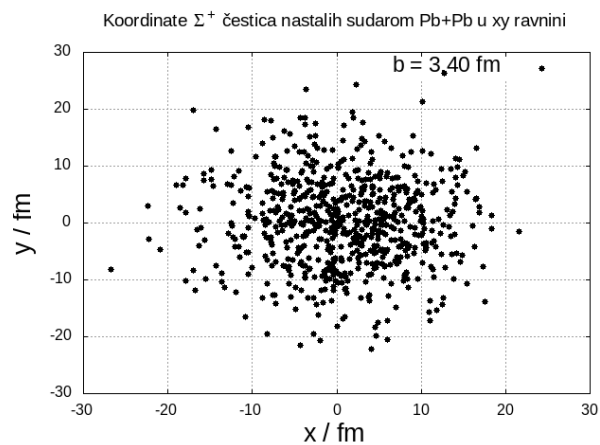


(c)

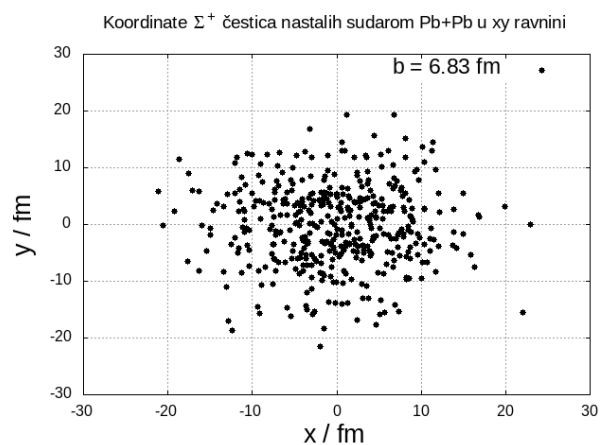
**Slika 33:** Koordinate  $\Sigma^-$  čestica u xy ravnini za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b),  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).



(a)

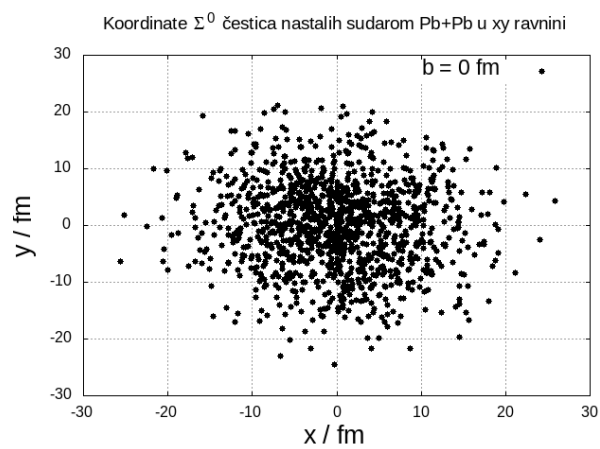


(b)

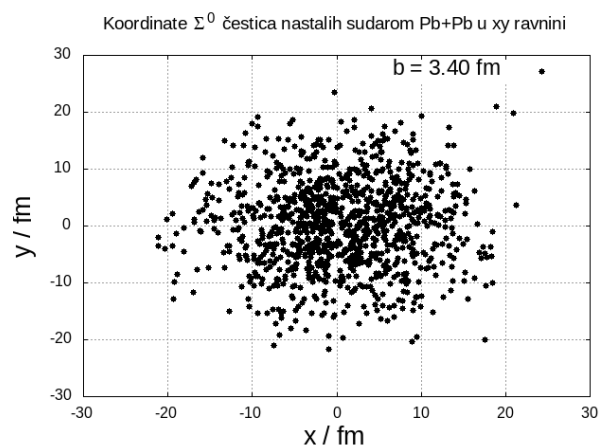


(c)

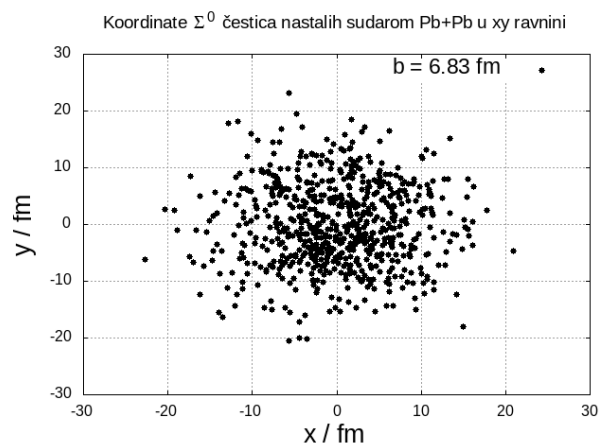
**Slika 34:** Koordinate  $\Sigma^+$  čestica u xy ravnini za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b),  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).



(a)



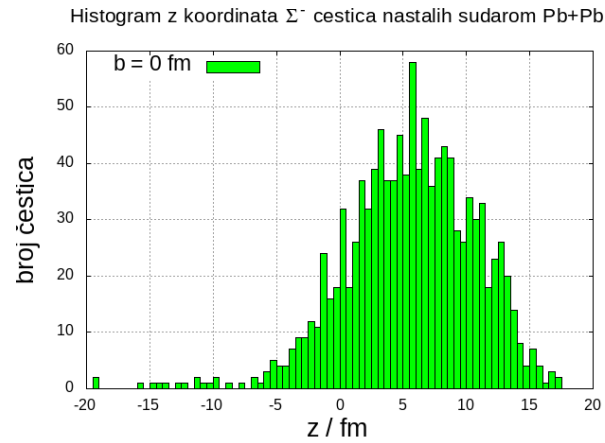
(b)



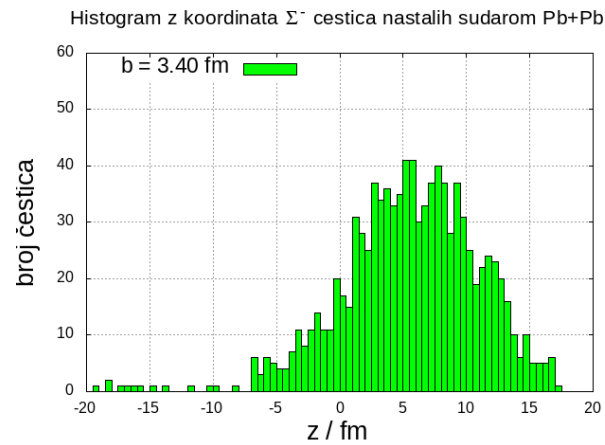
(c)

**Slika 35:** Koordinate  $\Sigma^0$  čestica u  $xy$  ravnini za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b),  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).

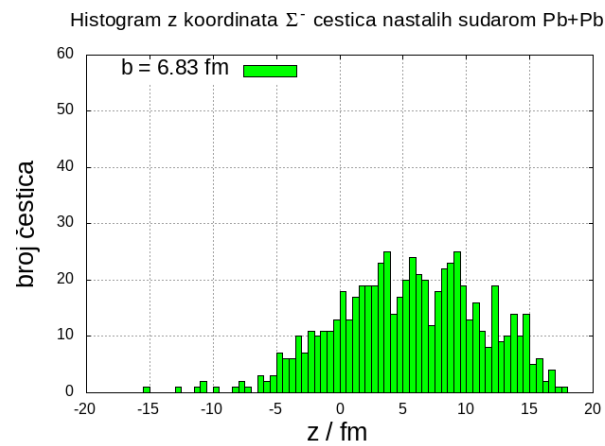
Histogrami  $z$  koordinata za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su redom na slikama 36, 37 i 38.



(a)

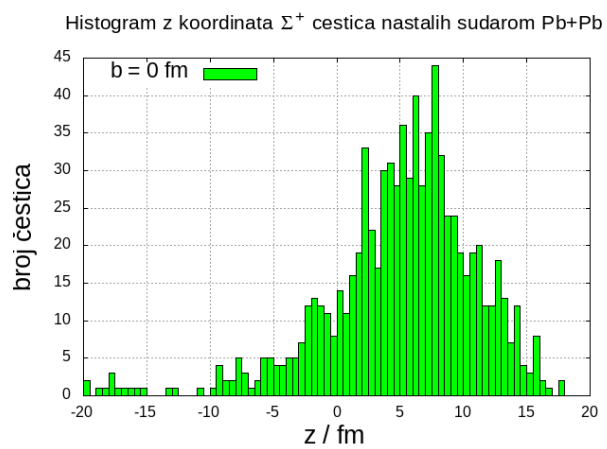


(b)

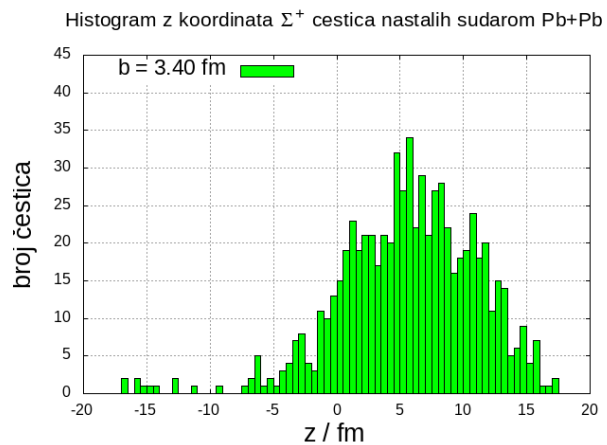


(c)

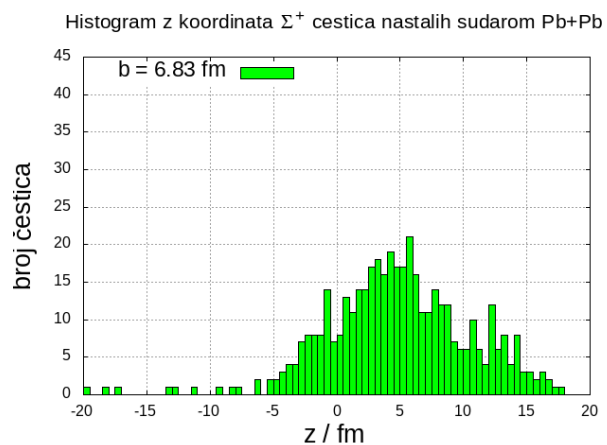
**Slika 36:** Histogram  $z$  koordinata  $\Sigma^-$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b),  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).



(a)

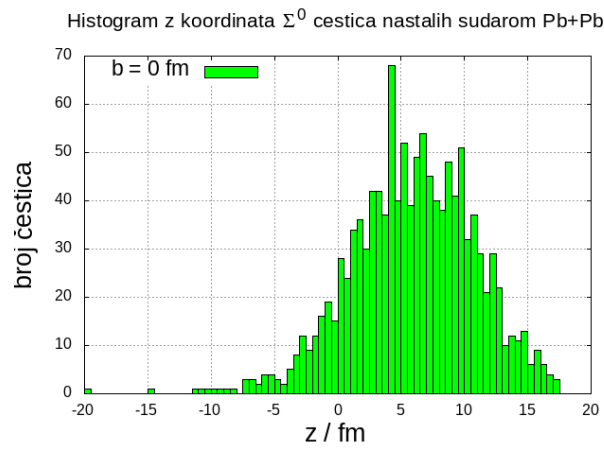


(b)

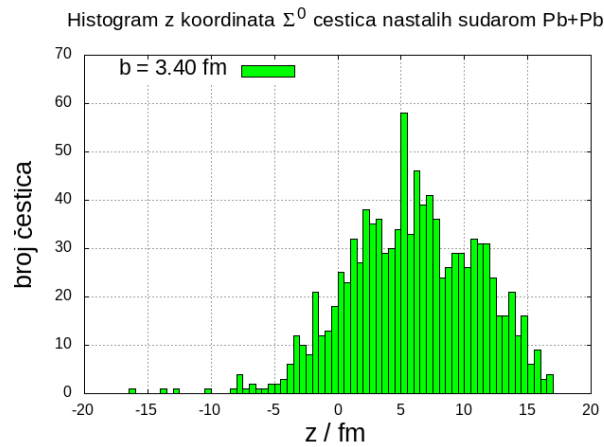


(c)

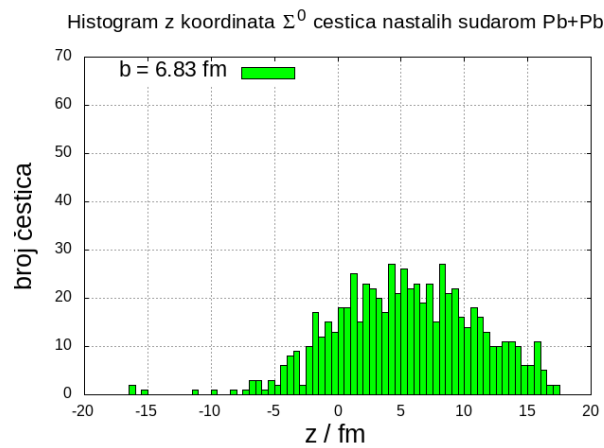
**Slika 37:** Histogram z koordinata  $\Sigma^-$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b),  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).



(a)



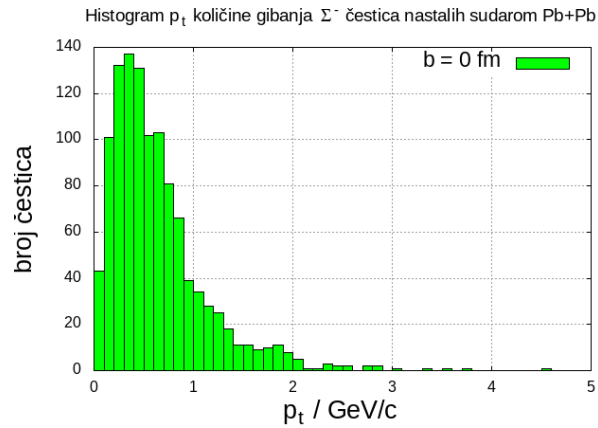
(b)



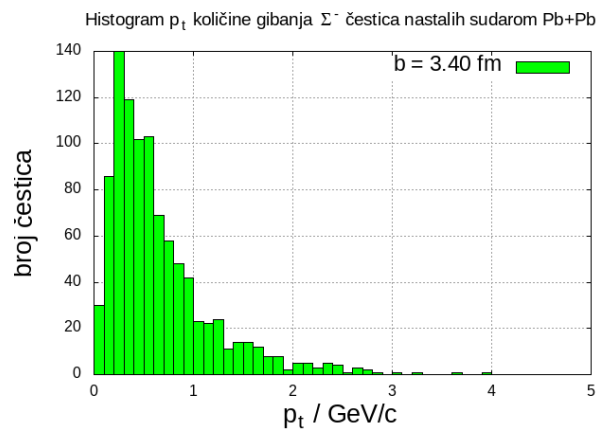
(c)

**Slika 38:** Histogram z koordinata  $\Sigma^-$  čestica za  $b = 0$  fm (a),  $b = 3.4$  fm (b),  $b = 6.83$  fm (c).

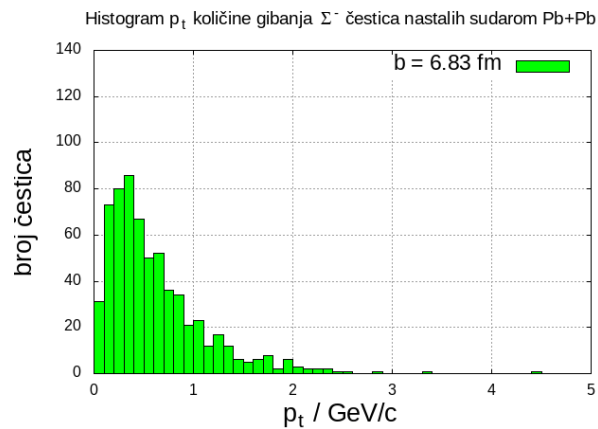
Histogrami  $p_t$  količina gibanja za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su redom na slikama 39, 40 i 41.



(a)

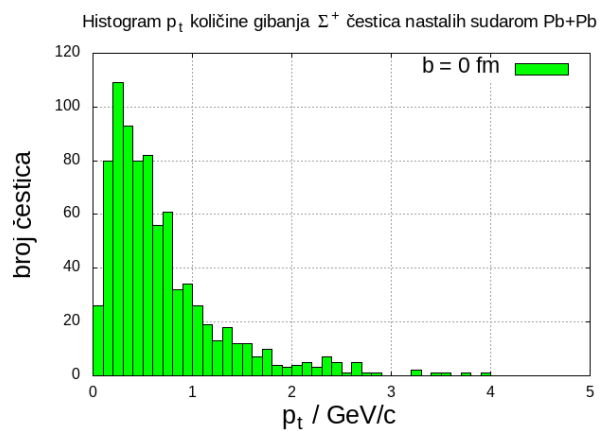


(b)

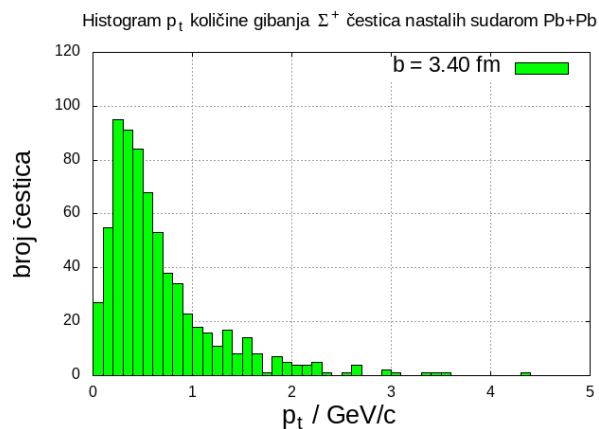


(c)

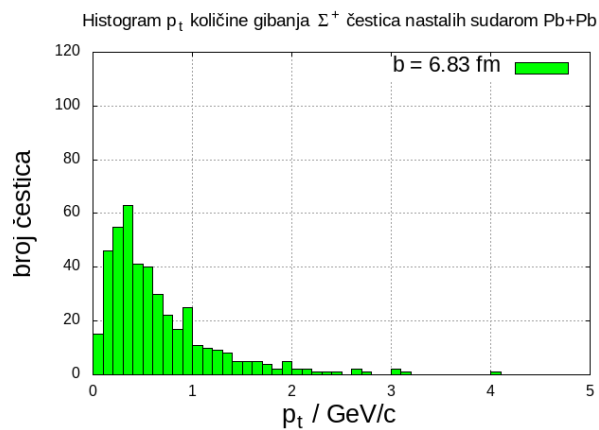
**Slika 39:** Histogram  $p_t$  količina gibanja  $\Sigma^-$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$ ,  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).



(a)



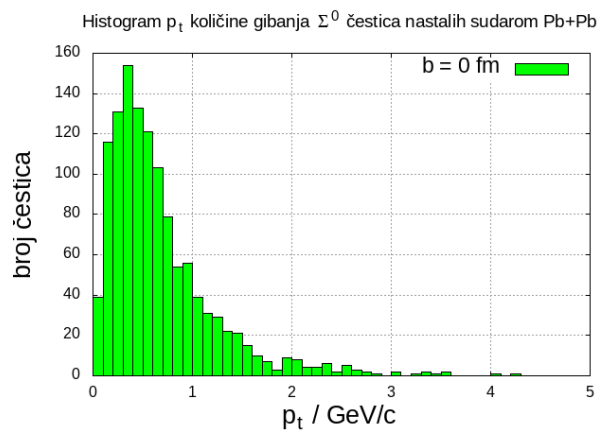
(b)



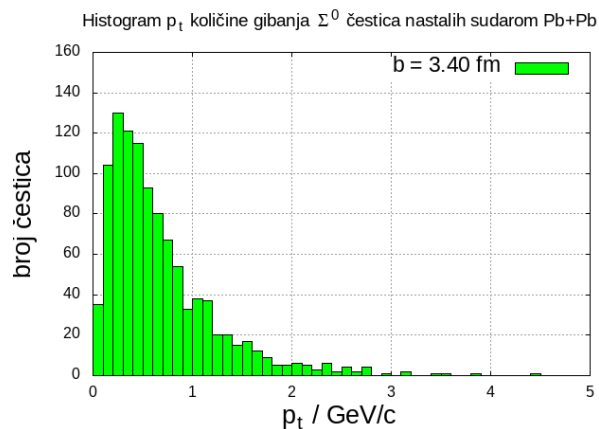
(c)

**Slika 40:** Histogram  $p_t$  količina gibanja  $\Sigma^+$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$ ,  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).

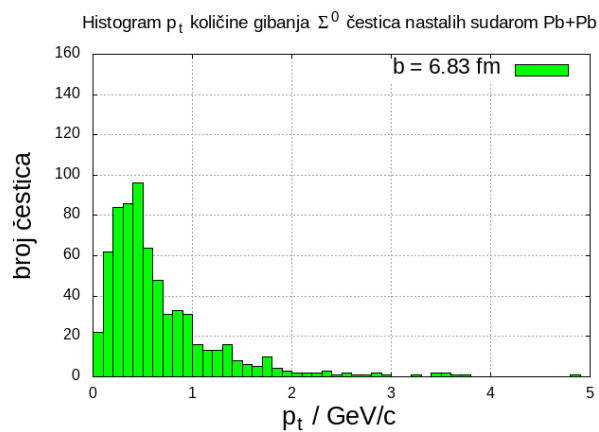




(a)



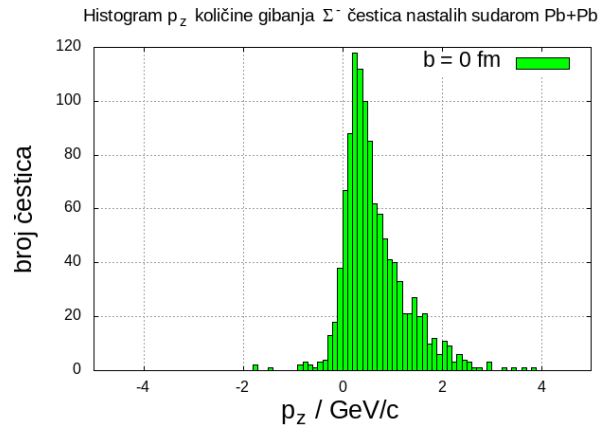
(b)



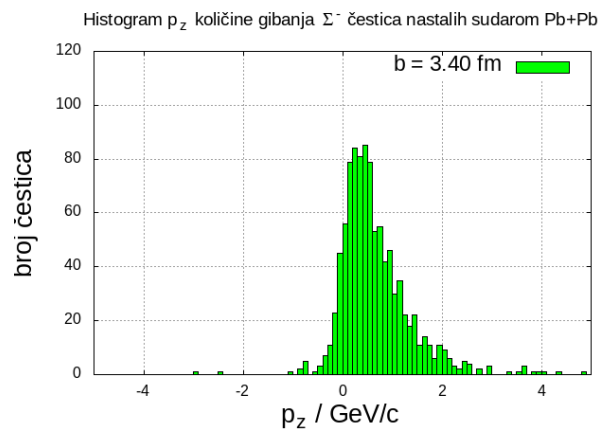
(c)

**Slika 41:** Histogram  $p_t$  količina gibanja  $\Sigma^0$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$ ,  $b = 6.83 \text{ fm}$  (c).

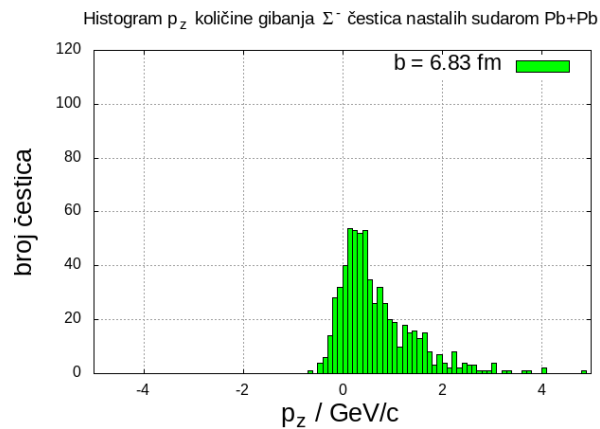
Histogrami  $p_z$  količina gibanja za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice prikazani su redom na slikama 42, 43 i 44.



(a)

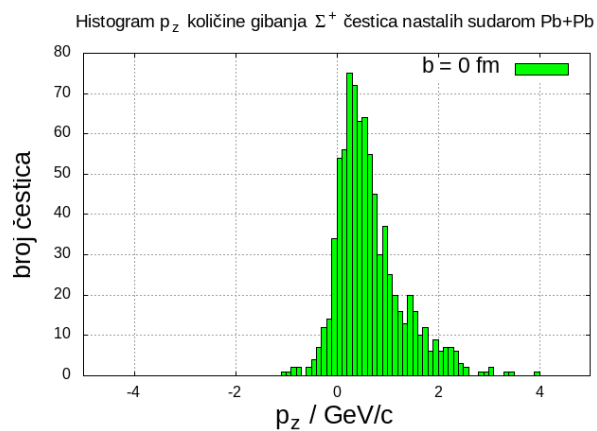


(b)

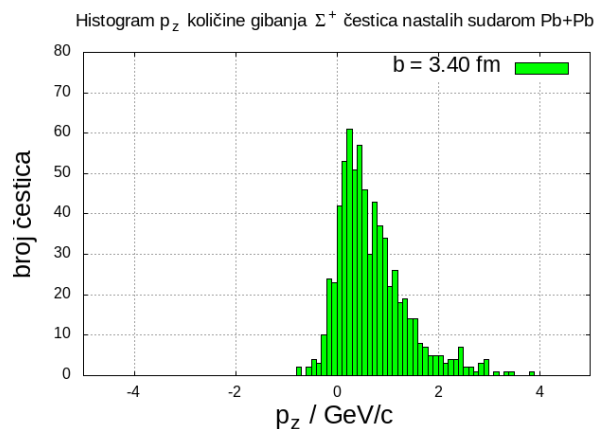


(c)

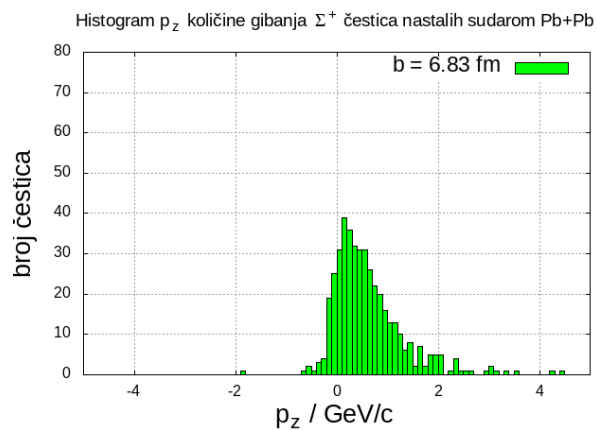
**Slika 42:** Histogram  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b) i  $b = 6.8 \text{ fm}$  (c).



(a)

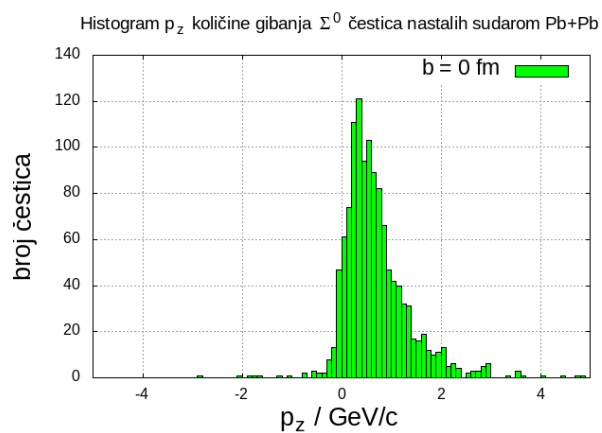


(b)

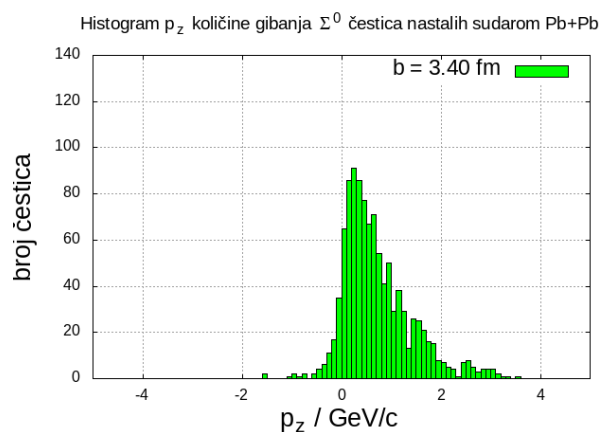


(c)

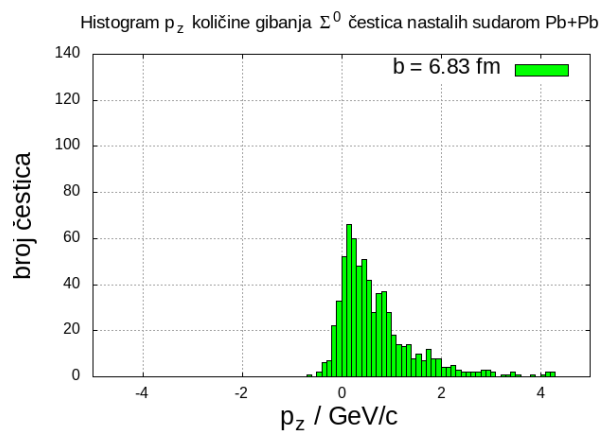
**Slika 43:** Histogram  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^+$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b) i  $b = 6.8 \text{ fm}$  (c).



(a)



(b)



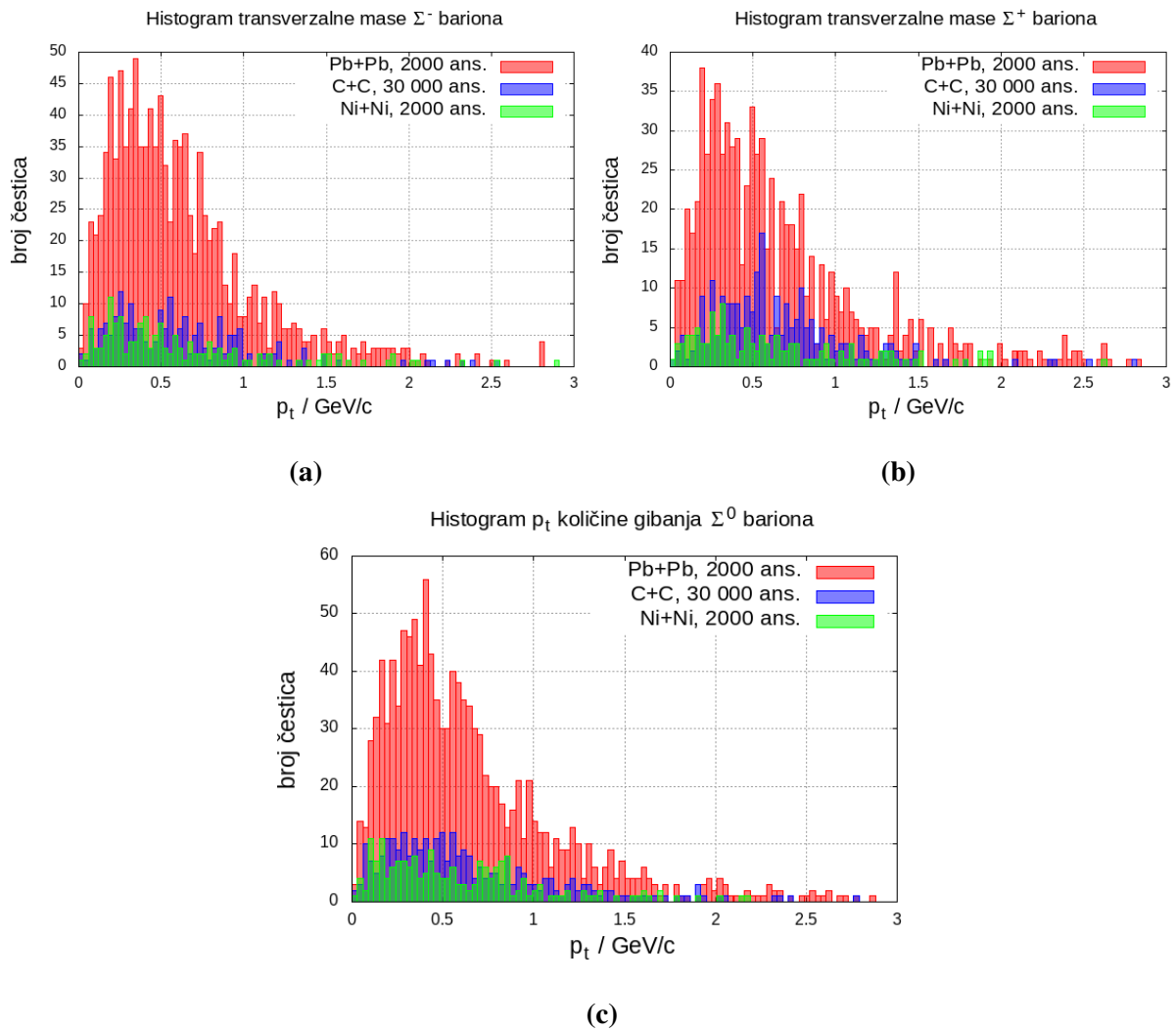
(c)

**Slika 44:** Histogram  $p_z$  količine gibanja  $\Sigma^0$  čestica za  $b = 0 \text{ fm}$  (a),  $b = 3.4 \text{ fm}$  (b) i  $b = 6.8 \text{ fm}$  (c).

## 6.7 Usporedba fizikalnih veličina iz sve tri reakcije

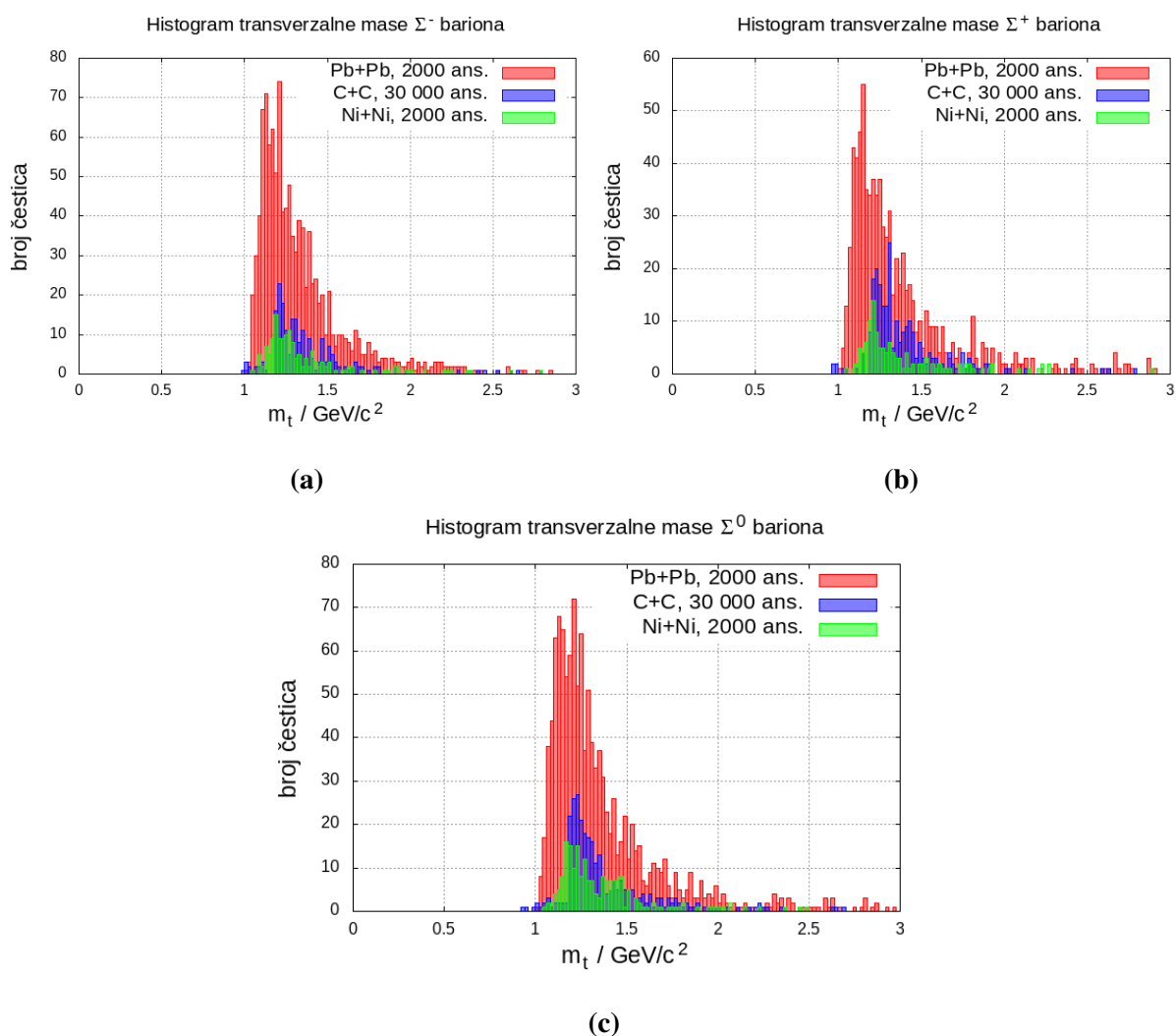
U ovom potpoglavlju, kao završnom dijelu analize, će se usporediti svojstva transverzalne količine gibanja, transverzalne mase i rapiditeta u različitim reakcijama.

Histogrami transverzalne količine gibanja svih  $\Sigma$  čestica za sve reakcije prikazani su na slici 45. Histogrami svih  $\Sigma$  čestica imaju maksimum za transverzalnu količinu gibanja od približno 0.5 GeV/c. Glavna razlika među reakcijama se očituje u broju nastalih čestica i kvaliteti statistike.



**Slika 45:** Histogrami transverzalne količine gibanja  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c) za sve tri reakcije. Svi histogrami imaju maksimum pri transverzalnoj količini gibanja od približno 0.5 GeV/c.

Histogrami transverzalne mase svih  $\Sigma$  čestica za sve reakcije prikazani su na slici 46. Histogrami svih  $\Sigma$  čestica imaju maksimum za transverzalnu masu od približno  $1.3 \text{ GeV}/c^2$ , što je približno jednako običnoj masi  $\Sigma$  čestica. Rezultati dobivaju smisao kad ih usporedimo sa histogramima transverzalne količine gibanja i samom definicijom transverzalne mase. Prema jednadžbi (3.7), transverzalna masa se definira kao  $m_T^2 = m_0^2 + p_T^2$ . Pošto je  $m_0$  praktički konstanta povezana sa vrstom čestice, transverzalna masa je određena sa transverzalnom količinom gibanja  $p_T$ . Histogrami svih transverzalnih količina gibanja imaju maksimum oko  $p_T = 0.5 \text{ GeV}/c$ , pa bi histogram transverzalne mase trebao imati maksimum za isti  $p_T$ . Uzmemo li da masa  $\Sigma$  čestice iznosi  $1.19 \text{ GeV}/c^2$ , dobijemo da bi histogram transverzalne mase trebao imati maksimum za  $m_T \approx 1.3 \text{ GeV}/c^2$ . To se podudara s dobivenim rezultatima.

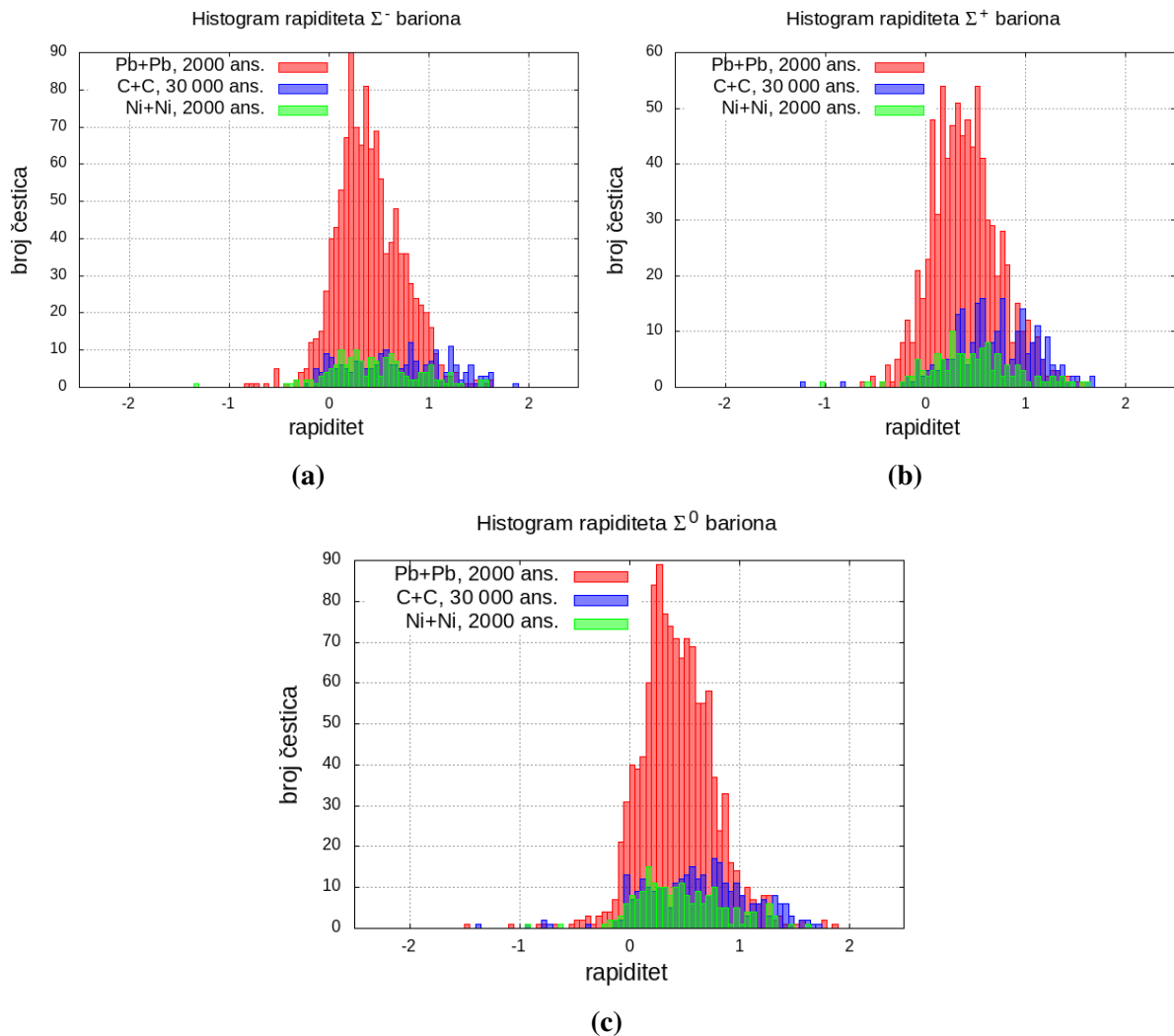


**Slika 46:** Histogrami transverzalne mase  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c) za sve tri reakcije. Svi histogrami imaju maksimume pri transverzalnoj masi od približno  $1.3 \text{ GeV}/c^2$ .

Histogrami rapiditeta svih  $\Sigma$  čestica za sve reakcije prikazani su na slici 47. Glavna razlika se ponovno očituje u kvaliteti statistike za različite reakcije. Najveći broj čestica ima rapiditet u intervalu od 0 do 1. Kad je rapiditet približno jednak nuli, čestica se ne giba duž  $z$  osi tj.  $p_z \approx 0$ . Ako je rapiditet, primjerice, jednak 0.25, prema jednadžbi (3.8) vrijedi:

$$\frac{E + p_z}{E - p_z} \approx 1.6. \quad (6.1)$$

Iz jednadžbe (6.1) se lako dobije da je  $p_z \approx 0.25 E$ . Ako je, primjerice, rapiditet jednak 1, vrijedi  $p_z \approx 0.75 E$ . Ovaj izračun će se iskoristiti u daljnjem razmatranju, kad se budu promatrali 2D histogrami transverzalne količine gibanja i rapiditeta.



**Slika 47:** Histogrami rapiditeta  $\Sigma^-$  čestica (a),  $\Sigma^+$  čestica (b) i  $\Sigma^0$  čestica (c) za sve tri reakcije. Najveći broj čestica ima vrijednost rapiditeta između 0 i 1.

Rapiditet i transverzalna količina gibanja se često promatraju zajedno, u obliku 2D histograma. 2D histogrami, kojima se na osi apscisa nalazi rapiditet, a na ordinatnoj osi transverzalna količina gibanja, prikazani su za  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^+$  i  $\Sigma^0$  čestice redom na slikama 48, 49, 50.

Na slikama se vidi da najveći broj čestica ima rapiditet u intervalu od 0 do 0.5, a transverzalnu količinu gibanja od 0.25 do 0.75 GeV/c. To se najbolje može uočiti za slučaj sudara jezgri olova, gdje nastane najveći broj čestica, pa je i statistika najkvalitetnija.

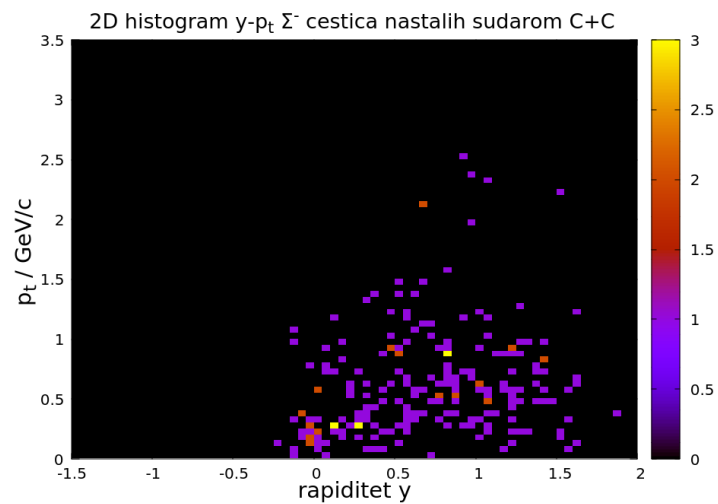
Neka, primjerice, za neku  $\Sigma$  česticu, vrijedi  $p_t = 0.25$  GeV/c i  $y = 0.25$ . Za ukupnu energiju čestice vrijedi jednadžba  $E^2 = m_0^2 + p_t^2 + p_z^2$ . Ako je  $y = 0.25$ , tada je, prema ranijem izračunu,  $p_z \approx 0.25 E$  pa vrijedi:

$$\frac{p_z}{\sqrt{m_0^2 + p_t^2 + p_z^2}} \approx \frac{1}{4}. \quad (6.2)$$

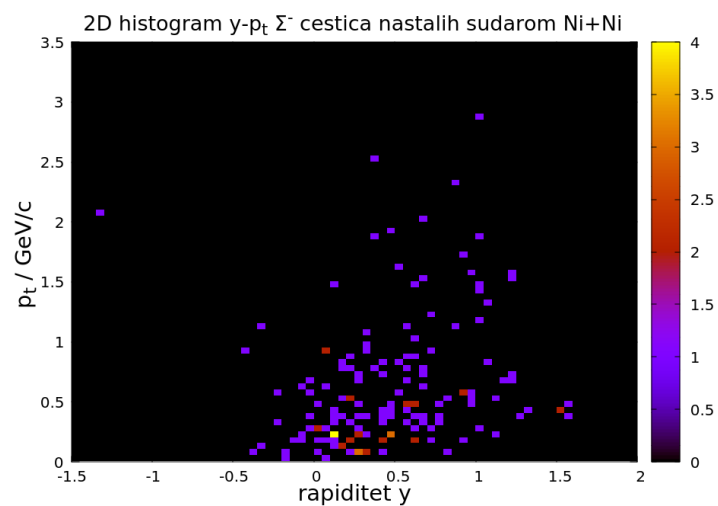
Može se uzeti da je masa mirovanja  $\Sigma$  čestice približno jednaka  $m_0 \approx 1$  GeV/c<sup>2</sup>. Uvrštavajući pretpostavljene vrijednosti za  $m_0$  i  $p_t$  u jednadžbu (6.2), dobije se da vrijedi  $p_z \approx 0.25$  GeV/c. Dakle, za tipičnu česticu iz najgušće naseljenog područja faznog prostora vrijedi  $p_t \approx 0.25$  GeV/c i  $p_z \approx 0.25$  GeV/c. Prema jednadžbi  $E^2 = m_0^2 + p_t^2 + p_z^2$ , zaključujemo da većinski doprinos ukupnoj energiji čestice čini energija mirovanja. Stoga se čestice iz tog dijela faznog prostora gibaju brzinama puno manjim od brzine svjetlosti.

Ako je, primjerice,  $y = 1$  i  $p_t = 1$  GeV/c, dobije se da je  $p_z \approx 1.6$  GeV/c. Ukupna energija je, u tom slučaju, približno 2 puta veća od energije mirovanja. Takve čestice se gibaju brzinom od približno 0.9 c.

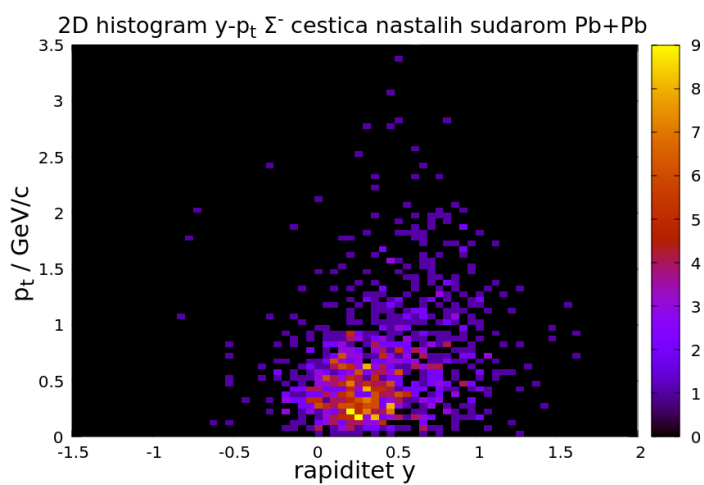




(a)

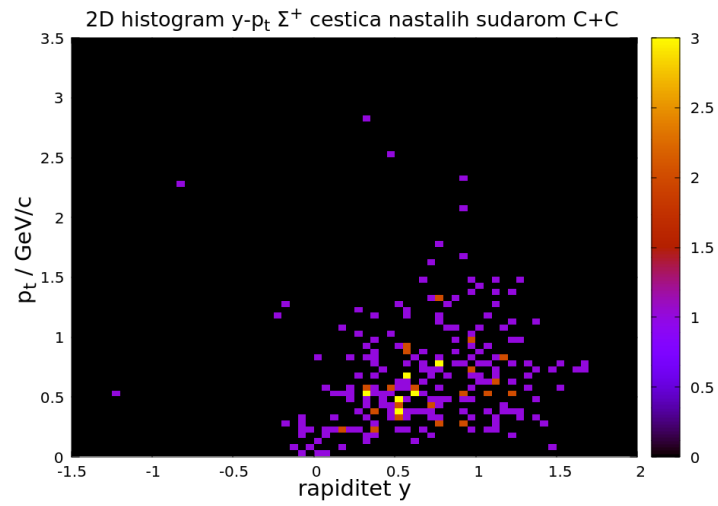


(b)

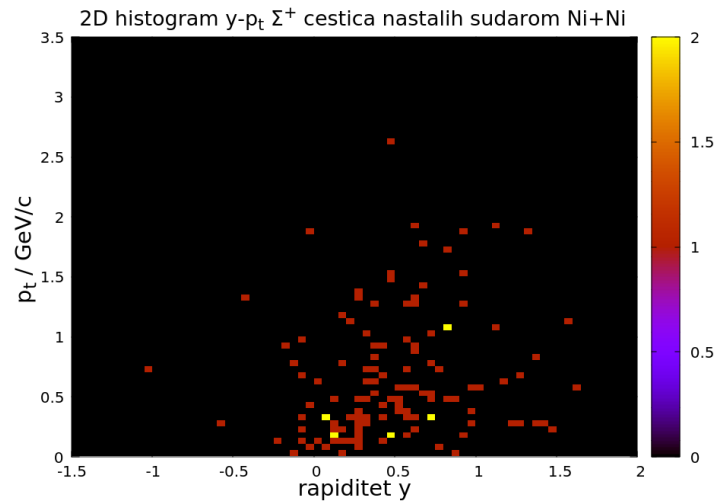


(c)

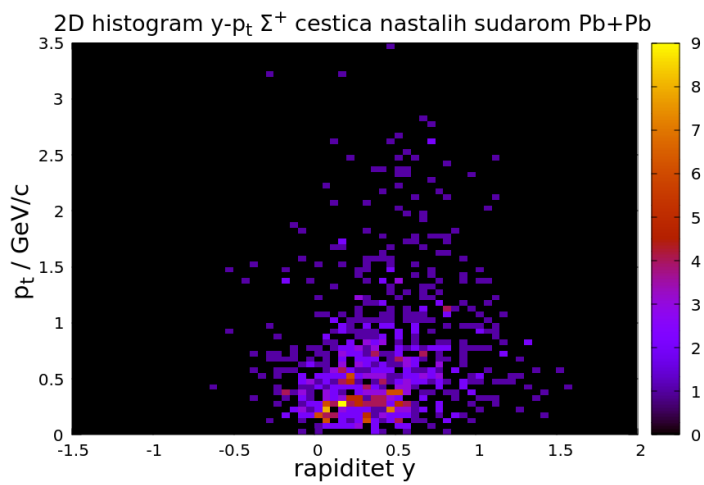
**Slika 48:** 2D histogrami rapiditeta i transverzalne količine gibanja za  $\Sigma^-$  čestice nastale sudarom C+C (a), Ni+Ni (b) i Pb+Pb (c).



(a)

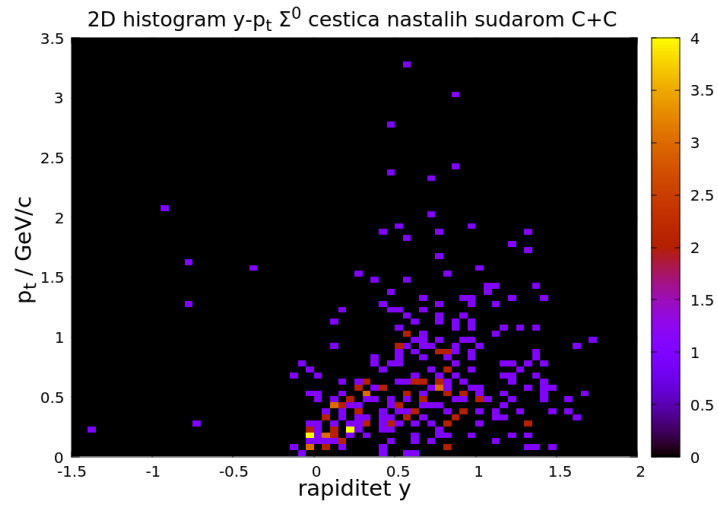


(b)

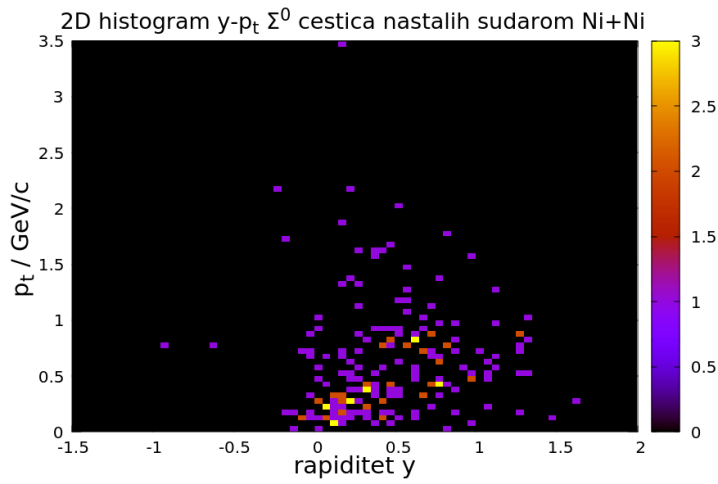


(c)

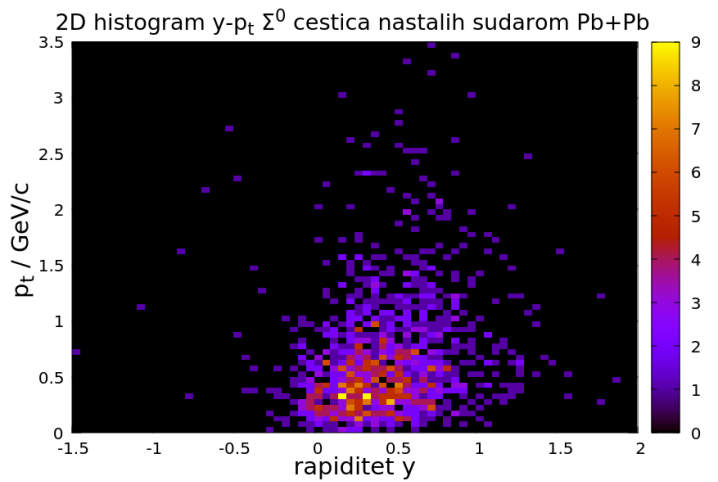
**Slika 49:** 2D histogrami rapiditeta i transverzalne količine gibanja za  $\Sigma^+$  čestice nastale sudarom C+C (a), Ni+Ni (b) i Pb+Pb (c).



(a)



(b)



(c)

**Slika 50:** 2D histogrami rapiditeta i transverzalne količine gibanja za  $\Sigma^0$  čestice nastale sudarom C+C (a), Ni+Ni (b) i Pb+Pb (c).

## 7 Zaključak

Korištenjem GiBUU modela ispitana su svojstva  $\Sigma$  čestica nastalih u centralnim sudarima istovrsnih jezgri ugljika  $^{12}_6\text{C}$ , nikla  $^{59}_{28}\text{Ni}$  i olova  $^{208}_{82}\text{Pb}$ , pri energijama projektila od 2 i 5 GeV po nukleonu, mjereno iz laboratorijskog sustava. Ustanovljeno je da sudarima na 2 GeV nastaje premalo  $\Sigma$  čestica da bi se napravila kvalitetna analiza. Simulacijom sudara na 5 GeV utvrđeno je da nema značajne razlike među svojstvima  $\Sigma^-$ ,  $\Sigma^0$  i  $\Sigma^+$  čestica. Sve tri podvrste  $\Sigma$  čestice, gledane kao cjelina, imaju ista svojstva vezana uz položaje i količinu gibanja. Razlika je prisutna jedino u broju  $\Sigma$  čestica pojedine vrste, pri čemu  $\Sigma^0$  dominira u sve tri reakcije. Primjerice, u sudaru jezgri olova na 5 GeV, unutar 2000 ansamblova, nastane 1218  $\Sigma^0$  čestica, naspram 1123  $\Sigma^-$  i 815  $\Sigma^+$  čestica. Isti poredak se dobije i u sudaru jezgri nikla na 5 GeV, gdje se dobije 198  $\Sigma^0$ , 154  $\Sigma^-$  i 126  $\Sigma^+$  čestica unutar 2000 ansamblova. Međutim, u sudaru jezgri ugljika na 5 GeV se, unutar 30 000 ansamblova, dobije 305  $\Sigma^0$ , 212  $\Sigma^-$  i 241  $\Sigma^+$  čestica. Dakle, u sudaru jezgri ugljika, broj  $\Sigma^+$  čestica je veći od broja  $\Sigma^-$  čestica, dok u preostale dvije reakcije vrijedi obrnuto.

Osim broja pojedinih čestica te njihovih položaja i količina gibanja, ispitano je i kako promjena duljine trajanja simulacije utječe na položaje i količine gibanja čestica. To je ispitano za slučaj sudara jezgri nikla na 5 GeV. Ustanovljeno je da se svojstva vezana uz količinu gibanja ne mijenjaju. S druge strane, položaji čestica se mijenjaju. Graf koordinata čestica u  $xy$  ravnini pokazuje da su čestice raspršenije oko ishodišta ako simulacija traje duže. Primjerice, ako je ukupno vrijeme trajanja simulacije jednako 10 fm/c, sve čestice se nalaze unutar kruga radijusa 5 fm oko ishodišta, a ako simulacija traje 20 fm/c, čestice su raspršene unutar kruga radijusa 10 fm oko ishodišta. Promjene su vidljive i na histogramima  $z$  koordinata čestica. Ako simulacija traje 10 fm/c, čestice uglavnom imaju  $z$  koordinate unutar intervala od 0 do 10 fm. Ako simulacija traje dva puta dulje,  $z$  koordinate su raspršene unutar intervala od 0 do 20 fm.

Simulacijom sudara jezgri olova je ispitano i kako vrijednost parametra sudara utječe na odabrana svojstva  $\Sigma$  čestica. Razlika je uočljiva jedino u broju nastalih čestica. Naime, ako je vrijednost parametra sudara relativno mala, najveći dio nukleona iz obje jezgre sudjeluje u sudaru i time stvara nove čestice. Što je vrijednost parametra sudara veća, veći dio nukleona izbjegne sudar, čime je smanjen broj sekundarnih čestica. Tako, centralnim sudarom jezgri olova na 5 GeV, nastane oko 3100  $\Sigma$  čestica, a kad vrijednost parametra sudara iznosi 3.4 fm i 6.83 fm, dobije se redom približno 2700 i 1700  $\Sigma$  čestica.

Analiza napravljena u ovom radu može se, primjerice, proširiti na sudare pri većim energijama. Moguće je i dobivene čestice, zajedno s njihovim svojstvima, iskoristiti kao ulazne podatke pri simulaciji detektora. Također, može se i napraviti usporedba s eksperimentalnim podacima.

## 8 Literatura

- [1] ALICE, URL: <https://home.cern/science/experiments/alice> (26.8.2019.)
- [2] O. Linnyk, E. L. Bratkovskaya, W. Cassing, *Open and hidden charm in proton-nucleus and heavy-ion collisions*, 2018.
- [3] Mark G. Alford, Andreas Schmitt, Krishna Rajagopa, Thomas Schafer, *Color superconductivity in dense quark matter*, 2008.
- [4] Raghunath Sahoo, *Relativistic Kinematics*, Indian Institute of Technology Indore, 2016.
- [5] Janus Weil, *The GiBUU Transport Tutorial (Part 1)*, FIAS Frankfurt, veljača 2014., URL: <https://gibuu.hepforge.org/trac/chrome/site/tutorial/part1.pdf> (17.8.2019.)
- [6] Ivana Weber, *Istraživanje stvaranja lambda čestica u nuklearnom mediju pionski induciranim reakcijama pri 1.15 GeV/c*, Zagreb, 2016.
- [7] E. Daw *Lecture 7-Rapidity and Pseudorapidity*, ožujak 2012., URL: [http://www.hep.shef.ac.uk/edaw/PHY206/Site/2012\\_course\\_files/phy206rlec7.pdf](http://www.hep.shef.ac.uk/edaw/PHY206/Site/2012_course_files/phy206rlec7.pdf) (17.8.2019.)
- [8] Mila Miletić, *Produkcija i svojstva čestice Lambda u centralnim Au+Au sudarima*, Split, 2015.
- [9] The Sigma Baryon, URL: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Particles/sigma.html> (17.8.2019.)
- [10] Lecture 6 Isospin, URL: [https://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/ref2\\_0.pdf](https://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/ref2_0.pdf) (17.8.2019.)
- [11] Particle Data Group, Sigma Baryon, URL: <http://pdg.lbl.gov/2019/listings/rpp2019-list-sigma-plus.pdf> (17.8.2019.)
- [12] Particle Data Group, Sigma Baryon, URL: <http://pdg.lbl.gov/2019/listings/rpp2019-list-sigma-minus.pdf> (17.8.2019.)
- [13] Particle Data Group, Sigma Baryon, URL: <http://pdg.lbl.gov/2019/listings/rpp2019-list-sigma-zero.pdf> (17.8.2019.)
- [14] R. Bertini, O. Bing, P. Birien, *Hypernuclei with Sigma particles*, CERN, studeni 1979.
- [15] Sigma hypernuclei, CERN, URL: <http://cds.cern.ch/record/1730496/files/vol19-issue9-p405-e.pdf> (15.9.2019.)
- [16] J. Dabrowski, *Sigma hypernuclei and their lifetimes*

- [17] Hypernucleus, URL: <https://phys.org/news/2012-02-physicists-evidence-rare-hypernucleus-component.html> (15.9.2019.)
- [18] Strangeness, URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Strangeness> (17.8.2019.)
- [19] Baryon number, URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Baryon\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Baryon_number) (17.8.2019.)
- [20] O. Buss, T. Gaitanos, K. Gallmeister, H. van Hees, M. Kaskulov, O. Lalakulich, A.B. Larionov, T. Leitner, J. Weil, U. Mosel, *Transport-theoretical Description of Nuclear Reactions*, 2012.