

# Simulacija zvučnih valova unutar akustične gitare

---

**Skočić, Sandro**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2023**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Science / Sveučilište u Splitu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:166:375730>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-04**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Science](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno-matematički fakultet

**Simulacija zvučnih valova unutar akustične  
gitare**

Završni rad

Sandro Skočić

Split, Rujan 2023.

## Temeljna dokumentacijska kartica

Sveučilište u Splitu  
Prirodoslovno–matematički fakultet  
Odjel za fiziku  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Hrvatska

Završni rad

### Simulacija zvučnih valova unutar akustične gitare

Sandro Skočić

Sveučilišni prijediplomski studij Fizika

#### Sažetak:

Proučavanje valova temeljno je za razumijevanje velikog spektra prirodnih pojava, od mrežkanja na površini jezera do vibracija glazbenih instrumenata te elektromagnetskih valova koji se šire svemirom. Svi ovi valovi se opisuju jednom jednadžbom, ako riješimo jedan od problema možemo primjetiti tehnike rješavanja ne druge probleme. Podatke radimo sami, tj. određenim bojama označimo piksele koje želimo da budu rubni ili početni uvjeti. Program rješava 2d valnu jednadžbu što znači da zanemarujemo silu otpora i pretpostavljamo da val ne može transmitirati kroz granicu. Rješenja se ponašaju kao valovi i pokazuju sva svojstva koja imaju valovi.

**Ključne riječi:** Valna jednadžba, Zvučni valovi, Simulacija zvučnih valova unutar akustične gitare, Akustična gitara

**Rad sadrži:** 15 stranica, 9 slika, 0 tablica, 12 literaturnih navoda. Izvornik je na hrvatskom jeziku.

**Mentor:** doc. dr. sc. Toni Šćulac,

**Ocjenjivači:** doc. dr. sc. Toni Šćulac,  
izv. prof. dr. sc. Petar Stipanović,  
Andro Petković, mag. phys.

**Rad prihvaćen:** 25 .9. 2023.

Rad je pohranjen u Knjižnici Prirodoslovno–matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Splitu.

<b>Basic documentation card</b>
---------------------------------

University of Split  
Faculty of Science  
Department of Physics  
Ruđera Boškovića 33, 21000 Split, Croatia

Bachelor thesis

**Simulation of sound waves in acoustic guitar**

Sandro Skočić

University undergraduate study Physics

**Abstract:**

The study of waves is fundamental to understanding a wide range of natural phenomena, from ripples on the surface of lakes to the vibrations of musical instruments and electromagnetic waves that spread through space. If we solve one of the problems, we can apply the techniques for solving other problems. We create the data ourselves, i.e. we color code the pixels that we want to be the boundary or initial conditions. The program solves the 2D wave equation, which means that we ignore the drag force and assume that the wave cannot transmit through the boundary. The solutions behave like waves and exhibit all the properties that waves have.

**Keywords:** Wave equation, sound waves, simulation of sound waves inside an acoustic guitar, acoustic guitar

**Thesis consists of:** 15 pages, 9 figures, 0 tables, 12 references. Original language: Croatian.

**Supervisor:** Assist. Prof. Dr. Toni Šćulac

**Reviewers:** Assist. Prof. Dr. Toni Šćulac,  
Asoc. Prof. Dr. Petar Stipanović,  
Andro Petković, MSc. Phys.

**Thesis accepted:** September 24, 2023

Thesis is deposited in the library of the Faculty of Science, University of Split.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Općenito o valnoj jednažbi	1
1.2	Svojstva valova	2
1.2.1	Refleksija	2
1.2.2	Refrakcija	2
1.2.3	Interferencija	3
1.2.4	Stojni valovi i difrakcija	4
<b>2</b>	<b>Smjernice</b>	<b>4</b>
2.1	Djelovi gitare	4
2.2	Princip rada akustične gitare	5
2.3	Numeričko rješenje valne jednažbe	6
2.4	Numerička analiza, metoda konačnih razlika	6
2.5	Početni i rubni uvjeti	8
2.6	Simulacija akustične gitare	11
2.7	Prikaz rješenja	11
<b>3</b>	<b>Zaključak</b>	<b>13</b>

# 1 Uvod

## 1.1 Općenito o valnoj jednadžbi

Val je poremećaj koji se širi prostorom, on prenosi energiju sa svog izvora na neku drugu lokaciju. Jednadžba koja opisuje valove se naziva valna jednadžba, ona je parcijalna diferencijalna jednadžba drugog reda i ona glasi:

$$\frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 u(x, y, z, t), \quad (1.1)$$

$v$  je brzina vala u sredstvu dok je  $u$  neka fizikalna veličina, npr za elektromagnetske valove  $u$  može predstavljati električno ili magnetsko polje. Valovi mogu biti transverzalni ili longitudinalni, transverzalni valovi titraju u smjeru okomito na smjer širenja dok longitudinalni titraju u smjeru širenja. Rješenje valne jednadžbe nam daje valnu funkciju  $u$ , ako promatramo 1D valnu jednadžbu laplasijan postaje:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (1.2)$$

Rješenje valne jednadžbe generalno možemo napisati u obliku:

$$u(x, t) = A \cos(kz - \omega t + \delta) \quad (1.3)$$

$A$  nazivamo amplituda vala dok argument kosinusa nazivamo faza vala. Ako  $u$  predstavlja val koji se giba na žici  $A$  predstavlja maksimalan pomak od ravnotežnog položaja,  $k$  je valni broj,  $\omega$  je kutna frekvencija, a  $\delta$  je fazna konstanta.  $k$  i  $\omega$  se definiraju:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.4)$$

$\lambda$  se naziva valna duljina ona nam govori nakon koje udaljenosti se val ponavlja. Kutna frekvencija  $\omega$  definira:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.5)$$

$T$  nazivamo period, period je vrijeme potrebno da dva trbuha<sup>1</sup> prođu kroz specifičnu točku.

Valna jednadžba generalno govori kako akceleracija valne funkcije  $u(x,y,z,t)$  ovisi o laplasijanu, uz to ona i opisuje sva bitna svojstva koja imaju valovi. Svojstva valova su refleksija, refrakcija, interferencija i difrakcija. Valna jednadžba ima mnoge primjene u raznim poljima fizike i inženjerstva, neka od polja su akustika, elektrodinamika, optika, dinamika fluida.

---

<sup>1</sup>dva trbuha su jednaka jednoj valnoj duljini

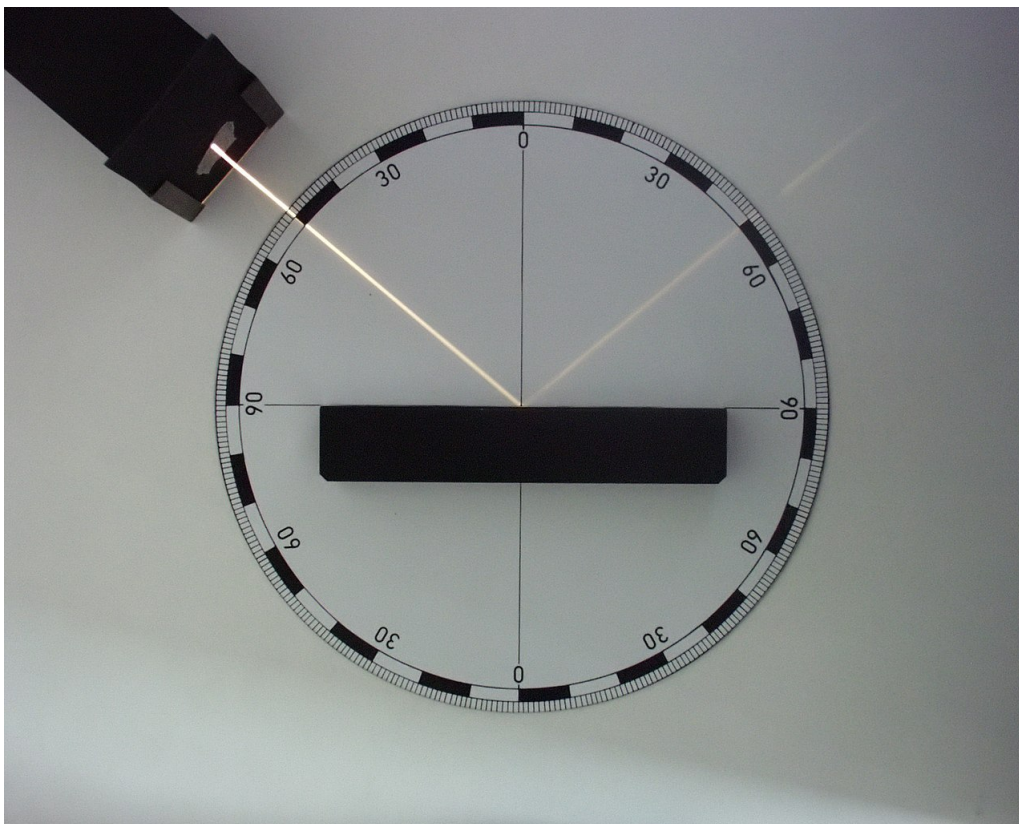
## 1.2 Svojstva valova

### 1.2.1 Refleksija

Refleksija vala se definira kao promjena smjera širenja vala pri pokušaju prolaza kroz drugi mediji, matematički se može zapisati kao:

$$\theta_i = \theta_r. \quad (1.6)$$

$\theta_i$  je kut pod kojim upada val u odnosu na normalu površine, a  $\theta_r$  je kut pod kojim se val reflektira mjeren od normale. Zakon refleksije je najlakše prikazati sa svjetlom kao što je prikazano na Slici 1 .



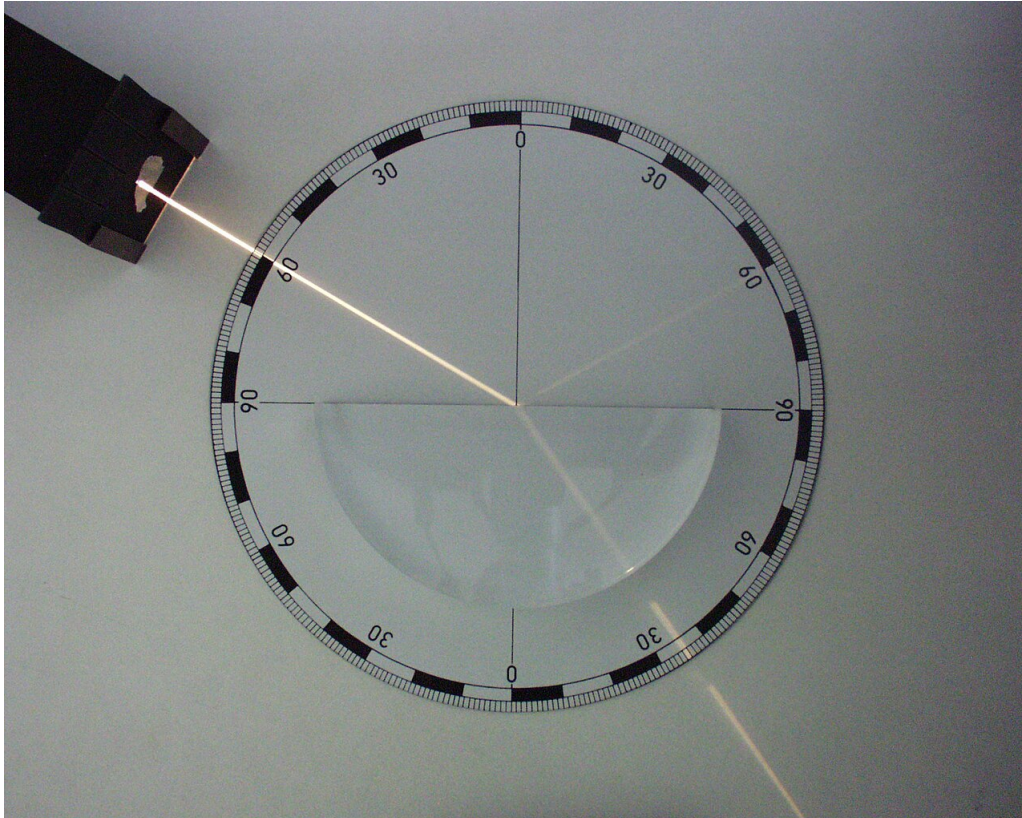
**Slika 1:** Prikazuje zakon refleksije na primjeru svjetlosti koja je elektromagnetski val. Zraka upada pod kutem od  $50^\circ$  u odnosu na normalu, kut reflektirane zrake je jednak  $50^\circ$  u odnosu na normalu. [1]

### 1.2.2 Refrakcija

Refrakcija je promjena smjera širenja vala pri prolasku kroz drugi medij, uzrok refrakcije su različite brzine valova unutar medija, Snellov zakon opisuje refrakciju:

$$v_r \sin(\theta_i) = v_i \sin(\theta_r), \quad (1.7)$$

v su brzine valova u medijima, kutevi imaju istu definiciju kao i u zakonu refleksije samo što se  $\theta_r$  zove kut refrakcije. Refrakcija se lako vidi na Slici 2.

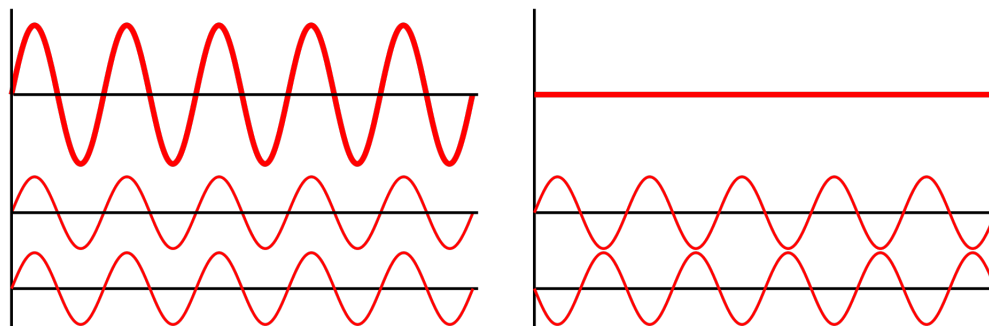


**Slika 2:** Prikazuje zakon refrakcije, vidi se da transmitirani val ima različit kut od kuta upada. [2]

### 1.2.3 Interferencija

Interferencija se javlja kada se susretnu dva različita vala s valnim funkcijama  $u_1(\vec{r}, t)$  i  $u_2(\vec{r}, t)$ , kada se susretnu mi vidimo dva vala kao jedan val čija je valna funkcija  $u_1(\vec{r}, t) + u_2(\vec{r}, t)$ . neke od posljedice interferencija valova su stojni valovi, konstruktivna i destruktivna interferencija. Ako imamo dvije valne funkcije  $u_1(\vec{r}, t)$  i  $u_2(\vec{r}, t)$ , konstruktivna interferencija se događa u točki prostora ako  $|u_1(\vec{r}, t) + u_2(\vec{r}, t)| = |u_1(\vec{r}, t)| + |u_2(\vec{r}, t)|$ , a destruktivna interferencija se događa u točki u prostoru ako  $|u_1(\vec{r}, t) + u_2(\vec{r}, t)| < |u_1(\vec{r}, t)| + |u_2(\vec{r}, t)|$ . Interferencija se najlakše pokaže na primjeru dva vala koji putuju jedan prema drugom, Slika 3 prikazuje upravo taj slučaj.

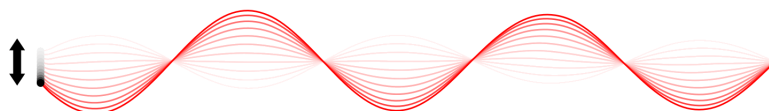




**Slika 3:** Prikazuje ekstreman slučaj konstruktivne interferencije (lijevo) i destruktivne interferencije (desno). Valovi koji konstruktivno interferiraju su identični, imaju istu fazu i amplitudu dok valovi koji destruktivno interferiraju imaju istu amplitudu i fazno su pomaknuti za  $180^\circ$ . [3]

### 1.2.4 Stojni valovi i difrakcija

Stoji valovi su karakteristični jer njihova amplituda ne putuje prostorom, ona stoji mirno u jednoj točki i oscilira oko ravnotežnog položaja, ovo se lako može vidjeti na Slici 4. Stojni val se dobije kada se zbroje dva vala jednakih amplituda i valnih duljina koji putuju jedan prema drugome istim brzinama.



**Slika 4:** Prikazuje stojne valove i nekoliko njihovih putanja kako se mijenjaju u vremenu. Vidimo kako se amplitude i čvorovi uvijek nalaze na istom mjestu. [4]

Difrakcija je zakrivljenje vane putanje koje se javlja pri širenju vala blizu ruba od prepreke.

## 2 Smjernice

### 2.1 Djelovi gitare

Gitara je žičani instrument. Gitare generalno možemo podijeliti u dvije skupine: akustične i električne. Dijelimo ih u ove dvije skupine ovisno on načinu kako proizvode zvuk. Fokusirat ćemo se na akustičnu gitaru koja je prikazana na slici 5.



Slika 5: prikazuje dijelove gitare. Lijevo je akustična gitara, a desno je električna gitara.

## 2.2 Princip rada akustične gitare

Akustične gitare obično imaju šest žica, iako postoje varijacije s više ili manje žica. Žice mogu biti napravljene od raznih materijala, od raznih legura poput čelika pa sve do najlona. Gitare koje imaju metalne žice nazivamo akustične gitare dok gitare koje imaju najlonske žice nazivamo klasične gitare.

Žice su učvršćene na mostu i mehanikama, mehanike su pokretne, njima kontroliramo napetost žice što određuje notu, tj. frekvenciju kojom žica titra. Standardno štimanje zahtjeva da žice budu uštimate na note redom od najdeblje pa do najtanje: E2 A2 D3 G3 B3 E4.<sup>2</sup>

Pritiskom na notu mi zapravo smanjujemo duljinu žice na kojoj ona može vibrirati i time povećavamo frekvenciju note, općenito žice su različitih polumjera što znači da se note na

---

<sup>2</sup>Broj nakon note označava oktavu, npr. A2 ima frekvenciju 110 Hertza, A3 ima frekvenciju 220 Hertza, E2 ima frekvenciju 82 Hertza itd.

određenim dijelovima vrata ponavljaju.<sup>3</sup>

Gornja ploha tijela, poznata kao zvučna ploča je tanki drveni komad izrađen od materijala poput cedra ili mahagonija, on djeluje kao vibrirajuća dijafragma koja pojačava zvuk kojeg proizvode žice. Oblik i konstrukcija zvučne ploče značajno utječu na ton i rezonanciju gitare. Cijelo tijelo gitare stvara rezonantnu komoru. Kada val uđe u rezonantnoj komori on se reflektira od zidove i nastaju stoji valovi koji daju glasnoću akustičnoj gitari.

Kada zvučna ploča vibrira ona uzrokuje pomicanje zraka unutar tjelesne šupljine, dodatno pojačavajući glasnoću zvuka. Bubanj omogućuje zvuku iz rezonantne komore da pobjegne van. Kombinacija vibrirajućih žica, zvučne ploče i tjelesne šupljine proizvodi bogat i rezonantan ton. Oblik, veličina i drvo korišteno u konstrukciji gitare utječu na kvalitetu zvuka.

### **2.3 Numeričko rješenje valne jednadžbe**

Zbog velikog utjecaja zvučne ploče na zvuk mi ćemo simulirati ponašanje valova unutar zvučne ploče. Pretpostavit ćemo da je izvor vala most gitare koji se nalazi na zvučnoj ploči, valovi se šire kroz zvučnu ploču dok god ne dođu do ruba za kojeg pretpostavljamo da je učvršćen, tj. amplituda vala je uvijek nula.

### **2.4 Numerička analiza, metoda konačnih razlika**

Metoda konačnih razlika je numerička metoda koja se koristi za rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednadžbi ili skraćeno PDJ, one opisuju kako se fizikalne veličine mijenjaju u prostoru i vremenu.

Ove jednadžbe ne možemo uvijek riješiti analitički, postoji malen broj slučajeva gdje je to moguće. U svim slučajevima koji su rješivi imamo nekakvu simetriju koja bitno pojednostavljuje problem. U gotovo svim realnim situacijama koristimo numeričku analizu za dobivanje rješenja.

Metoda konačnih koraka uzima kontinuirani prostor i vrijeme te ih diskretizira, tj. dijeli ih u male korake ili rešetke. Umjesto rješavanja jednadžbe u svakoj točki u prostoru i vremenu mi je rješavamo u svakoj rešetci. Zbog diskretizacije prostora koristimo diskretne derivacije da napišemo valnu jednadžbu. Definicija diskretne derivacije je:

---

<sup>3</sup>Ako pritisnemo peto polje (druga ugravirana točka na vratu) na najdebljoj žici imat ćemo istu notu kao da udarimo drugu najdeblju žicu.

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (2.1)$$

U definiciji valne jednadžbe ne pojavljuju se prve derivacije nego se pojavljuju druge derivacije. Pri izvodu formule za drugu derivaciju iskoristit ćemo Taylorov razvoj:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2 f''(x_0)}{2!} + \frac{h^3 f'''(x_0)}{3!} + \dots \quad (2.2)$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - hf'(x_0) + \frac{h^2 f''(x_0)}{2!} - \frac{h^3 f'''(x_0)}{3!} + \dots \quad (2.3)$$

Zbrajanjem gornjih relacija dobivamo izraz za drugu derivaciju:

$$f''(x) = \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)}{h^2} + O(h^2) \quad (2.4)$$

Ako primijenimo definiciju druge derivacije na valnu jednadžbu (1.1) i uzmemo da su koraci  $dx=dy=dr$  dobivamo:

$$u(t + dt, x, y) = \left( c \frac{dt}{dr} \right)^2 \left( u(t, x + dx, y) + u(t, x - dx, y) + \right. \\ \left. u(t, x, y + dy) + u(t, x, y - dy) - 4u(t, x, y) \right) + 2u(t, x, y) - u(t - dt, x, y) \quad (2.5)$$

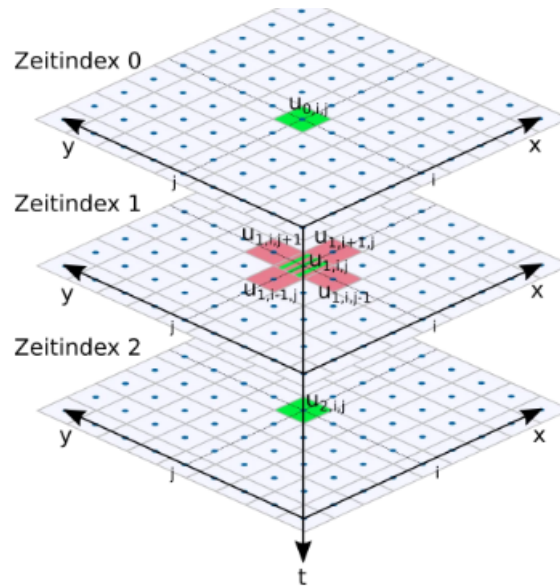
Ova jednadžba nam daje vrijednost funkcije u  $u(t+dt,x,y)$ , Vidimo da buduća vrijednost  $u(t+dt,x,y)$  ovisi o vrijednostima koje su bile u prošlim prostornim i vremenskim koracima i ovisi o pretprešlom vremenskom koraku. Detaljan izvod se nalazi na githubu [7]. Grafički prikaz jednadžbe (2.5) se nalazi na Slici 6.

Vidimo da pri prvom vremenskom koraku mi moramo koristiti vrijednost iz početnih uvjeta i trenutka prije početnih uvjeta zato prvo računamo vrijednosti prije početnih uvjeta preko relacije<sup>4</sup>:

$$u(t - dt, x, y) = \left( c \frac{dt}{dr} \right)^2 \left( u(t, x + dx, y) + u(t, x - dx, y) + \right. \\ \left. u(t, x, y + dy) + u(t, x, y - dy) - 4u(t, x, y) \right) + u(t, x, y) \quad (2.6)$$

Ako želimo koristiti metodu konačnih razlika ona mora zadovoljavati Courant Friedrichs

<sup>4</sup>Relacija je izvedena na GitHubu [7]. Relaciju (2.6) dobivamo ako pretpostavimo  $\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=t_0} = 0$  i pretpostavku uvrstimo u (2.5)



**Slika 6:** Grafički prikazuje formulu (2.5),  $x$  i  $y$  osi predstavljaju prostore koordinate dok  $t$  os prikazuje korak u vremenu. Zeitindex 2 je buduća vrijednost i vidimo da ona ovisi prošlim (Zeitindex 1) i pretprošlim (Zeitindex 0) vrijednostima. [5]

Lewy (CFL) uvjet:

$$\frac{(vdt)^2}{dx} < \frac{1}{2} \quad (2.7)$$

Kada CFL uvjet ni bi bio zadovoljen metoda konačnih kvadrata bi davala krivo rješenje, rješenja bi bila neprecizna i nestabilna i u većini slučajeva bi divergirala u beskonačnost.

## 2.5 Početni i rubni uvjeti

Sada kada znamo računati vrijednosti funkcije na našem diskretnom prostoru potrebno je odrediti početne uvjete i rubne uvjete, početni uvjeti opisuju sustav kako izgleda na početku simulacije dok rubni uvjeti govore kako se sustav ponaša na granici simulacije, postoje razni rubni mi ćemo koristiti Dirichletove jer se lako implementiraju i dobro opisuju naš problem. Dirichletovi rubni uvjeti glase da je vrijednost funkcije na granici jednaka nuli.

Zbog toga što je oblik gitare jako kompliciran i teško je napraviti matricu gdje su konstantno sve vrijednosti nula osim na gitari koristi ćemo se python bibliotekom PIL, koristimo opciju pretvaranja slike u matricu. Prije nego što pretvorimo sliku u matricu potrebno je urediti sliku, prvo ćemo obojiti cijelu pozadinu u bijelu boju, nakon toga ćemo obojiti most od gitare u crveno zatim ćemo obojiti zvučnu ploču u smeđe.

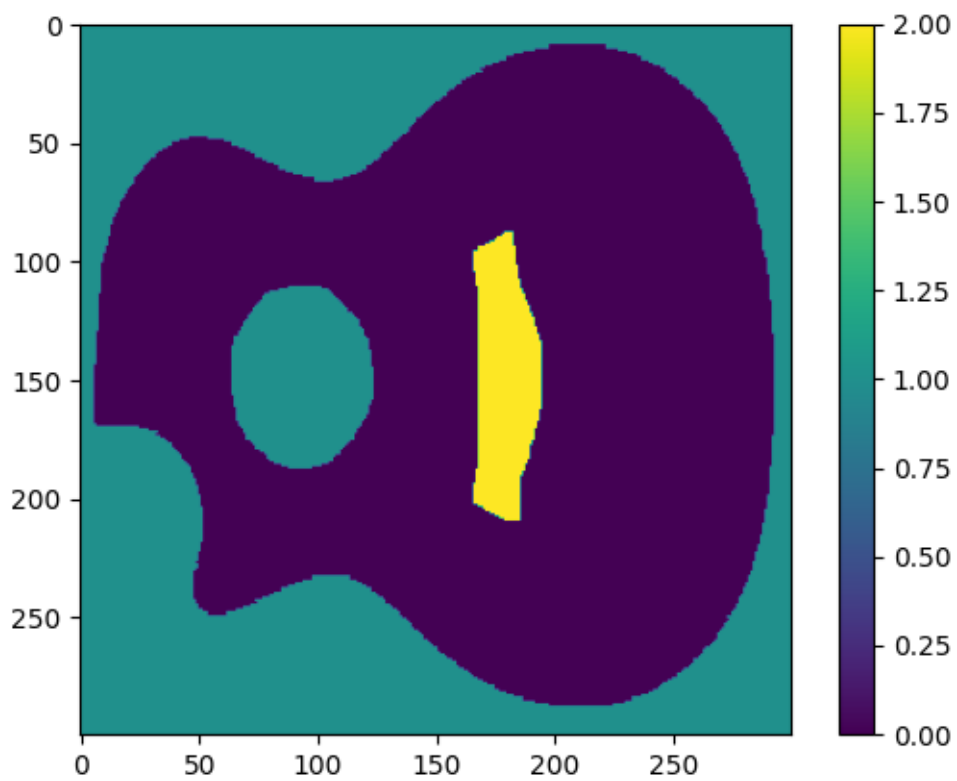


**Slika 7:** Prikazuje model gitare Taylor 324ce nakon obrade. Slika ima dimenziju (300,300). [6]

Nakon obrade pretvaramo sliku 7 u matricu, PIL biblioteka pretvara sliku dimenzija (a,b) u matricu dimenzija (a,b,3), gdje broj tri označava RGB<sup>5</sup> vrijednost svakog piksela. Znamo RGB vrijednosti naših boja i znamo poziciju piksela što znači da imamo matricu u kojoj se nalaze podatci početnih i rubnih uvjeti. U našem slučaju jedan pixel označava jednu rešetku u simulaciji. Sada pravimo novu praznu matricu i na mjestima gdje je bila smeđa boja stavljamo jedincu, a na mjestima gdje je bila crvena boja stavljamo dvicu, ovim postupkom smo učinili matricu više prihvatljivom za numeričku analizu. Slika 8 prikazuje pojednostavljenu matricu.

---

<sup>5</sup>RGB je kratica za red blue green. Svaka boja se može dobiti miješanjem crvene zelene i plave, RGB vrijednost govori u kojem omjeru se miješaju boje.



**Slika 8:** Prikazuje novu matricu u kojoj su zapisani položaji početnih i rubnih uvjeta. Tirkizna boja označava rubne uvjete, žuta označava početne uvjete, a ljubičasta predstavlja površinu po kojoj će se širiti val.[6]

Za početne uvjete uzimamo da su jednaki svugdje u žutom prostoru i da iznose 0.001.

## 2.6 Simulacija akustične gitare

Sad znamo naše rubne i početne uvjete te znamo kako se funkcija evoluira u vremenu, potrebno je još odabrati naše korake  $dr$  i  $dt$ . Koristimo (2.7). Naš model gitare je napravljen od mahagonija koji se klasificira kao tvrdo drvo, brzina zvuka unutar tvrdog drva je  $v=3960$  m/s što znači mora vrijediti nejednakost:

$$\frac{dt^2}{dr} < \frac{1}{(3.13 \cdot 10^7)m/s} \quad (2.8)$$

Slika 7 je dimenzije (300,300) što znači već imamo definiran broj točaka trebamo samo definirati širinu simulacijskog prostora  $L$ , uzimamo  $L=1$  m. Za ovako odabrane podatke dobivamo prostorni korak  $dr=3.3 \cdot 10^{-4}$  m, a za vremenski korak biramo  $dt=10^{-7}$ s kako bi bio zadovoljen uvjet. (2.7)

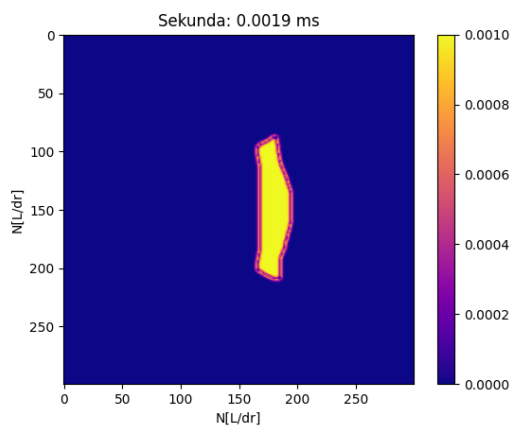
## 2.7 Prikaz rješenja

Za vrijeme trajanja simulacije uzimamo  $t=5 \cdot 10^{-4}$ , uzimao ovako maleno vrijeme zbog malog vremenskog koraka. Iskoristimo program na Githubu<sup>6</sup> [7] i dobivamo grafove:

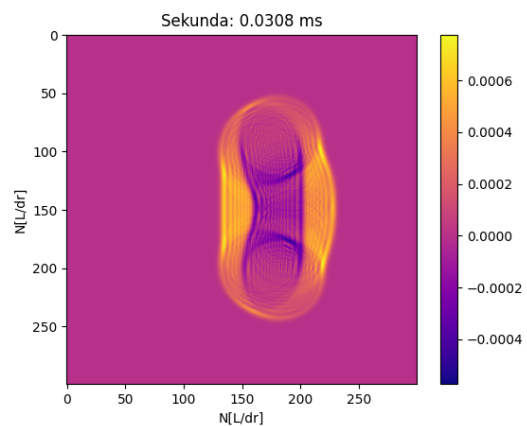
---

<sup>6</sup>U mojem repozitoriju imajuš grafova

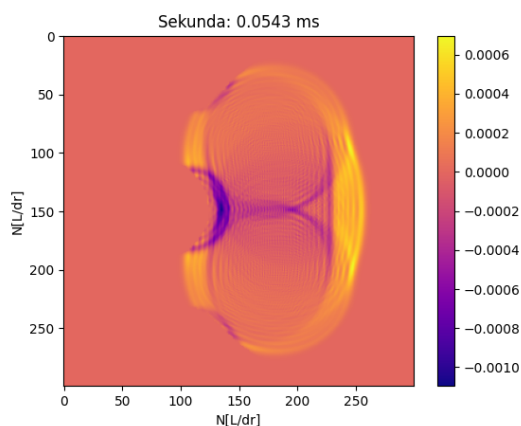




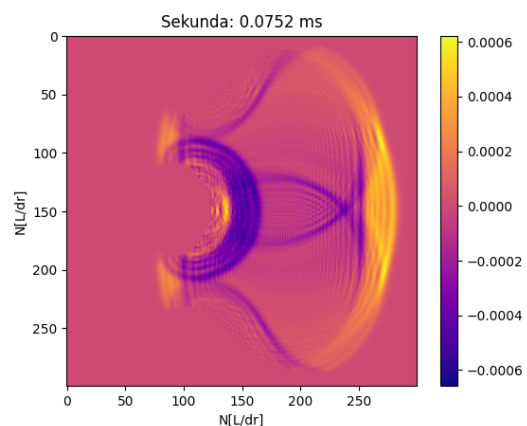
(a) Graf 3.1a



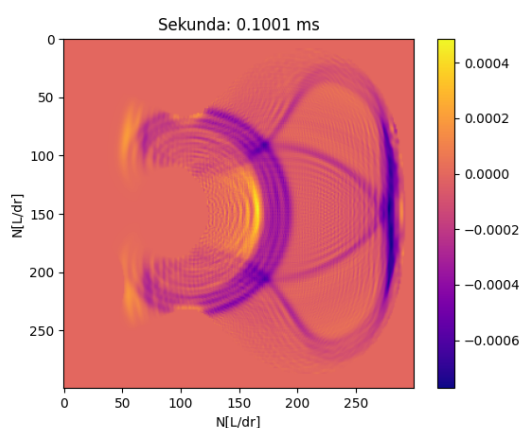
(b) Graf 3.1b



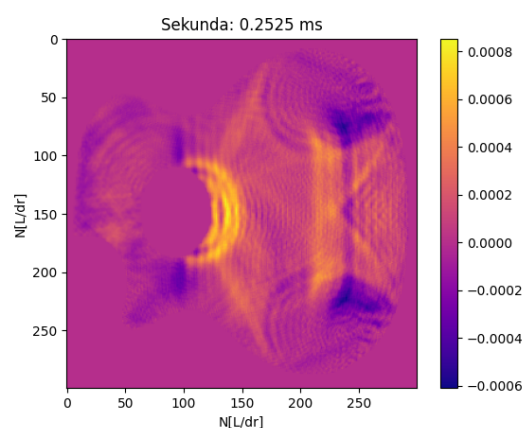
(c) Graf 3.1c



(d) Graf 3.1d



(e) Graf 3.1e



(f) Graf 3.1f

**Slika 9:** Svi grafovi prikazuju amplitudu u određenim vremenskim trenucima koji su naznačeni na vrhu grafa. Uočavamo da skala amplitude konstantno mijenja vrijednost jer valovi interferiraju, osi prikazuju broj koraka, jedan korak je jednak  $dr=3.3 \cdot 10^4$  m

### **3 Zaključak**

Rezultati simulacije se ponašaju kao i očekivano, tj, kao valovi. Trenutačni model ne uzima u obzir sile otpora, tj. sile koje nastoje prigušiti titranje, također ne uzima u obzir transmisiju vala kroz zvučnu ploču. Model bi opisivao realniji slučaj kada bi dodali sile otpora i uračunali transmisiju vala, no ovaj model i dalje može opisati većinu valova u prirodi jer za većinu možemo zanemariti navedene sile i transmisiju. Model je primjenjiv na širok spektar problema koji imaju komplicirane početne i rubne uvjete. Preciznost modela možemo poboljšati dodajući više članove razvoja ili uzimanjem još manjeg vremenskog ili prostornog koraka.

## 4 Literatura

- [1] *Wikipedia*.  
URL: <https://hr.wikipedia.org/wiki/Refleksija#/media/Datoteka:FÃ¡l'nyvisszaverÃ¡sdÃ¡l's.jpg>  
(23. 9. 2023.)
- [2] *Wikipedia*.  
URL: <https://hr.wikipedia.org/wiki/Refleksija#/media/Datoteka:FÃ¡l'nytÃ¡úrÃ¡l's.jpg>  
(23. 9. 2023.)
- [3] *Wikipedia*.  
URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Wave\\_interference](https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_interference) (23. 9. 2023.)
- [4] *Javalab.org*.  
URL: [https://javalab.org/en/category/light\\_wave\\_en/standing\\_wave\\_en](https://javalab.org/en/category/light_wave_en/standing_wave_en) (23. 9. 2023.)
- [5] *Belforion*.  
URL: [https://belforion.de/en/recreational\\_mathematics/images/diskretisierung\\_wellengleichung.webp](https://belforion.de/en/recreational_mathematics/images/diskretisierung_wellengleichung.webp) (23. 9. 2023.)
- [6] *Musicgalleryinc*. Originalna slika se nalazi na  
URL: [https://musicgalleryinc.com/cdn/shop/products/Taylor-324ce-acoustic-electric-shaded-edge-burst-1211221165-3\\_4000x.progressive.jpg?v=1640889854](https://musicgalleryinc.com/cdn/shop/products/Taylor-324ce-acoustic-electric-shaded-edge-burst-1211221165-3_4000x.progressive.jpg?v=1640889854) (23. 9. 2023.)
- [7] *Github*. Detaljan izvod, više slika i kod  
URL: [https://github.com/sskocic/Završni\\_rad](https://github.com/sskocic/Završni_rad) (23. 9. 2023.)
- [8] M. Hjorth-Jensen: *Computational physics*, Lecture Notes Fall 2015.
- [9] *Discretizing the 2D Wave Equation*, Narodne novine, NN 58/1993.  
URL: <https://vanhunteradams.com/DE1/Drum/Discretization.html> (23. 9. 2014.)
- [10] *Finite difference simulation of 2D waves*  
URL: [http://hplgit.github.io/INF5620/doc/pub/H14/web-INF5620/wave\\_project.html](http://hplgit.github.io/INF5620/doc/pub/H14/web-INF5620/wave_project.html)  
(23. 8. 2023.)
- [11] *What is the Difference Between Hardwood and Softwood?*,  
URL: <https://www.modinex.com.au/hardwood-vs-softwood-pros-cons-best-uses/#:~:text=Is%20Mahogany%20A%20Hardwood%20or,boating%20equipment%2C%20and%20musical%20instruments.> (23. 9. 2014.)

[12] *Speed of sound in hardwood*, National air and space museum

URL: <https://howthingsfly.si.edu/ask-an-explainer/what-speed-sound-wood#:~:text=A%3A,sound%20is%203960%20m%2Fs>. (23. 9. 2014.)

[13] *Flexcompute*, CFL uvjet stabilnosti

URL: <https://www.flexcompute.com/fdtd101/>

Lecture-7-Time-step-size-and-CFL-condition-in-FDTD/#:~:

text=The%20derivation%20of%20CFL%20condition,is%20now%201%2FâĹŽ2%20.  
(23. 9. 2014.)